



Die Lehre von der Beleuchtung und Schattierung

Delabar, Gangolf

Freiburg im Breisgau [u.a.], 1893

b) Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen in parallel- und polarperspektivischer Darstellung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78623](#)

seinen Schlagschatten in $A'_2 a_1$ in der H.E. und in $a_1 B' D' E'_1 \dots$ in der V.E. hat. Den Schatten der Deckplatte auf die Cylinderfläche erhält man, indem man durch einzelne Punkte der schattenwerfenden Linie ($p g t$, $p' g' t'$) mit der Lichtrichtung Parallelen zieht und deren Durchschnittspunkte (p_1, p'_1), (q_1, q'_1), ... mit der Cylinderfläche bestimmt und deren Vertikalprojektionen $p'_1, q'_1, g'_1, s'_1, t'_1$ durch stetige krumme Linien aus freier Hand verbindet.

Bezüglich der Ausführung des Schattierens halte man sich an die früher erklärten Regeln und an die betreffs der vorigen Figuren angegebenen Erläuterungen.

b) Elementaraufgaben verschiedener Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen in parallel- und polarperspektivischer Darstellung.

(Fig. 85—92, Blatt 25.)

203. Nehmen wir auch hier bezüglich der Lichtrichtung den einfachsten Fall an, daß die Projektionen des Lichtstrahles mit der zwischen denselben liegenden Koordinatenachse OX einen Winkel von 45° einschließen, so findet man die Richtung des Lichtstrahles selbst für die Schattenkonstruktion in orthographisch parallelperspektivischer Darstellung wie folgt.

Ist $OZXY$ (Fig. 85) das gegebene Achsenkreuz für das den folgenden Darstellungen zu Grunde gelegte Projektionssystem $z:x:y = 1:1:\frac{1}{2}$, wofür bekanntlich die Achsenwinkel $H_1 OZ = H_2 OZ = 90^\circ$,

$\angle H_2 OX = \eta = 7^\circ 11'$ und $H_1 OY = \Theta = 41^\circ 25'$, und macht man $O1 = O1_2$ (beliebig groß) und $O1_1 = \frac{1}{2} O1 = \frac{1}{2} O1_2$ und zieht $l_1 l_1$ und $l_2 l_2$, so sind dies die Projektionen des Lichtstrahles auf die Ebenen XY und XZ; und zieht man durch l_1 eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OY und verbindet man l_1 mit L , dem Durchschnittspunkt beider Parallelen, so ist die Verbindung $l_1 L$ die Richtung des einfallenden Lichtstrahles selbst. Macht man noch $O1_0 = O1_2 = O1$ und $l_0 \lambda = l_0 l_2$ und zieht durch λ eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OH_1 und verbindet l_2 , den Durchschnittspunkt beider Parallelen, mit l_0 und zieht endlich auch noch $l_0 l_2$, so erhält man in der letztern Linie die Vertikalprojektion der Lichtrichtung, welche mit der Projektionsachse $H_1 H_2$ den Winkel $O1_0 l_2 = 45^\circ$ einschließt, und in der Geraden $l_0 L_2$ die in die Vertikalebene umgedrehte Lichtrichtung selbst, deren horizontaler Neigungswinkel $\lambda l_0 L_2 = \alpha = 35^\circ 16'$ beträgt. Damit ist man nun im stande, den Schatten irgend eines Gegenstandes nach dem angegebenen orthographisch-parallelperspektivischen Projektionssystem zu finden.

204. Aufgabe. Es sei in Fig. 86 die orthographisch-monodimetrische Projektion A B D E eines aus dem vertikalen Stab AB und dem horizontalen Stab DE bestehenden Kreuzes, sowie die parallel-perspektivische Lichtrichtung L_1 und die Grundrissprojektion l_1 der

leßtern gegeben; man soll den Schlagschatten des Kreuzes auf die Ebenen XY und XZ finden.

Auflösung. Zieht man durch A, sowie durch D_1 und E_1 , die Grundrissprojektionen von D und E, Parallelen Aa , D_1d_1 und E_1e_1 mit l_1l , der Grundrissprojektion des Lichtstrahles, errichtet in a , d_1 und e_1 Senkrechte zur Horizontalen H_1H_2 und zieht durch B, C, D und E Parallelen Bb , Cc , Dd und Ee mit der Lichtrichtung Ll , so erhält man in $Aa b d e$ den verlangten Schatten, wovon der Theil Aa auf die Ebenen XY und der übrige Teil auf die Ebene XZ zu liegen kommt.

Der Schüler versuche nun ebenso den Schlagschatten eines Kreuzes mit körperlichen Dimensionen, dessen beide Stäbe also eine bestimmte Länge, Breite und Dicke haben, zu bestimmen.

205. Aufgabe. Es sei in Fig. 87 die orthographisch-monodimetrische Projektion eines quadratischen Pfostens mit Fuß- und Deckplatte, sowie die parallelperspektivische Lichtrichtung LH und ihre Grundrissprojektion IR gegeben; man soll sowohl den eigenen als den Schlagschatten bestimmen und mit Tusché und Pinsel wirklich ausführen.

Auflösung. Um zunächst den Schlagschatten zu bestimmen, denke man sich durch die einzelnen Punkte der schattenwerfenden Linien Strahlen parallel zu LH und durch deren Grundrissprojektionen Parallelen mit IR gezogen und die Spuren oder Durchschnittspunkte der

erstern (der Lichtstrahlen) mit der Ebene XY, resp. XZ gesucht und gehörig miteinander verbunden. Auf diese Weise geben die Endpunkte A, B, C der Oberfläche der Deckplatte die Schatten a , b , c , sowie die Endpunkte D und E der Unterfläche derselben die Schatten d und e auf der Ebene XZ. Es sind folglich ab und bc die Schatten der liegenden Kanten AB und CB, sowie cd und ae die Schatten der aufrechten Seitenkanten CD und AE der Deckplatte. Zieht man nun noch dh parallel ab , und eh parallel bc , so hat man in $abedh$ die vollständige Umgrenzung des Schattens der oberen Deckplatte, von welchem ein kleiner Teil bei ae vom Körper selbst verdeckt ist.

Zieht man ferner durch die Grundrissprojektionen F und G derjenigen aufrechten Kanten des Mittelpfostens, wo Licht und Schatten voneinander begrenzt sind, mit der Grundrissprojektion IR der Lichtrichtung die Parallelen Ff und Gg bis zur Achse OX und errichtet in f und g die Parallelen fi und gi mit OZ, so sind dieselben die in der Ebene XZ sichtbaren Schatten der genannten Seitenkanten des Mittelpfostens.

Zieht man ebenso durch die Endpunkte M, N, P der Oberfläche der Fußplatte Lichtstrahlen parallel LH und durch die Endpunkte Q und R der Unterfläche derselben Parallelen mit der Grundrissprojektion IR der Lichtrichtung, so erhält man in p und m die Schatten der zugehörigen oberen Endpunkte P und M; und zieht man durch p eine Parallele mit PN und durch m eine Parallele mit MN, so erhält man in $RmngfupQ$ den

vollständigen Umriss des Schlagschattens der ganzen Körperzusammenstellung auf der Grundrissebene, wovon wieder ein Stück, das hinten von Qp u fv begrenzt wird, unsichtbar ist.

Nun fehlen nur noch die Schlagschatten, welche der Mittelposten auf die Fußplatte und die Deckplatte auf den Mittelposten wirft. Diese zu erhalten, hat man bloß durch S und T, die untern Endpunkte des Mittelpostens, Parallelen mit 1R und durch H eine Parallele $H h_1$ mit der Lichtrichtung und durch h_1 eine Parallele $h_1 d_1$ mit der untern Kante HD der Deckplatte zu ziehen.

Was den eigenen Schatten betrifft, so befinden sich in demselben unter den sichtbaren Flächen diejenigen, welche zur rechten Seite an die schattenwerfenden aufrechten Kanten RM, SD₁ und DC anstoßen.

Es mag noch bemerkt werden, daß bei unserer Annahme des Lichtstrahles die Diagonale H₁B₁ der Grundplatte mit der Grundrissprojektion 1R der Lichtrichtung parallel ist. — Auf gleiche Weise verfährt man, wenn der Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung nach dieser Methode zu suchen ist.

206. Wenden wir uns zur klinographisch-monodimetrischen Projektionsart und nehmen wir ebenfalls für die folgenden Konstruktionen das System: $z:x:y = 1:1:\frac{1}{2}$ und den Winkel $\theta = 30^\circ$ und den Winkel $\eta = 0^\circ$ an, so sei OZXY (Fig. 88) das zugehörige Achsenkreuz, also $OZ \perp OX$ und

Winkel $X_1 OY = \theta = 30^\circ$. Macht man dann $O1 = O1_2$ und $O1_4 = \frac{1}{2} O1 = \frac{1}{2} O1_2$ und zieht $l_1 l$ und $l_2 l$, so sind dies die Projektionen der Lichtrichtung in den Ebenen XY und XZ. Zieht man noch durch l_1 eine Parallele mit OZ und durch l_2 eine Parallele mit OY, und verbindet ihren Durchschnittspunkt L mit l, so ist lL die Lichtrichtung selbst. Macht man noch $ll_0 = ll_2$ und zieht durch l_0 eine Senkrechte und in l_2 eine Parallele zu OX und verbindet den Durchschnittspunkt L_2 mit l, so stellt $\angle l_0 l L_2$ zugleich den in die Vertikalebene umgedrehten horizontalen Neigungswinkel $\alpha = 35^\circ 16'$ der Lichtrichtung mit der Grundrissebene dar. Damit ist man nun im stande, den Schatten irgend eines Gegenstandes nach dem angegebenen klinographisch-monodimetrischen Projektionsystem zu finden.

207. Aufgabe. Es sei in Fig. 89 die klinographisch-monodimetrische Projektion eines senkrechten Kreiskegels gegeben, sowie die Lichtrichtung und ihre Grundrissprojektion; man soll die Isophoten des Kegels wie den Schatten desselben auf die Grundrissebene und auf das nebenbeigelegte Prisma, samt Schatten des letztern bestimmen und mittels Tusch und Pinsel ausführen.

Auflösung. Die Isophoten des Kegels nach der angegebenen klinographisch-monodimetrischen Projektionsmethode findet man, wie in § 103, Fig. 44, Blatt 9,

erklärt worden ist. Dazu denken wir uns den Grundkreis des Kegels, dessen Centrum in c und dessen Radius in cf angenommen ist, in die Ebene XZ , die hier zugleich als Bildfläche angenommen ist, umgelegt. Ziehen wir dann cA_1 so, daß $\angle fca_1 = 45^\circ$, so ist dies die Richtung für die Beleuchtungsskale der Isophotenkonstruktion des Grundkreises. zieht man hierauf fs und $fg \perp fs$, trägt eg und fg nach li und lk in Fig. 88, errichtet in i und k Senkrechte, welche die umgelegte Lichtrichtung lL_2 in J und K durchschneiden, und trägt hierauf iJ nach cN_1 und IK nach $N_1M_1(A_1)$, so ist N_1 der Nullpunkt und M_1 (der zufällig mit A_1 zusammenfällt) der Maximalpunkt der Beleuchtungsskale für den umgelegten Grundkreis K_1 . Führt man nun damit die Isophotenkonstruktion derselben aus, indem man die Strecke N_1M_1 in zehn gleiche Teile teilt und auch noch solche Teile von N_1 rückwärts bis zum Kreisumfang abträgt und in den Teilpunkten Senkrechte zur Skale N_1M_1 errichtet, welche den Umfang des Kreises K_1 in den verlangten Isophotenpunkten durchschneiden, und trägt die letztern in die Linographische Projektion k über und verbindet die erhaltenen Isophotenpunkte der Ellipse k mit der Spitze s , so sind die Verbindungslien die verlangten Isophoten der Kegelfläche. Um den Schlagschatten zu finden, ziehe durch die Spitze s eine Parallel mit der Lichtrichtung l_1 (in Fig. 88) und durch das Centrum c eine Parallel mit der Grundrissprojektion l_1l der Lichtrichtung (in Fig. 88), welche die erstere in s_1 durchschneidet. Von diesem

Punkte ziehe an die Ellipse k die beiden Tangenten s_1u und s_1v , so bestimmen diese den Schlagschatten auf der Ebene XY . Errichtet man hierauf in s_1 eine Vertikallinie, welche den durch s gehenden Lichtstrahl in s' schneidet, und zieht man durch s_2 eine Parallel zu cs_1 , welche den Lichtstrahl ss_1 in s_2 schneidet, und verbindet s' mit w und x und s_2 mit y und z , so ist auch der Schlagschatten des Kegels auf das zur Seite liegende vierseitige Prisma gefunden. Um endlich auch noch den Schlagschatten des Prismas auf die Grundrissebene zu erhalten, ziehe man durch die Endpunkte Q, R, T der Oberfläche derselben Parallelen mit der Lichtrichtung ss_1 (oder l_1l der Fig. 88) und durch die Endpunkte P_1 und P_2 der Unterfläche derselben Parallelen mit der Grundrissprojektion l_1l der Lichtrichtung (in Fig. 88) und endlich durch den Durchschnittspunkt q eine Parallel mit QR^*) und durch t eine Parallel mit RT , so bildet P_1qrtp_2 den Umriss des verlangten Schlagschattens des Prismas auf die Grundrissebene.

Ebenso erhält man auch nach dieser Projektionsmethode den Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung.

208. Indem wir auch noch einige Schattenkonstruktionen in polarperspektivischer Darstellung befügen, sei in Fig. 90 und 91 G_1G_2 die Grundlinie der Bildfläche, H_1H_2 der Horizont und

*) Der Durchschnittspunkt q , wie die Parallel zu QR durch denselben fällt nicht mehr auf die Zeichnungsfäche.

darauf A der Augpunkt, der zugleich der Fluchtpunkt für die auf der Bildfläche senkrecht stehenden Kanten des mit der vorderen Fläche CKMN in der Bildfläche liegenden Würfels ist. Zur Bestimmung der hintern perspektivischen Punkte, wie J in Fig. 90, dient der Distanzpunkt, der hier jedoch außerhalb der Zeichnungsfläche fällt und durch den Vierteldistanzpunkt $\frac{D}{4}$ ersetzt ist. Bei dem schrägestellten quadratischen Prism in Fig. 91 laufen die parallelen Seiten CE und KJ mit NP und MQ nach dem im Horizont gelegenen Fluchtpunkt F, und die hintern Punkte, wie E, findet man mittelst des zugehörigen Teilstückes T, der ebenfalls linkerhand auf dem Horizont liegt. An das vierseitige Prisma ist noch, wie man sieht, ein Strebepfeiler angelehnt, dessen Basis ebenfalls ein Viereck ist, von welchem zwei Seiten nach dem Fluchtpunkt F zulaufen, und dessen beide andere Seiten mit den Seiten CK und EJ denselben unzugänglichen Fluchtpunkt haben.

209. Aufgabe. Es ist, wie im vorigen kurz erläutert, in Fig. 90 die polarperspektivische Projektion eines Würfels in gerader Ansicht und in Fig. 91 die polarperspektivische Projektion eines aufrechten quadratischen Pfostens samt angelehntem Strebepfeiler in schräger Ansicht gegeben, sowie die Lichtrichtung; man soll die Schatten dieser Körperarten in polarperspektivischer Darstellung bestimmen.

Auflösung. Man denke sich in A, dem Aug-

punkt, eine Senkrechte, gleich der Entfernung des Auges von der Bildfläche, errichtet und alsdann durch das im Endpunkt dieser Senkrechten gelegene Auge eine Parallele mit der Lichtrichtung gezogen und ihren Durchschnittspunkt mit der Bildfläche bestimmt. Derselbe ist alsdann der Fluchtpunkt für alle parallelen Lichtstrahlen. S sei dieser Punkt. Errichtet man dann durch S eine Senkrechte zum Horizont, so ist der Durchschnittspunkt V der Fluchtpunkt für alle perspektivischen Grundrissprojektionen der Lichtstrahlen. Nach S laufen somit alle durch die Eckpunkte N, P, Q des Würfels in Fig. 90, sowie durch die Eckpunkte N, P, Q des quadratischen Pfostens in Fig. 91 gehenden perspektivischen Lichtstrahlen; und ebenso laufen alle durch die zugehörigen Grundrissprojektionen C, E, J gehenden Grundrissprojektionen der Lichtrichtung in beiden Figuren nach V. Die Durchschnittspunkte n, p, q beider Liniensysteme liefern dann die perspektivischen Schattenpunkte der oberen Eckpunkte, und durch deren Verbindung erhält man endlich den Schattenumris CnpqJ in beiden Figuren. zieht man die Linie RV, welche CK in r schneidet, und verbindet r mit U, so hat man in Kr und rU auch den Schlagschatten des schießen Strebepfeilers auf die Grundrissebene und den quadratischen Pfosten.

Was den eigenen Schatten betrifft, so sind in Fig. 91 unter den sichtbaren Flächen die an die Kanten CN und RU stoßenden rechten Seitenflächen im eigenen Schatten. Bei der Ausführung mit Tusche und Pinsel sind dann diese Flächen, wie die Figur zeigt, nach hinten etwas zu

verwaschen, während umgekehrt die Lichtfläche von den hinteren Kanten LW, KM, PQ nach vorne gegen RU, CN, MN zu verwaschen sind. Dasselbe gilt auch für die Flächen KJQM und MQPN in Fig. 90, während die vordere Fläche KCNM dieser Figur dagegen gleichmäßig anzulegen ist. Die Flächen im eigenen Schatten sind bei diesem Körper unsichtbar.

Bei XZ (Fig. 92) ist noch eine Vertikale, die die Höhe einer menschlichen Figur vorstellen mag, aufgestellt, und in Xz durch die Strahlen ZS und XV ihr Schatten auf die Grundrißebene bestimmt.

Ähnlich verfährt man, wenn man nach der polarperspektivischen Projektionsart den Schatten irgend einer andern Körperzusammenstellung zu bestimmen hat.

c) Schattenkonstruktionen verschiedener praktischer Anwendungen.

(Fig. 93–105, Blatt 26–32.)

210. Auf Blatt 26 und 27 haben wir zur Übung eine Reihe von Schattenkonstruktionen verschiedener praktischer Anwendungen aufgenommen, welche für diejenigen Schüler, welche die vorausgehenden Elementaraufgaben über Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen gut verstanden haben, fast ohne weitere Erklärungen verständlich sein werden. Auf dem Blatt 26 finden sich in Fig. 93 bis 96 vier verschiedene Beispiele von einfachen Treppen mit ihren Schlagschatten angegeben. Die Konstruktion der letztern ist durch Hilfslinien angedeutet, so daß in der That jede weitere Erklärung überflüssig

erscheint. Auf Blatt 28 sind in Fig. 97–98 zunächst die Schlagschatten zweier Wandpfeiler und in Fig. 99 bis 100 sodann die Schlagschatten zweier Thüreingänge konstruiert, und auch diese Konstruktionen werden vom aufmerksamen Schüler ohne weiteres verstanden werden, da dieselben ebenfalls durch Hilfslinien angedeutet sind. Die weiteren praktischen Beispiele auf Blatt 28–32, die hinsichtlich der Konstruktion der Schatten schon mehr Schwierigkeiten darbieten, sollen dagegen noch etwas näher erklärt werden.

211. Beim Dampfcylinder, von dem in Fig. 101, Blatt 27, ein Horizontal- und Vertikalschnitt samt den Projektionen der Lichtrichtung gegeben, sind nacheinander folgende Beleuchtungs- und Schattenkonstruktionen auszuführen.

Zuerst suche man die Isophoten des hohlen Dampfcylinders, des cylindrischen Kolbens und der cylindrischen Stange, die beide massiv gedacht und nicht geschnitten sind, wie früher (§ 130, Fig. 53, und § 60, Fig. 25) ausführlich erklärt worden ist.

Sodann bestimme man den eigenen Schlagschatten, den die Kante (a, a'₁ a'₂) und der Bogen (ab, a'₂ b') des oberen Kreisumfangs des hohlen Dampfcylinders auf die innere Mantelfläche selbst und auf die obere Kreisfläche des Kolbens, sowie den Schlagschatten, den der Dampfcylinder selbst auf den unteren Rand und auf die Projektionsebenen wirkt, wie dies in § 200, Fig. 82, erklärt worden ist.