Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 8. Die drei Hauptaufgaben der Ausgleichsrechnung

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

obachtungen von gleichem Gewichte, und werden nun das arithmetische Mittel aus denselben als wahrscheinlichsten Werth anzusehen haben. Seien die Beobachtungen mit den Gewichten $p_1\, p_2 \ldots p_n = l_1\, l_2 \ldots l_n$, so erhalten wir als wahrscheinlichsten Werth

$$x = \frac{l_1 + l_1 + \ldots (p_1 \text{ mal}) + l_2 + l_2 + \ldots (p_2 \text{ mal}) + \ldots}{p_1 + p_2 + \ldots}$$

oder
$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \ldots + l_n}}{\mathbf{p_1 + p_2 + \ldots p_n}}. \tag{73}$$

Wir finden also das arithmetische Mittel aus mehreren Beobachtungen von verschiedenem Gewichte, — **allgemeines arithmetisches Mittel** —, wenn wir jede Beobachtung mit ihrem Gewichte multipliciren und die Summe dieser Produkte durch die Summe der Gewichte dividiren. Analog der Gl. (63) erhalten wir als Rechenprobe:

$$[p\, v] = 0. \tag{73a}$$

§ 8.

Die drei Hauptaufgaben der Ausgleichungsrechnung.

1) **Ausgleichung direkter Beobachtungen.** Eine Grösse ist direkt wiederholt gemessen.

2) **Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen.** Es sind die wahrscheinlichsten Werthe mehrerer von einander unabhängiger Grössen zu ermitteln, welche nicht direkt gemessen worden sind, an deren Stelle aber mehrere andere Grössen beobachtet sind, aus denen die gesuchten Grössen sich ableiten lassen, welche also Funktionen der Unbekannten sind.

3) **Ausgleichung bedingter Beobachtungen.** Die unmittelbar beobachteten Grössen müssen gewissen Bedingungen genügen, z. B. die Summe der drei Winkel eines ebenen Dreiecks muss 180° betragen.

Die Ausgleichung direkter Beobachtungen ist im § 5 behandelt. Wir haben gesehen, dass das arithmetische Mittel aus den Beobachtungen den wahrscheinlichsten Werth der gesuchten Grösse liefert, was uns zu den Fehlergleichungen

$$v_1 = M - l_1$$
$$v_2 = M - l_2$$
$$\text{etc.}$$

führte. Der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtungen wurde $m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}}$ gefunden. Analog wird der mittlere Fehler, wenn den Beobachtungen verschiedene Gewichte beizumessen sind

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{\mathbf{p\,[v\,v]}}{\mathbf{[p] - 1}}} \tag{74}$$

erhalten. — Vergl. § 7.

Um den mittleren Fehler eines Theodolit zu bestimmen, beobachtet man einen Winkel wiederholt, bildet das arithmetische Mittel, sodann die Verbesserungen v und findet den mittleren Fehler des Instruments nach der Formel $m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}}$.