Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 43. Erläuterungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

Durch Differentiation der Parabelgleichung finden wir:

$$2\,y\,d\,y = 2\,p\,d\,x$$

$$d\,y = \frac{p\,d\,x}{y} = \frac{p}{\sqrt{2\,p\,x}}\,.\,d\,x$$

wodurch Gl. 2) übergeht in:

$$3)\quad f_2 = x\,\frac{p}{\sqrt{2\,p\,x}}\,.\,d\,x.$$

Setzen wir das uns noch unbekannte Verhältniss $f_1 : f_2 = \frac{1}{n}$, also $n\,f_1 = f_2$, so erhalten wir aus 1) und 3)

$$n\sqrt{2\,p\,x}\,.\,d\,x = \frac{p\,x}{\sqrt{2\,p\,x}}\,.\,d\,x$$

$$2\,n\,p\,x = p\,x$$

$$n = \frac{1}{2}.$$

Es ist also:

$$f_2 = \frac{1}{2}\,f_1.$$

Da man die mit I und II bezeichneten Flächenbschnitte in Fig. 18 als Summe einer unendlichen Zahl solcher kleinen Flächenabschnitte mit der Basis $d\,x$ bezw. $d\,y$ ansehen kann, so folgt, dass die Fläche F_2 des mit II bezeichneten Abschnitts = der Hälfte der Fläche F_1 des mit I bezeichneten Abschnitts sein muss. Die Summe beider Flächen ist aber gleich $x\,y$, daher

$$F_1 = \frac{2}{3}\,x\,y. \tag{58}$$

D. h. die Fläche des von den Coordinaten x und y abgegrenzten Parabelsegments ist gleich dem Rechtecke $\frac{2}{3}\,x\,y$.

C. Krümmungskreise.

§ 43.

Erläuterungen.

Zieht man in zwei Punkten A und B, Fig. 19, einer Kurve an diese Tangenten, so heisst der von diesen eingeschlossene Winkel α die Krümmung des Kurvenbogens A B. Bezeichnet s die Länge des Bogens A B, so heisst $\frac{\alpha}{s}$ die durchschnittliche Krümmung der Längeneinheit.

§ 44.

Krümmungsradius.

1) Ist s der Bogen eines Kreises mit dem Radius r, Fig. 20, so ist $\frac{s}{r}$ ein Mass für den Winkel β, — (vergl. § 31, 1) —, oder da $\alpha = \beta$, auch für den Winkel α. Die durchschnittliche Krümmung der Längeneinheit ist also $= \frac{1}{r}$. Die Reciproke des Radius ist also ein Mass für dieselbe.