Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 16. Hyperbel. Gleichung derselben

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

1) $AF = \frac{1}{2}p$.

2) $PF = BP = FQ + p$.

ferner $y^2 = PF^2 - FQ^2$

$= (FQ + p)^2 - FQ^2 = p^2 + 2FQ \cdot p$.

$= p^2 + 2(x - \frac{1}{2}p)p$

oder: $$y^2 = 2px. \tag{17}$$

Parameter: Die Abscisse des Brennpunktes ist $= \frac{1}{2}p$, daher die zugehörige Ordinate, d. h. der halbe Parameter der Parabel nach (17): $y^2 = p^2$, also $y = p$, also der Parameter, (d. i. $2y) = 2p$.

§ 16.

Hyperbel. Gleichung derselben.

Die Hyperbel ist eine Kurve von der Eigenschaft, dass die Differenz der Abstände (radii vectores) jedes ihrer Punkte von zwei festen Punkten, (Brennpunkten), constant ist.

In Fig. 10 ist also für jeden beliebigen Punkt P der Kurve $F'P - FP$ constant. Wir setzen dieselbe $= 2a$.

Nehmen wir FF' als Abscissenaxe, die in ihrem Halbirungspunkt A errichtete Senkrechte als Ordinatenaxe, dann ist, wenn $FF' = e$ gesetzt wird, analog § 13:

$$PF' - PF = 2a = \sqrt{y^2 + (x + e)^2} - \sqrt{y^2 + (x - e)^2}$$

$$2a + \sqrt{y^2 + (x - e)^2} = \sqrt{y^2 + (x + e)^2}.$$

woraus sich ergiebt: (analog § 13)

$$a^2 y^2 - (e^2 - a^2) x^2 = - a^2 (e^2 - a^2)$$

und wenn man $e^2 - a^2 = b^2$ setzt:

$$a^2 y^2 - b^2 x^2 = - a^2 b^2$$

oder $$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}. \tag{18}$$

Für $x = a$ wird $y = 0$, der Punkt P liegt also für $x = a$ in der Abscissenaxe, die Kurve schneidet also die Abscissenaxe in der Entfernung a vom Coordinatennullpunkte. Dieser Durchschnittspunkt ist der der Coordinatenaxe nächste Punkt der Kurve, denn für $x < a$ wird die Wurzel imaginär. Für $x = - a$ wird y ebenfalls $= 0$, mithin wird die Abscissenaxe in ihrem negativen Theile ebenfalls von der Kurve geschnitten, diese besteht also aus zwei getrennten Theilen. Die Entfernung der beiden Punkte M und M′ ist $= 2a$.

Wir werden dieses Capitel im Abschnitt IV mit Anwendung der im nächsten Abschnitt III zu behandelnden Differentialrechnung fortsetzen.

III. Differentialrechnung.

§ 17.

Erläuterungen.

Bedeutet $y = f(x)$ dass y eine Funktion von x sei, wobei wir uns also unter $f(x)$ irgend einen Ausdruck, in welchem x in irgend einer Verbindung vorkommt, zu denken haben, (vergl. Abschn. II § 7), so wird, sobald man x um eine gewisse