Die Konstruktionen in Holz

Warth, Otto

Leipzig, 1900

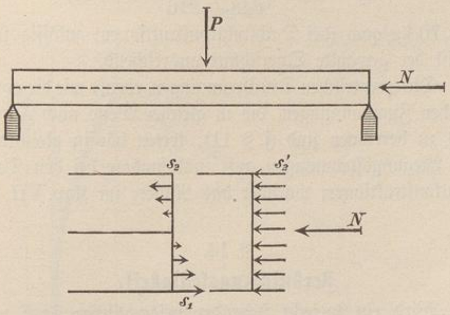
§ 12. Beanspruchung auf Biegung und Zug

urn:nbn:de:hbz:466:1-77962

Da bei dem für die Holzkonstruktionen notwendigen symmetrischen Querschnitt $s_1 = s_2$, und daher der absolute Wert der Druckgleichung größer ist, als derjenige der Zuggleichung, so kann der Querschnitt unmittelbar berechnet werden unter Weglassung der negativen Vorzeichen nach der Formel

$$S_2 = s_2 + s'_2,$$

Fig. 354.



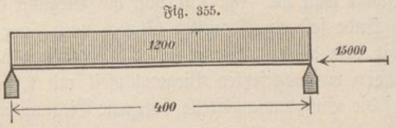
d. h. nach Einsetzung der oben entwickelten Werte

$$S_2 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

wobei S_2 höchstens den Wert von 70 kg/qcm erreichen darf, da derartige Beanspruchungen in der Regel nur bei Dachstuhlkonstruktionen auftreten.

Beispiel: Ein Balken von 4 m Länge werde mit 1200 kg auf Biegung und mit 15000 kg axial auf Druck beansprucht, Fig. 355; es ist der Balkenquerschnitt zu ermitteln.

Fig. 355.



Es ist

nach Formel (22): $M\,max = \frac{1200 \cdot 400}{8} = 60000,$

$N = \ldots\ldots\ 15000.$

Die Abmessungen des Balkens werden versuchsweise angenommen: $b = 18,$
$h = 24.$

Dann wird: $W = \frac{b\,h^2}{6} = 1728$

$q = b \cdot h = 432$

Somit nach Formel (30):

$$S_2 = \frac{60000}{1728} + \frac{15000}{432} = 34 + 35 = 69 \text{ kg}.$$

Dieser Querschnitt ist somit ausreichend.

§ 12.

Beanspruchung auf Biegung und Zug.

Wird ein auf Biegung belasteter Balken außerdem noch durch eine in der Stabachse wirkende Zugkraft beansprucht, so sind die Maximalbeanspruchungen in ähnlicher Weise zu ermitteln, wie im § 11.

Durch die Zugkraft N entsteht eine über den ganzen Querschnitt gleichförmig verteilte Zugspannung

$$s'_1 = + \frac{N}{q}.$$

Durch die Biegungsbeanspruchung dagegen ergeben sich, wie im § 11:

Größte Zugspannung

$$s_1 = + \frac{M\,max}{W}.$$

und größte Druckspannung

$$s_2 = - \frac{M\,max}{W}.$$

Die Maximalzugspannung wird somit

$$S_1 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q}$$

und die Maximaldruckspannung

$$S_2 = - \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q}.$$

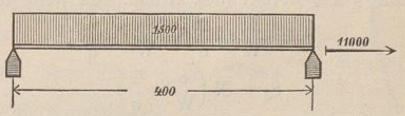
Da bei den Dachstuhlkonstruktionen $S_1 = S_2 = 70$ kg/qcm angenommen wird, und der absolute Wert der Zuggleichung größer wird als derjenige der Druckgleichung, so kann der Querschnitt unmittelbar berechnet werden nach der Formel

$$S_1 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q} \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

(dieselbe Gleichung wie Nr. 30).

Beispiel: Ein Balken von 4,00 m Länge werde mit 1500 kg auf Biegung und mit 11000 kg axial auf Zug beansprucht, Fig. 356; es ist der Balkenquerschnitt zu ermitteln.

Fig. 356.



Es ist nach Formel (22)

$$M\,max = \frac{1500 \cdot 400}{8} = 75000.$$

Die Abmessungen des Balkens werden versuchsweise angenommen, z. B.

$b = 18,$
$h = 24.$

Dann wird: $W = 1728,$
$q = 432.$

Somit nach Formel (31)

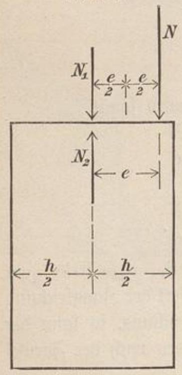
$$S_1 = \frac{75000}{1728} + \frac{11000}{432} = 43 + 26 = 69 \text{ kg}$$

Der Querschnitt ist somit ausreichend.

§ 13.
Der excentrische Druck und Zug.

Bei den Holzkonstruktionen wirken infolge der Art und Weise der Verbindungen die Normalspannungen nicht in der Stabachse, sondern mehr oder weniger außerhalb derselben, wobei sich die Spannungen nicht mehr gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilen und zugleich Biegungsbeanspruchungen auftreten.

Fig. 357.



Nehmen wir an, die Druckkraft N greife nicht in der Stabachse, sondern in der Entfernung e von derselben an, Fig. 357, so können in der Achse zwei gleich große, aber entgegensetzt gerichtete Kräfte $N_1 = N_2 = N$ angebracht werden, wodurch an dem Gleichgewichtszustande nichts geändert wird.

Die axiale Kraft N_1 bringt in dem Querschnitte eine gleichmäßig verteilte Druckspannung

$$S_2 = \frac{N_1}{q} = \frac{N}{q}$$

hervor, wogegen die Kräfte N und N_2 ein Kräftepaar bilden, dessen Biegungsmoment

$$M = N \cdot \frac{e}{2} + N_2 \cdot \frac{e}{2} = N \cdot e \quad . \quad . \quad (31\,a)$$

wird, da $N_2 = N$.

Der excentrische Druck ist somit eine Beanspruchung auf Biegung und Druck, weshalb die Querschnittsermittelung nach § 11, Formel (30), erfolgt. Es wird somit:

$$S_2 = \frac{M}{W} + \frac{N}{q} = \frac{N e}{W} + \frac{N}{q} \quad . \quad . \quad (31\,b)$$

oder

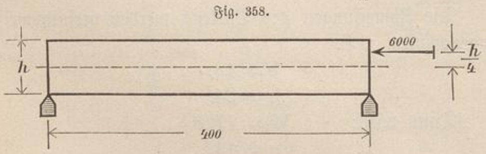
$$S_2 = N\left(\frac{e}{W} + \frac{1}{q}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

(s. auch Band I dieses Handbuches, S. 61).

Beispiel: Fig. 358. Es sei $N = 6000$,

$$e = \frac{h}{4},$$

Fig. 358.



wenn h wie bisher die Balkenhöhe bezeichnet. Man nehme versuchsweise:

$$b = 12,$$
$$h = 18.$$

Dann wird:

$$q = 216 \text{ qcm}$$
$$W = 648$$
$$e = 4{,}5 \text{ cm}.$$

Somit:

$$S_2 = 6000\left(\frac{4{,}5}{648} + \frac{1}{216}\right) = 68 \text{ kg}.$$

Da 70 kg/qcm (bei Dachstuhlkonstruktionen) zulässig sind, so ist der gewählte Querschnitt ausreichend.

Die excentrischen Druckspannungen, ebenso wie die excentrischen Zugspannungen, die in gleicher Weise nach Formel (32) zu berechnen sind (s. § 11), treten häufig gleichzeitig mit Biegungsspannungen auf, insbesondere bei den Dachstuhlkonstruktionen, worüber das Nähere im Kap. VII.

§ 14.
Zerknickungsfestigkeit.

Wird ein lotrecht stehender prismatischer Stab vom Querschnitt q durch eine Last N gepreßt, so entsteht eine Druckspannung

$$S = \frac{N}{q}.$$

Lange und dünne Stäbe werden nun aber erfahrungsgemäß nicht zerdrückt, sondern sie erfahren unter der Einwirkung der Last N eine Biegung, so daß sie eher *zerknickt* als zerdrückt werden.

Annäherungsweise kann auf elementarem Wege die zulässige Belastung in folgender Weise ermittelt werden.

Nimmt man an, Fig. 359, daß die Biegung des am unteren Ende fest eingespannten Stabes nach einer Kreislinie mit dem Radius r erfolge, und bezeichnen wir den *sehr klein* vorausgesetzten Biegungspfeil mit f, so wird das auf die Einspannungsstelle bezogene Biegungsmoment

$$M = N f.$$

Da aber nach Formel (6) auch

$$M = W S$$

ist, so wird

$$N f = W S,$$

und hieraus die größte Spannung

$$S = \frac{N f}{W}.$$

Da

$$W = \frac{T}{a}$$

so wird

$$S = \frac{N f \cdot a}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

Nach Fig. 359 wird die Verlängerung v eines kurzen Stabstückes von der Länge λ:

$$v = \lambda_1 - \lambda.$$