



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Konstruktionen in Holz**

**Warth, Otto**

**Leipzig, 1900**

§ 5. Trägheitsmomente und Widerstandsmomente

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77962](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77962)

Bei rechteckigem wie überhaupt symmetrischem Querschnitt liegt mithin die neutrale Achse in der Mitte.

Zur Erfüllung der Gleichgewichtsbedingung (2) muß an der Schnittstelle eine nach oben gerichtete Vertikalkraft  $V$  gleich der abwärts gerichteten  $P$  angebracht werden, Fig. 322; diese Kraft wirkt in den einzelnen Querschnitten auf Absicherung, ist bei der Berechnung jedoch nicht weiter zu berücksichtigen, da die nach der dritten Gleichgewichtsbedingung erhaltenen Querschnitte überreichlich genügen.

Zur Bestimmung der dritten Gleichgewichtsbedingung sind die Momente der inneren Kräfte zu bilden. Bedeutet  $f$  den Querschnitt einer Faser, und  $s$  die Spannung pro Quadratcentimeter, dann ist  $s \cdot f$  die Spannkraft der Faser und  $s \cdot f \cdot y$  das Moment derselben in Bezug auf die neutrale Achse. Die Summe aller dieser Momente, d. h.  $\Sigma (s f y)$  muß gleich sein dem Moment  $M$  der äußeren Kräfte, mithin

$$M = \Sigma (s f y).$$

Unter Berücksichtigung von Formel (5) wird

$$M = \Sigma \left( \frac{S}{a} y \cdot f y \right)$$

und da  $\frac{S}{a}$  als konstanter Faktor vor die Klammer gesetzt werden kann, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$M = \frac{S}{a} \Sigma (f y^2).$$

$\Sigma (f y^2)$  bedeutet: Man zerlege den Querschnitt in unendlich viele und unendlich kleine Flächenteilchen  $f$ , multipliziere jedes mit dem Quadrate seines Abstandes von der neutralen Achse und summiere alle diese Produkte.

Man setzt  $\Sigma (f y^2) = J$

und versteht hierunter das auf die neutrale Achse bezogene Trägheitsmoment des Querschnittes (äquatoriales Trägheitsmoment). Dann wird

$$M = \frac{S}{a} \cdot J = S \cdot \frac{J}{a}.$$

Der Ausdruck  $\frac{J}{a}$ , d. h. das Trägheitsmoment, dividiert durch die Entfernung  $a$  der äußersten Faser von der neutralen Achse, wird als Widerstandsmoment  $W$  des Querschnittes bezeichnet, und es lautet die Grundgleichung für die Biegebeanspruchung somit:

$$M = S W \dots \dots \dots (6)$$

und bei gegebenem Biegemoment, das erforderliche Widerstandsmoment des Querschnittes:

$$W = \frac{M}{S} \dots \dots \dots (7)$$

Für  $M$  ist stets das größte Biegemoment, also  $M_{\max}$ , in Rechnung zu stellen, und da für die bei den Hochbauten zur Verwendung kommenden Nadelhölzer die zulässige Beanspruchung  $S = 60 \text{ kg/qcm}$  anzunehmen ist,

so nimmt die Gleichung (7) für Holzbalken die spezielle Form an:

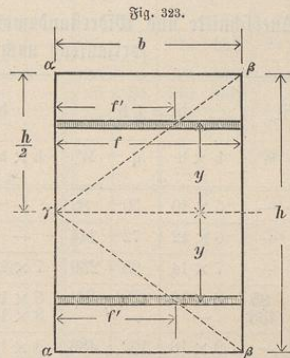
$$W = 0,0166 M_{\max} \dots \dots \dots (8)$$

(da  $\frac{1}{60} = 0,0166$  ist).

§ 5.

**Trägheitsmomente und Widerstandsmomente.**

Für das Rechteck, das für die Holzkonstruktionen allein in Betracht kommt, läßt sich das Trägheitsmoment in folgender einfacher Weise bestimmen, Fig. 323: 1)



Es ist  $J = \Sigma (f y^2).$

Denkt man sich das Rechteck in unendlich schmale Flächestreifen  $f$  parallel der neutralen Achse zerlegt, und bezeichnet den innerhalb des Dreiecks  $\alpha \beta \gamma$  fallenden Teil desselben mit  $f'$ , so verhält sich:

$$f : f' = \frac{h}{2} : y$$

und hieraus  $f = \frac{f' h}{2 y}$

mithin wird:

$$J = \Sigma \left( \frac{f' h}{2 y} \cdot y^2 \right) = \Sigma \left( \frac{h}{2} \cdot f' y \right) = \frac{h}{2} \Sigma (f' y).$$

$\Sigma (f' y)$  bedeutet die Summe der Produkte der einzelnen Flächenelemente  $f'$ , d. h. der Flächenteilchen in den Dreiecken  $\alpha \beta \gamma$  und ihrer Abstände von der durch die Spitze  $\gamma$  der Dreiecke gehenden Geraden; dieses statische Moment läßt sich auch bilden aus dem Produkt der ganzen Flächen der beiden Dreiecke  $\alpha \beta \gamma$  und den Abständen ihrer Schwerpunkte von  $\gamma$ .

Die Fläche jedes Dreieckes ist  $\frac{b \cdot h}{4}$ , und der Schwerpunktabstand beträgt  $\frac{2}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{h}{3}$ , mithin ist das statische Moment der beiden Dreiecke  $\alpha \beta \gamma$

1) S. Müller, Elementares Handbuch der Festigkeitslehre. Berlin 1875.

$$\Sigma (r^2 y) = 2 \left( \frac{bh}{4} \cdot \frac{h}{3} \right) = \frac{bh^2}{6},$$

und somit das Trägheitsmoment des Rechteckquerschnittes:

$$J = \frac{bh^3}{12} \dots \dots \dots (9)$$

Das Widerstandsmoment wird  $W = \frac{J}{a}$ , und da  $a = \frac{h}{2}$

$$W = \frac{bh^2}{6} \dots \dots \dots (10)$$

Setzt man diesen Wert für W in die Gleichung (8), so erhält man

$$bh^2 = 0,1 M \max \dots \dots \dots (11)$$

Sobald die Werte von M max bekannt sind, können hiernach die Abmessungen b und h des Balkens ermittelt werden.

Um die Rechnung zu vereinfachen, folgen hier zwei Tabellen der Querschnitte und Widerstandsmomente für Holzbalken in den gebräuchlichen Abmessungen.

**Tabelle I.**  
Querschnitte und Widerstandsmomente der Holzbalken in den gebräuchlichen Abmessungen, fortlaufend nach der Breite b der Querschnitte geordnet.

Breite b	Normalprofil			b = 1/2 h			b = 2/3 h			b = 3/4 h			b = h			Breite b			
	b x h	q	W	b x h	q	W	b x h	q	W	b x h	q	W	b x h	q	W				
5	—	—	—	5 x 10	50	83	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5		
6	—	—	—	6 x 12	72	144	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6		
7	—	—	—	7 x 14	98	230	7 x 12	84	168	—	—	—	—	—	—	—	7		
8	8 x 8 8 x 10	64 80	85 133	8 x 16	128	341	8 x 13 8 x 14	104 112	225 260	8 x 12	96	192	8 x 10 8 x 11	80 88	133 161	8 x 8 —	64 —	85 —	8
9	—	—	—	9 x 18	162	486	9 x 15	135	336	9 x 13 9 x 14	117 126	253 294	9 x 12	108	216	9 x 9	81	121	9
10	10 x 10 10 x 12 10 x 14	100 120 140	166 240 327	10 x 20	200	666	10 x 16 10 x 17	160 170	426 481	10 x 15	150	375	10 x 13	130	281	10 x 10	100	166	10
11	—	—	—	11 x 22	242	887	11 x 18 11 x 19	198 209	594 661	11 x 16 11 x 17	176 187	470 530	11 x 14 11 x 15	154 165	360 412	11 x 11	121	222	11
12	12 x 12 12 x 14 12 x 16	144 168 192	288 392 512	12 x 24	288	1152	12 x 20	240	799	12 x 18	216	648	12 x 16	192	512	12 x 12	144	288	12
13	—	—	—	13 x 26	338	1467	13 x 21 13 x 22	273 286	955 1048	13 x 19 13 x 20	247 260	782 866	13 x 17	221	626	13 x 13	169	366	13
14	14 x 14 14 x 16 14 x 18 14 x 20	196 224 252 280	457 597 756 933	14 x 28	392	1830	14 x 23 14 x 24	322 336	1233 1344	14 x 21	294	1029	14 x 18 14 x 19	252 266	756 842	14 x 14	196	457	14
15	—	—	—	15 x 30	450	2250	15 x 25	375	1560	15 x 22 15 x 23	330 345	1210 1322	15 x 20	300	1000	15 x 15	225	562	15
16	16 x 16 16 x 18 16 x 20 16 x 22	256 288 320 352	683 864 1066 1291	16 x 32	512	2731	16 x 26 16 x 27	416 432	1801 1944	16 x 24	384	1536	16 x 21	336	1102	16 x 16	256	683	16
17	—	—	—	17 x 34	578	3275	17 x 28 17 x 29	476 493	2220 2380	17 x 25 17 x 26	425 442	1770 1915	17 x 22 17 x 23	374 391	1371 1499	17 x 17	289	820	17
18	18 x 18 18 x 20 18 x 22 18 x 24	324 360 396 432	972 1200 1452 1728	18 x 36	648	3888	18 x 30	540	2700	18 x 27	486	2187	18 x 24	432	1728	18 x 18	324	972	18
19	—	—	—	—	—	—	19 x 31 19 x 32	589 608	3040 3240	19 x 28 19 x 29	532 551	2449 2663	19 x 25	475	1980	19 x 19	361	1143	19
20	20 x 20 20 x 22 20 x 24 20 x 26	400 440 480 520	1333 1613 1920 2253	—	—	—	20 x 33 20 x 34	660 680	3630 3852	30 x 30	600	3000	20 x 26 20 x 27	520 540	2253 2430	20 x 20	400	1333	20

Breite b	Normalprofil			$b = \frac{1}{2} h$			$b = \frac{2}{3} h$			$b = \frac{3}{4} h$			$b = h$			Breite b			
	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W				
21	—	—	—	—	—	—	21 × 35	735	4284	21 × 31	651	3363	21 × 28	588	2744	21 × 21	441	1542	21
22	22 × 28	616	2875	—	—	—	22 × 36	792	4752	22 × 32	704	3755	22 × 29	638	3084	22 × 22	484	1774	22
23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23 × 34	782	4431	23 × 30	690	3450	23 × 23	529	2028	23
24	24 × 24	576	2304	—	—	—	—	—	—	24 × 36	864	5184	24 × 32	768	4096	24 × 24	576	2304	24
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25 × 33	825	4547	25 × 25	625	2604	25
26	26 × 26	676	2930	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26 × 34	884	5010	26 × 26	676	2930	26
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	27 × 36	972	5832	27 × 27	729	3281	27
28	28 × 28	784	3660	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28 × 28	784	3660	28
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29 × 29	841	4065	29
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30 × 30	900	4500	30

Tabelle II.

Querschnitte und Widerstandsmomente der Holzbalken, fortlaufend nach den Widerstandsmomenten geordnet.

b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W
5 × 10	50	83	11 × 15	165	412	15 × 20	300	1000	14 × 28	392	1830	17 × 34	578	3275
8 × 8	64	85	10 × 16	160	426	14 × 21	294	1029	17 × 26	442	1915	27 × 27	729	3281
9 × 9	81	121	14 × 14	196	457	13 × 22	286	1048	20 × 24	480	1920	21 × 31	651	3363
8 × 10	80	133	11 × 16	176	470	16 × 20	320	1066	16 × 27	432	1944	26 × 28	728	3397
6 × 12	72	144	10 × 17	170	481	16 × 21	336	1102	19 × 25	475	1980	23 × 30	690	3450
8 × 11	88	161	9 × 18	162	486	19 × 19	361	1143	23 × 23	529	2028	20 × 33	660	3630
10 × 10	100	166	12 × 16	192	512	12 × 24	288	1152	18 × 27	486	2187	23 × 31	713	3648
7 × 12	84	168	11 × 17	187	530	18 × 20	360	1200	17 × 28	476	2220	28 × 28	784	3660
8 × 12	96	192	15 × 15	225	562	15 × 22	330	1210	15 × 30	450	2250	22 × 32	704	3755
9 × 12	108	216	11 × 18	198	594	14 × 23	322	1233	20 × 26	520	2253	20 × 34	680	3852
11 × 11	121	222	14 × 16	224	597	16 × 22	352	1291	24 × 24	576	2304	18 × 36	648	3888
8 × 13	104	225	13 × 17	221	626	15 × 23	345	1322	17 × 29	493	2380	22 × 33	726	3976
7 × 14	98	230	12 × 18	216	648	20 × 20	400	1333	20 × 27	540	2430	29 × 29	841	4065
10 × 12	120	240	11 × 19	209	661	14 × 24	336	1344	19 × 28	532	2449	24 × 32	768	4096
9 × 13	117	253	10 × 20	200	666	17 × 22	374	1371	25 × 25	625	2604	28 × 30	840	4200
8 × 14	112	260	16 × 16	256	683	18 × 22	396	1452	19 × 29	551	2663	21 × 35	735	4284
10 × 13	130	281	14 × 18	252	756	13 × 26	338	1467	18 × 30	540	2700	23 × 34	782	4431
12 × 12	144	288	13 × 19	247	782	17 × 23	391	1499	24 × 26	624	2704	30 × 30	900	4500
9 × 14	126	294	12 × 20	240	799	16 × 24	384	1536	16 × 32	512	2731	25 × 33	825	4547
10 × 14	140	327	17 × 17	289	820	21 × 21	441	1542	21 × 28	588	2744	23 × 35	805	4696
9 × 15	135	336	14 × 19	266	842	15 × 25	375	1560	22 × 28	616	2875	22 × 36	792	4752
8 × 16	128	341	16 × 18	288	864	20 × 22	440	1613	26 × 26	676	2930	26 × 34	884	5010
11 × 14	154	360	13 × 20	260	866	18 × 24	432	1728	20 × 30	600	3000	24 × 36	864	5184
13 × 13	169	366	11 × 22	242	887	17 × 25	425	1770	19 × 31	589	3040	26 × 35	910	5310
10 × 15	150	375	13 × 21	273	955	22 × 22	484	1774	22 × 29	638	3084	27 × 36	972	5832
12 × 14	168	392	18 × 18	324	972	16 × 26	416	1801	19 × 32	608	3240	—	—	—

