Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 11. Gleichung des Kreises

$y_1 = y_2 = y$, $x_1 = x_2 = x$, so erhalten wir die Coordinaten für den Schnittpunkt beider Linien aus den zwei Gleichungen:

$$y = a_1 x + b_1$$
$$y = a_2 x + b_2$$

welche nach x und y aufzulösen sind.

§ 10.

Umformung der Coordinaten.

Gegeben seien die Coordinaten eines Punktes P, Fig. 6, bezogen auf das Coordinatensystem 0′Y′, 0′X′, gesucht die Coordinaten desselben Punktes, bezogen auf das System 0 Y, 0 X. Die Neigung der Abscissenaxen beider Systeme zu einander sei α, die Coordinaten des Punktes 0′, bezogen auf das System 0 Y, 0 x seien a, (Abscisse), und b, (Ordinate), so ist:

$$x = 0S - QS = a + 0'R - Q'T$$

und analog
$$\left.\begin{aligned} x &= a + x' \cos\alpha - y' \sin\alpha \\ y &= b + x' \sin\alpha + y' \cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

§ 11.

Gleichung des Kreises.

Ist der Kreismittelpunkt Nullpunkt des Coordinatensystems, so ergiebt sich als Gleichung des Kreises ohne Weiteres: — vergl. Fig. 7a:

$$y^2 = r^2 - x^2 \quad (14)$$

(Mittelpunktsgleichung.) Liegt dagegen der Nullpunkt in einem Endpunkte des Durchmessers, und betrachtet man diesen als Abscissenaxe, die Tangente im Nullpunkte als Coordinatenaxe, Fig. 7b, so ergiebt sich die **Scheitelgleichung:**

$$y^2 = r^2 - (r - x)^2$$
$$= 2rx - x^2$$
$$y = \sqrt{2rx - x^2} \quad (14a)$$

Die Zweideutigkeit des Wurzelzeichens deutet an, dass die Ordinaten positiv und negativ, d. h. zu beiden Seiten der Abscissenaxe liegen können. Da der Wurzelausdruck rechts allein steht, so sind die beiden aus dem Ausdrucke rechts sich ergebenden Werthe für y ihrem absoluten Werthe nach gleich, nur dem Vorzeichen nach verschieden, womit angedeutet ist, dass zu einer Abscisse zwei gleiche, nur dem Vorzeichen nach verschiedene Ordinaten gehören.

Da es ganz gleichgültig ist, welche der beiden Axen man als Xaxe und welche man als Yaxe ansehen will, so kann man die letztere Gleichung auch schreiben:

$$x = \sqrt{2ry - y^2}. \quad (14b)$$

§ 12.

Die Ellipse.

Die Ellipse ist eine Kurve, in welcher die Summe der Abstände jedes beliebigen Kurvenpunktes von zwei festen Punkten F und F′ (Brennpunkten), constant ist, also z. B. in Fig. 8 $NF' + NF = PF' + PF$.

PF′ und PF heissen radii vectores, MM′, der Lage nach bestimmt durch die Brennpunkte F und F′, heisst die grosse Axe, ihr Halbirungspunkt A der Mittelpunkt, die in A errichtete Senkrechte NN′ die kleine Axe der Ellipse. Der Abstand der Brennpunkte vom Mittelpunkte heisst die Excentricität. Die doppelte