Die Konstruktionen in Holz

Warth, Otto

Leipzig, 1900

a) Belastung durch Einzellasten

urn:nbn:de:hbz:466:1-77962

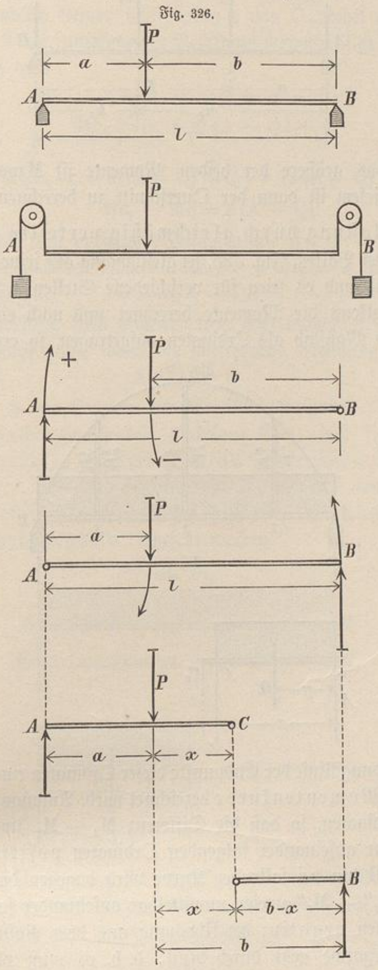
§ 7.

Berechnung der an beiden Enden frei aufliegenden Träger.

a) Belastung durch Einzellasten.

Ist ein frei auf zwei Stützen liegender Träger durch eine Last P belastet, so wird diese Last auf die beiden Stützen übertragen, und diese müssen den übertragenen Lasten einen

Fig. 326.



entsprechenden Widerstand entgegensetzen. Dieser Widerstand, oder der Gegendruck, der Auflagerreaktion genannt wird, kann an Stelle der Stütze als aufwärts gerichtete Kraft angebracht werden, Fig. 326.

Damit Gleichgewicht in diesem System mit nur lotrecht wirkenden Kräften vorhanden ist, müssen die folgenden Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein:

1) Damit keine Drehung entsteht, muß die Summe der statischen Momente auf jeden beliebigen Drehpunkt = Null sein;
2) damit keine Bewegung im lotrechten Sinne entsteht, muß die Summe der lotrecht wirkenden Kräfte = Null sein.

Zur Ermittelung der ersten Gleichgewichtsbedingung bezeichnen wir allgemein die rechtsdrehenden Momente als positiv, die linksdrehenden als negativ. Dann lautet unter Annahme, z. B. des Punktes B, als Drehpunkt die Gleichgewichtsbedingung

$$A\,l - P\,b = 0$$

und hieraus $$A = \frac{P\,.\,b}{l} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Wird A als Drehpunkt angenommen, so wird

$$-B\,l + P\,a = 0$$

und hieraus $$B = \frac{P}{l}\,.\,a \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Mithin $$A + B = \frac{P\,b}{l} + \frac{P\,a}{l} = P,$$

d. h. die beiden aufwärts gerichteten Auflagerreaktionen sind = der abwärts gerichteten Last, womit also auch die zweite Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist.

Aus (16) und (17) folgt:

$$\frac{A}{B} = \frac{b}{a},$$

d. h. die Auflagerreaktionen verhalten sich umgekehrt wie die Hebelarme.

Zur Bildung des Biegungsmomentes für eine beliebige Stelle C denke man sich den Träger in C durchschnitten, Fig. 326, und es ergeben sich folgende Momentengleichungen:

Von den links liegenden Kräften:

$$M_c = A\,(a + x) - P\,.\,x,$$

$$\text{d. i. } M_c = A\,a - x\,(P - A).$$

Da (P — A) positiv, ist der zweite Wert unbedingt negativ, und der Wert von M_c wird deshalb am größten, d. h. $= M_{max}$, wenn $x\,(P - A)$ am kleinsten, d. h. wenn $x = 0$ wird (da $P - A$ in jedem Fall eine bestimmte unveränderliche Größe darstellt). Es wird dann:

$$M_{max} = A\,a$$

und da $$A = \frac{P}{l}\,b,$$

so wird $$M_{max} = \frac{P}{l}\,.\,a\,.\,b.$$

Wird das Moment von rechts gebildet, dann wird:

$$M_c = -B\,(b - x).$$

M_c wird somit wachsen mit abnehmendem x und am größten werden, wenn $x = 0$ wird; dann wird $M_c = M_{max}$ und

$$M_{max} = -B\,b.$$

Da $B = \frac{P}{l} \cdot a,$

so wird $M\max = -\frac{P}{l} a b.$

Es ergiebt sich hieraus, daß der absolute Wert des Biegungsmomentes (d. h. der Wert ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) derselbe ist, gleichviel, ob das Moment von den links- oder den rechtsliegenden Kräften gebildet wird.

Bei dem durch eine Einzellast beanspruchten Träger liegt somit der gefährliche Querschnitt im Angriffspunkt der Last, und es wird

$$M\max = \frac{P}{l} a b \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

und somit nach Formel (8)

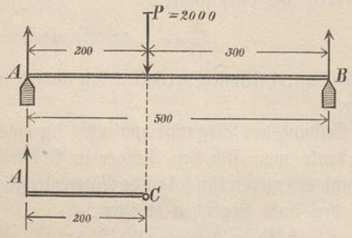
$$W = 0{,}0166 \frac{P a b}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

und nach Formel (11)

$$b h^2 = 0{,}1 \frac{P a b}{l} \quad . \; . \; . \; . \quad (19a)$$

Beispiel: Es sei (Fig. 327): $P = 2000$ kg,
$a = 200$ cm,
$b = 300$ cm,
$l = 500$ cm.

Fig. 327.



Dann ist:

$$W = 0{,}0166 \frac{2000 \cdot 200 \cdot 300}{500} = 3984.$$

Nach der Tabelle Seite 105 können folgende Querschnitte verwendet werden:

22×33, $q = 726$ qcm, $W = 3976$,
29×29, $q = 841$ qcm, $W = 4096$,
24×32, $q = 768$ qcm, $W = 4096$.

Wird $a = b = \frac{l}{2}$, d. h. greift die Last in der Trägermitte an, dann wird $W = 0{,}0166 \frac{P l}{4} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$

und $b h^2 = 0{,}1 \frac{P l}{4} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$

Wirken mehrere Einzellasten auf den Träger, z. B. P und P_1, dann wird Fig. 327a:

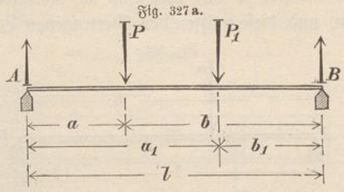
$$A = \frac{P b + P_1 b_1}{l}$$

$$B = \frac{P a + P_1 a_1}{l}$$

$$M_I = A a$$

$$M_{II} = A a_1 - P (a_1 - a).$$

Fig. 327a.

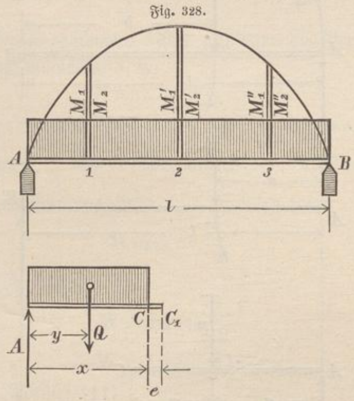


Das größere der beiden Momente ist $M\max$, und nach diesem ist dann der Querschnitt zu berechnen.

b) Belastung durch gleichmäßig verteilte Lasten.

Der Balken, Fig. 328, sei gleichmäßig auf seine Länge l belastet, und es seien für verschiedene Stellen 1, 2, 3 ... des Balkens die Momente berechnet und nach einem beliebigen Maßstab als Ordinaten aufgetragen, so ergiebt die

Fig. 328.



Verbindungslinie der Endpunkte dieser Ordinaten eine Kurve, die als Momentenkurve bezeichnet wird. Anfangs wachsen die Ordinaten, so daß die Differenz $M_2 - M_1$ zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten positiv wird; gegen B hin bei fallender Kurve wird dagegen die Differenz $M_2'' - M_1''$ zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten negativ; der Übergang aus dem Positiven in das Negative geht durch Null, d. h. es muß von dem steigenden nach dem fallenden Teil der Kurve ein Übergang sein, bei dem die Differenz zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten Null ist, d. h. $M_2' - M_1' = 0$.

Diese Stelle giebt zugleich die Maximalordinate, also das Maximalbiegungsmoment des Trägers.

Zur Bestimmung denken wir uns den Träger an einem beliebigen Punkte C in der Entfernung x von A