Die Konstruktionen in Holz

Warth, Otto

Leipzig, 1900

Siebentes Kapitel. Berechnung der Querschnitte bei den zusammengesetzten Holzkonstruktionen (Dachstuhlkonstruktionen u.s.w.).

Siebentes Kapitel.

Berechnung der Querschnitte bei den zusammengesetzten Holzkonstruktionen (Dachstuhlkonstruktionen u. s. w.).

§ 1.

Allgemeines.

Nachdem im vorhergehenden Kapitel der allgemein statische Teil erläutert wurde, soll nunmehr gezeigt werden, in welcher Weise bei den zusammengesetzten Konstruktionen thatsächlich die Querschnitte zu ermitteln sind, nachdem durch die bei den verschiedenen Dachstuhlkonstruktionen näher zu erläuternden Kräfteplänen die Spannungen in den Konstruktionsteilen ermittelt worden sind.

Während bei den Eisenkonstruktionen die Querschnitte unter Annahme einer Beanspruchung von 750 kg/qcm unmittelbar erhalten werden, unter Berücksichtigung der verhältnismäßig geringen Schwächung durch die Verbindungen, würde eine ähnliche Berechnungsweise bei den Holzkonstruktionen zu ungenügenden Querschnitten führen. Denn bei den Metallkonstruktionen schwächen die Verbindungen die Teile nur wenig, und Nieten, Schrauben, Laschen und Bänder gleichen insbesondere bei allen auf Druck beanspruchten Stäben den Verlust an Material, der durch die Löcher entsteht, wieder aus. Bei den Holzkonstruktionen dagegen ist die Verschwächung infolge der eigenartigen Verbindungsweise sehr bedeutend, die Berührung der miteinander verbundenen Stücke erstreckt sich nur auf einen Teil des Querschnittes, und die Übertragung der Spannungen erfolgt in der Regel nicht in der Stabachse. Dadurch, und auch durch die Verkrümmungen, denen die Hölzer mehr oder weniger unterworfen sind, entstehen Nebenspannungen, wodurch die Abmessungen der Querschnitte wesentlich vergrößert werden. Infolgedessen wird der Unterschied der Querschnitte bei Holz- und bei Eisendachstühlen beträchtlicher, als dies nach dem Verhältnis der Festigkeiten der beiden Materialien der Fall sein sollte. Im Folgenden sollen die verschiedenen vorkommenden Fälle untersucht werden, wobei durchweg für die Beanspruchung des Holzes 70 kg/qcm angenommen sind, wie dies bereits im Kapitel VI als zulässig angegeben wurde.

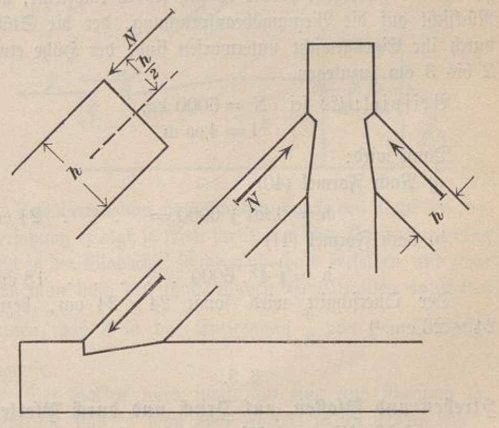
§ 2.

Streben und sonstige Konstruktionshölzer, auf Druck, bezw. Zerknickung beansprucht.

Wirkt die Spannung in der Stabachse, so erfolgt die Querschnittsbestimmung nach den Formeln (3) und (38).

Infolge der eigenartigen Verbindungsweise, die in der Regel durch Zapfen und Versatzungen erfolgt, Fig. 363,

Fig. 363.



wirken aber die Spannungen nicht in der Achse, sondern excentrisch, mehr oder weniger weit von der Achse entfernt, meistens ganz nahe der oberen oder der unteren Fläche, wodurch Biegungsbeanspruchungen entstehen, und der Stab somit auf Druck und auf Biegung nach Formel (32) berechnet werden muß, d. h.

$$S = N\left(\frac{e}{W} + \frac{1}{q}\right) = 70 \text{ kg}.$$

Man nehme den ungünstigsten Fall, wonach die Spannung im Rande wirke, dann wird $e = \frac{h}{2}$, und da bei quadratischem Querschnitt

$$W = \frac{h^3}{6}$$

und $q = h^2$

wird, so ist

$$70 = N\left(\frac{h}{2} \cdot \frac{6}{h^3} + \frac{1}{h^2}\right) = \frac{4\,P}{h^2}.$$

Berücksichtigt man, daß besonders die dünneren und längeren Streben häufig nicht gerade, sondern mehr oder weniger gekrümmt sind, wodurch sich der Biegungspfeil nochmals vergrößern kann, so empfiehlt sich zur größeren Sicherheit ein Zuschlag von circa 50 Proz. zu obigem Werte, d. h. man nehme:

$$70 = \frac{6\,N}{h^2}$$

woraus

$$h = 0{,}294\,\sqrt{N} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Auf Zerknickung bei axialer Beanspruchung wäre dagegen erforderlich nach Formel (38)

$$h = \sqrt[4]{l^2\,N} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Der Querschnitt ist nach beiden Formeln zu berechnen, und der größere der beiden Werte ist dann der Ausführung zu Grunde zu legen, wobei es sich jedoch empfiehlt, mit Rücksicht auf die Biegungsbeanspruchung, der die Stäbe durch ihr Eigengewicht unterworfen sind, der Höhe etwa 2 bis 3 cm zuzulegen.

Beispiel: Es sei $N = 6000$ kg,
$l = 4{,}00$ m.

Dann wird:

a) Nach Formel (40)

$$h = 0{,}294\,\sqrt{6000} = \quad . \quad . \quad . \quad 24 \text{ cm}$$

b) nach Formel (41)

$$h = \sqrt[4]{4^2 \,.\, 6000} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18 \text{ cm.}$$

Der Querschnitt wird somit 24×24 cm, bezw. 24×26 cm.[1])

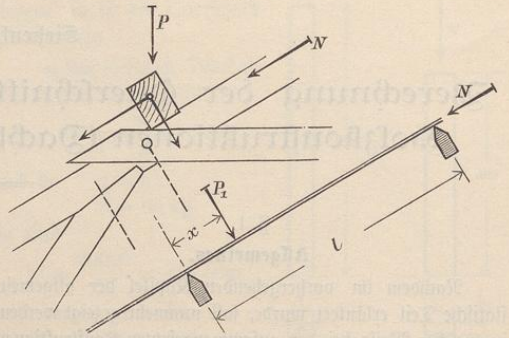
§ 3.

Streben und Pfosten, auf Druck und durch Pfetten gleichzeitig auf Biegung beansprucht.

Vielfach liegen, insbesondere bei den größeren Konstruktionen, die Pfetten unmittelbar auf den Streben.

Wenn nun auch die Pfetten nahe an den Knotenpunkten liegen, so nahe, als dies bei den meisten Konstruktionen möglich ist, so ist doch ein vollständiges Zusammenfallen der Pfettenlast mit dem Knotenpunkte in den wenigsten Fällen zu erreichen, so daß stets mehr oder weniger große Biegungsbeanspruchungen in der Strebe hervorgerufen werden.

Fig. 364.



Es bezeichne, Fig. 364,

P die lotrecht wirkende Pfettenlast,

P_1 die Normalkomponente zur Strebenrichtung,

l die Entfernung der Knotenpunkte,

x die Entfernung der P_1 vom nächstgelegenen Knotenpunkte, dann wird, nach Formel (18) das Maximalbiegungsmoment M im Angriffspunkt der P_1

$$M = \frac{P_1\,(l - x)}{l} \,.\, x = \left(P_1 - \frac{P_1\,x}{l}\right) x.$$

Nimmt man für x nur den geringen Wert $= \frac{l}{7}$ dann wird

$$M = \frac{6\,P_1\,l}{49} = \infty\,\frac{P_1\,l}{8}$$

d. h. so groß, wie wenn die Last P_1 gleichmäßig über die Trägerlänge verteilt wäre, s. Formel (22).

Wird aber x größer, wie dies thatsächlich vielfach der Fall ist, z. B. $x = \frac{l}{5}$, dann wird

$$M = \frac{P_1\,l}{6}.$$

Hieraus ergiebt sich, daß stets eine gewisse Biegung in Rechnung gestellt werden muß, auch dann, wenn die Pfetten nahe an den Knotenpunkten liegen, und daß es zum mindesten ratsam ist, die Normalkomponente der Pfettenlast als gleichmäßig verteilte Last zwischen den Knotenpunkten in Rechnung zu stellen. Da der Wert P_1 in den meisten Fällen nicht wesentlich von der Last P abweicht, so empfiehlt es sich sogar, die Pfettenlast P selbst zu Grunde zu legen, vornehmlich bei Anordnungen wie Fig. 364,

1) Die Querschnitte lassen sich wesentlich einfacher feststellen aus graphischen Tabellen, in die die Werte der beiden Formeln übersichtlich eingetragen sind. Siehe „Graphische Tabellen zur Bestimmung der Querschnitte bei Holz- und Eisenkonstruktionen" von Dr. Warth, Verlag von J. M. Gebhardt, Leipzig 1899.

da hier die Entfernung x den Wert von $\frac{l}{7}$ in der Regel übersteigt, und es wird daher:

$$M = \frac{P \,.\, l}{8}.$$

Bezeichnet S_a die Biegungsspannung pro Quadratcentimeter, dann wird auf Biegung nach Formel (7), Seite 103,

$$W = \frac{M}{S_a} = \frac{P \,.\, l}{8\, S_a},$$

und hieraus $$S_a = \frac{P\, l}{8\, W}$$

und da $$W = \frac{b\, h^2}{6},$$

so wird $$S_a = \frac{P \,.\, l}{8} \,.\, \frac{6}{b\, h^2} = \,.\, \frac{3\, P \,.\, l}{4\, b\, h^2}.$$

Die Strebe wird außerdem auf Druck beansprucht durch die aus den Kräfteplänen zu ermittelnde Normalspannung N, die infolge der Verbindungsweise nicht in der Achse wirkt, sondern mehr oder weniger an die obere Fläche der Strebe rückt. Man wird bei dieser kombinierten Beanspruchung aber nicht den ungünstigsten Fall zu Grunde legen dürfen, sondern es wird erfahrungsgemäß genügen, anzunehmen, daß der Abstand $^1/_4$ der Höhe h von der oberen Fläche betrage. Dadurch entstehen aber wieder Biegungsspannungen, und es wird nach Formel (31 b)

$$S_b = \frac{M}{W} + \frac{N}{q}.$$

Es ist aber nach Formel (31 a), da $e = \frac{h}{4}$

$$M = N \,.\, \frac{h}{4}$$

$$W = \frac{b\, h^2}{6}$$

$$q = b\, h$$

somit $$S_b = \frac{N \,.\, \frac{h}{4}}{\frac{b\, h^2}{6}} + \frac{N}{b\, h} = \frac{5\, N}{2\, b\, h}.$$

Es ergibt sich hiernach die Gesamtspannung in der Strebe

$$S = S_a + S_b, \text{ d. h. da } S = 70$$

$$70 = \frac{3\, P\, l}{4\, b\, h^2} + \frac{5\, N}{2\, b\, h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

Beispiel: Es sei $P = 1000$ kg
$l = 4$ m $= 400$ cm
$N = 6000$ kg.

Man nehme versuchsweise einen Strebequerschnitt an, um zu sehen, ob derselbe der Bedingungsgleichung (42) entspricht, wobei ein Rechteckquerschnitt $b = \frac{2}{3} h$ zu empfehlen ist. Also z. B.:

$$h = 22 \text{ und } b = 15,$$

dann wird:

$$S = \frac{3 \,.\, 1000 \,.\, 400}{4 \,.\, 15 \,.\, 22^2} + \frac{5 \,.\, 6000}{2 \,.\, 15 \,.\, 22} = 41 + 45 = 86 \text{ kg}.$$

Es sind aber nur 70 kg zulässig, der gewählte Querschnitt ist deshalb zu klein.

Man nehme: $h = 24$, $b = 16$,
dann wird:

$$S = \frac{3 \,.\, 1000 \,.\, 400}{4 \,.\, 16 \,.\, 24^2} + \frac{5 \,.\, 6000}{2 \,.\, 16 \,.\, 24} = 32 + 39 = 71 \text{ kg}$$

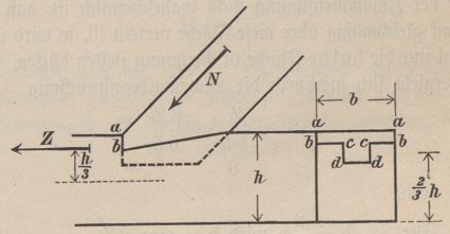
somit ausreichend.[1])

§ 4.

Balken, auf Zug beansprucht.

Die in der Strebe wirkende Pressung N wird auf den Bundbalken übertragen, in dem eine Zugspannung Z gleich der Horizontalkomponente wirksam wird, Fig. 365. Da

Fig. 365.



die Lastübertragung hauptsächlich durch den Kopf a b der Versatzung erfolgt, so wirkt somit auch diese Normalspannung nicht in der Stabachse, sondern oberhalb derselben, und zwar wird man nach den thatsächlichen Verhältnissen annehmen können, daß Z in der Entfernung $\frac{h}{3}$ von der Stabachse angreife.

Der Balken wird somit auf Zug und Biegung beansprucht, und es muß nach Formel (31 b) wieder sein:

$$S = \frac{M}{W} + \frac{Z}{q}.$$

Nun ist nach Formel (31 a), da $e = \frac{h}{3}$

$$M = Z \,.\, \frac{h}{3}.$$

W ist zu berechnen für den durch Zapfen und Versatzung geschwächten Querschnitt des Balkens, für den nur

1) Siehe Fußnote Seite 124.

die Abmessungen b und $\frac{2}{3}$ h in Rechnung gestellt werden können, d. h.

$$W = \frac{b}{6}\cdot\left(\frac{2}{3}h\right)^2 = \frac{2\,b\,h^2}{27}.$$

und ebenso $q = \frac{2}{3}\,b\,h.$

Somit wird

$$S = \frac{Z\,h}{3}\cdot\frac{27}{2\,b\,h^2} + \frac{3\,Z}{2\,b\,h} = \frac{6\,Z}{b\,h}$$

und da S = 70 kg anzunehmen, so wird

$$b\,h = \frac{6\,Z}{70} = \sim\frac{Z}{12} \quad . \; . \; . \; . \quad (43)$$

Es muß also die Spannung versechsfacht oder es darf als Festigkeitskoeffizient nur 12 kg/qcm zugelassen werden.

Eine andere Betrachtung führt zu demselben Ergebnis: Die Druckübertragung erfolgt vornehmlich auf der Berührungsfläche a b d und der Druck darf 70 kg/qcm nicht übersteigen; die in Betracht kommende Querschnittsfläche a b e d d e b a ist ungefähr $^1/_3$ des ganzen Querschnittes $= \frac{b\,h}{3}$; berücksichtigt man aber, daß es nach der ganzen Art der Zusammenfügung nicht wahrscheinlich ist, daß der Druck gleichmäßig über diese Fläche verteilt ist, so wird man wohl nur die halbe Fläche in Rechnung stellen dürfen, und es ergiebt sich hierdurch die Maximalbeanspruchung

$$S = \frac{Z}{\frac{b\,h}{6}} = \frac{6\,Z}{b\,h}$$

wie oben.

Für $b = \frac{2}{3}h$ wird $h = 0{,}35\,\sqrt{Z}$ . . . (44)

„ $b = \frac{3}{4}h$ wird $h = 0{,}33\,\sqrt{Z}$ . . . (44 a)

„ $b = h$ wird $h = 0{,}29\,\sqrt{Z}$ . . . (44 b)

Beispiel:[1]) Es sei Z = 6000 kg. Dann wird:

Formel (44): $h = 0{,}35\,\sqrt{6000} = 28,\; b = 19$ cm

„ (44 a): $h = 0{,}33\,\sqrt{6000} = 26,\; b = 20$ „

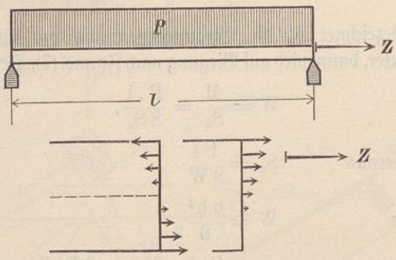
„ (44 b): $h = 0{,}29\,\sqrt{6000} = 23,\; b = 23$ „

§ 5.

Balken, welche auf Zug (wie ad 3) und gleichzeitig durch die Deckelast auf Biegung beansprucht werden.

Die Bundbalken, welche die Dachstreben aufnehmen und dadurch Zugspannungen erleiden, sind in der Regel Deckebalken, die durch die Deckelast P, Fig. 366, gleichmäßig auf Biegung beansprucht werden; dadurch erfahren die unteren Fasern Zugspannung, die oberen dagegen Druckspannung, während die letzteren gleichzeitig durch die Spannung Z auf Zug beansprucht werden.

Fig. 366.



Diese beiden Spannungen heben sich aber mehr oder weniger auf, so daß die in den unteren Fasern herrschenden Spannungen die größeren sind. Es genügt deshalb, die so belasteten Bundbalken unter Vernachlässigung der Zugspannung Z einfach nach der gleichmäßig verteilten Deckelast auf Biegung zu berechnen, d. h. nach Formel (23 a), wonach wird $b\,h^2 = 0{,}0125\,P\,l$.

Sollen die Abmessungen b und h in einem bestimmten Verhältnis stehen, so können die Werte von h unmittelbar berechnet werden; so z. B.

für $b = \frac{2}{3}h$, wird $h = 0{,}267\,\sqrt[3]{P\,l}$ . . (45)

„ $b = \frac{3}{4}h$, wird $h = 0{,}255\,\sqrt[3]{P\,l}$ . . (45 a)

„ $b = h$, wird $h = 0{,}235\,\sqrt[3]{P\,l}$ . . (45 b)

Beispiel:[1]) Es sei $P = 3000$ kg
$l = 4$ m $= 400$ cm.

Dann wird:

Formel (45): $h = 0{,}267\,\sqrt[3]{3000\,.\,400} = 28,\; b = 19$ cm

„ (45 a): $h = 0{,}255\,\sqrt[3]{3000\,.\,400} = 27,\; b = 20$ „

„ (45 b): $h = 0{,}235\,\sqrt[3]{3000\,.\,400} = 24,\; b = 24$ „

§ 6.

Zugstangen.

Werden statt der hölzernen Bundbalken eiserne Zugstangen verwendet, wie dies bei den Holzeisenkonstruktionen der Fall ist, so sollte man deren Beanspruchung bei der Rechnung nicht über 600 kg/qcm steigern, da sich unter dem Einfluß der Temperatur die beiden Materialien wesentlich verschieden verhalten, so daß sich infolge des verschiedenen Maßes der Längenänderungen die Spannungen bedeutend vermehren können.

1) Siehe Fußnote Seite 124.

1) Siehe Fußnote Seite 124.

Bezeichnet: Z die Zugspannung,
d den Durchmesser der Stange,

dann wird somit nach Formel (3), da $q = \frac{\pi d^2}{4}$,

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{Z}{600},$$

und hieraus $d\,cm = 0{,}047 \sqrt{Z}$ . . . . . (46)

Beispiel:[1]) Es sei Z = 7900 kg,
dann wird

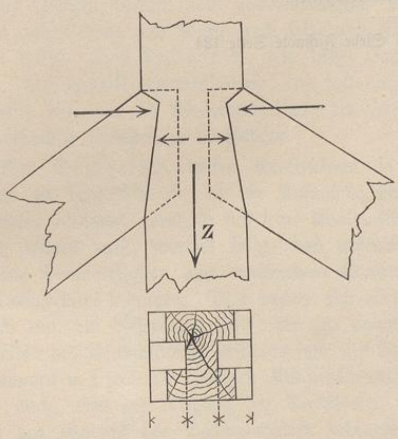
$$d = 0{,}047 \sqrt{7900} = 4{,}2 \text{ cm}.$$

§ 7.

Hängesäulen.

Am Kopfe der Hängesäule fallen beide Streben an, und setzen sich mit Zapfen und Versatzung in dieselbe ein, Fig. 367, wodurch der Querschnitt etwa auf die Hälfte verschwächt wird, so daß bei quadratischem Querschnitt, der sich zur

Fig. 367.



Verwendung bei den Hängesäulen empfiehlt, nur mehr $q = \frac{h^2}{2}$ in Rechnung zu stellen ist. Hierzu kommt, daß die Pressungen der Streben gegen die Hängesäulen senkrecht zur Faserrichtung erfolgen, daß die Festigkeit in dieser Richtung aber wesentlich geringer ist als diejenige längs der Faserrichtung, und daß das Holz außerdem gerade in der Querrichtung, also in der Richtung des Druckes schwindet. Um brauchbare Querschnitte zu erhalten, wird es sich deshalb empfehlen, auch hier nur eine Festigkeit von 12 kg/qcm wie beim Zugbalken einzustellen, und es muß somit sein, wenn Z die Zugspannung bezeichnet:

1) Siehe Fußnote Seite 124.

$$\frac{h^2}{2} = \frac{Z}{12}$$

und hieraus $h = 0{,}4 \sqrt{Z}$ . . . . . . (47)

Hat die Hängesäule noch Gegenstreben aufzunehmen, so ist selbstverständlich die in der Hängesäule wirkende Gesamtspannung in Rechnung zu stellen.

Die Hängesäule muß jedoch mindestens die Breite der anfallenden Streben erhalten; sollte deshalb Formel (47) geringere Werte liefern, so ist das Maß auf die Strebebreite zu erhöhen.

Beispiel:[1]) Es sei Z = 1600 kg,
dann wird $h = 0{,}4 \sqrt{1600} = 16$ cm.

§ 8.

Pfetten.

Die Dachpfetten sind durch die Deckung, durch Wind und Schnee gleichmäßig belastet, und somit, wenn P diese gleichmäßig verteilte Totallast bezeichnet, zu berechnen nach Formal (22), wonach wird

$$M\,max = \frac{P\,l}{8}$$

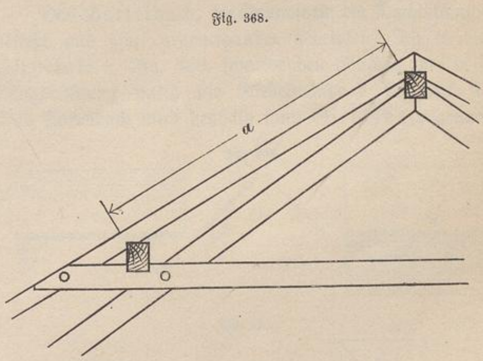
und somit nach Formel (7)

$$W = \frac{P\,l}{8\,S}.$$

Setzen wir die Länge l der Pfetten, zwischen zwei Dachbindern gemessen, in Meter ein, so muß auch die Beanspruchung S auf Quadratmeter bezogen werden, d. h.

S = 700 000 kg.

Fig. 368.



Bezeichnet ferner (Fig. 368):
- p die Dachlast pro Quadratmeter, in der Dachfläche gemessen, in Kilogramm,
- a die Pfettenentfernung, in der Dachfläche gemessen, in Meter,
- l die Binderentfernung in Meter.

1) Siehe Fußnote Seite 124.

Dann wird

$$P = p \cdot a \cdot l, \text{ und somit, da } W = \frac{b\,h^2}{6},$$

$$\frac{b\,h^2}{6} = \frac{p \cdot a \cdot l \cdot l}{8 \cdot 700000},\ \frac{p\,a\,l^2}{8 \cdot 700000}.$$

Nimmt man den Pfettenquerschnitt rechteckig und am besten $b = \frac{3}{4}h$, dann ist

$$\frac{3}{4}h \cdot \frac{h^2}{6} = \frac{p\,a\,l^2}{8 \cdot 700000}, \text{ und hieraus}$$

$$h\ \text{cm} = 1{,}12\ \sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[3]{a\,l^2} \quad \ldots \quad (48)$$

Ebenso wird für $b = \frac{2}{3}h$

$$h\ \text{cm} = 1{,}18\ \sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[3]{a\,l^2} \quad \ldots \quad (48\text{a})$$

Es ist anzunehmen:

Bei Zinkdeckung . .	$p = 100$ kg
„ Schieferdeckung .	$p = 125$ „
„ Falzziegeldeckung .	$p = 125$ „
„ Flachziegeldeckung	$p = 145$ „
„ Doppelziegeldeckung	$p = 165$ „

Beispiel:[1] Es sei $p = 125$ kg, $a = 4$ m, $l = 4$ m.

Dann wird:

bei $b = \frac{3}{4}h$

Formel (48): $h = 1{,}12\ \sqrt[3]{125}\ \sqrt[3]{4 \cdot 4^2} = 22{,}5$ cm
$b = \ .\ .\ 17$ cm,

bei $b = \frac{2}{3}h$

Formel (48 a): $h = 1{,}18\ \sqrt[3]{125}\ \sqrt[3]{4 \cdot 4^2} = 24$ cm
$b = \ .\ .\ 16$ cm.

Die aus vorstehenden Berechnungen sich ergebenden Abmessungen sind als ausreichend, aber doch als Minimalwerte zu betrachten, die mit Rücksicht auf sachgemäße Verbindung der zusammentreffenden Hölzer manchmal werden vergrößert werden müssen. Jedenfalls sollte man aber bei allen Konstruktionshölzern unter das Maß von 12 × 12 cm nicht heruntergehen.

1) Siehe Fußnote Seite 124.