



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 32. Differentiation cyclometrischer Funktionen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-79893](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-79893)

5) und analog für $\cot x$

$$\frac{d \cot x}{d x} = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x). \quad (42)$$

§ 32.

Differentiation cyclometrischer Funktionen.

Erläuterung: Man versteht unter $\arcsin x$ den in Theilen des Radius ausgedrückten Bogen, dessen Sinus $= x$ ist.

1) Hat man

$$y = \arcsin x$$

so ist

$$\sin y = x$$

also:

$$\frac{d x}{d y} = \cos y$$

$$\frac{d y}{d x}, \text{ d. i. } \frac{d \arcsin x}{d x} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 y}}$$

$$\frac{d \arcsin x}{d x} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}. \quad (43)$$

2) Analog erhält man:

$$\frac{d \arcsin x}{d x} = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}. \quad (44)$$

3) Ist

$$\arcsin x = y, \text{ so ist } x = \sin y$$

also

$$\frac{d x}{d y} = \cos y, \quad \frac{d y}{d x} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 y}}$$

oder

$$\frac{d \arcsin x}{d x} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (45)$$

und analog

$$4) \quad \frac{d \arccos x}{d x} = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}. \quad (46)$$

§ 33.

Goniometrische Reihen.

1) **Aufgabe:** $\sin x$ in eine Reihe nach aufsteigenden Potenzen von x zu entwickeln.

$$\begin{aligned} \text{Es ist } f(x) &= \sin x, & f(0) &= 0 \\ f'(x) &= \cos x, & f'(0) &= 1 \\ f''(x) &= -\sin x, & f''(0) &= 0 \\ f'''(x) &= -\cos x, & f'''(0) &= -1. \end{aligned}$$

Also nach (31)

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{x^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \quad (47)$$

Analog findet man

$$2) \cos x = 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots \quad (48)$$

$$3) \tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{3 \cdot 5} + \dots \quad (49)$$

$$4) \cot x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + \frac{x^3}{4 \cdot 5} - \dots \quad (50)$$