UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 20. Orientirung der beobachteten Richtungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

Visual Library

läuterten Methoden nachstehen, das sogen. **Einschalten** und **Einketten,** werden wir in den Paragraphen 28 und 29 kennen lernen.

§ 19.

Berechnung der Neigungen.*)

Unter der **Neigung** einer trigonometrischen Linie verstehen wir denjenigen Winkel, welchen diese Linie mit der positiven Richtung der Abscissenaxe einschliesst, und zwar von dieser aus **rechts** herum zählend. Die Neigung einer Linie, $P_a P_b$, Fig. 37, kann in P_a oder in P_b gemessen sein, und wird im Folgenden im ersteren Falle mit ν_a^b, im letzteren Falle mit ν_b^a bezeichnet. Es leuchtet ein, dass beide Neigungen um 180^0 verschieden sind.

Wendet man bei trigonometrischer Punkteinschaltung die Methode des Vorwärts- oder des combinirten Vorwärts- und Rückwärtseinschneidens an, so ist, wie wir später sehen werden, (§ 20), die Kenntniss der Neigungen aller derjenigen Linien zwischen **gegebenen** Punkten erforderlich, für welche Richtungsbeobachtungen vorliegen. Diese müssen also vorher abgeleitet werden.

Sind y_a nnd x_a, y_b und x_b die Coordinaten der Punkte P_a und P_b, Fig. 37, und setzt man $y_b - y_a = \triangle y$, $x_b - x_a = \triangle x$, so ist

$$\text{tang}\, \nu_a^b = \frac{\triangle y}{\triangle x}. \tag{105}$$

Zur Controlle bestimmt man die Neigung noch aus einer zweiten Formel. Bekanntlich ist:

$$\text{tang}\,(\alpha + \beta) = \frac{\text{tang}\,\alpha + \text{tang}\,\beta}{1 - \text{tang}\,\alpha\ \text{tang}\,\beta}$$

also $$\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \nu\right) = \frac{\text{tang}\,\frac{\pi}{4} + \text{tang}\,\nu}{1 - \text{tang}\,\frac{\pi}{4}\ \text{tang}\,\nu} = \frac{1 + \text{tang}\,\nu}{1 - \text{tang}\,\nu}$$

$$\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \nu\right) = \frac{1 + \frac{\triangle y}{\triangle x}}{1 - \frac{\triangle y}{\triangle x}} = \frac{\triangle x + \triangle y}{\triangle x - \triangle y}. \tag{106}$$

§ 20.

Orientirung der beobachteten Richtungen.

Sind die Neigungen ν der trigonometrischen Linien zwischen den **gegebenen** Punkten nach vorigem § ermittelt, so lassen sich aus diesen und den nach neu zu bestimmenden Punkten ausgeführten Richtungsbeobachtungen die noch unbekannten Neigungen φ derjenigen trigonometrischen Linien bestimmen, welche die **gegebenen** Punkte mit den **zu bestimmenden** Punkten verbinden.

Sind auf dem Punkte P, Fig. 38, die Richtungen α_1, α_2, α_3 nach den gegebenen Punkten P_1, P_2, P_3, und die Richtung α_4 nach dem neu zu bestimmenden

*) Trigonom. Formul. 8 der pr. Verm.-Anw.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Punkte P_4 beobachtet, so findet man die Neigung φ_4 der trigonometrischen Linie $P - P_4$

$$\varphi_4 = o_0 + \alpha_4 \tag{107}$$

worin 0_0, (Orientirungswinkel), die Neigung der Nullrichtung, (Anfangsrichtung), α_0 bezeichnet. Man findet:

$$\left.\begin{array}{l} o_0 = \nu_1 - \alpha_1 \\ o_0 = \nu_2 - \alpha_2 \\ o_0 = \nu_3 - \alpha_3 \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ o_0 = \nu_n - \alpha_n. \end{array}\right\} \tag{108}$$

Wegen der Fehler der Neigungen ν und der Beobachtungen α werden die aus den Gleichungen (108) ermittelten Werthe für o_0 nicht genau übereinstimmen, und wird daher das arithmetische Mittel

$$o_0 = \frac{\nu_1 - \alpha_1 + \nu_2 - \alpha_2 + \ldots + \nu_n - \alpha_n}{n} \tag{109}$$

in die Gleichung (107) zur Berechnung der Neigung φ_4 eingeführt.

Addirt man zum Orientirungswinkel o_0 analog (107) der Reihe nach auch die beobachteten Richtungen α_1, α_2, α_3, α_5 . . ., (d. i. die auf P nach den **gegebenen** Punkten beobachteten Richtungen), so werden dadurch die Beobachtungen α nach den gegebenen Neigungen ν orientirt, man erhält die **orientirten** Richtungen φ_1, φ_2, φ_3 φ_5 . . ., welche indessen wegen der Fehler der Beobachtungen α etwas von den correspondierenden **gegebenen** Neigungen ν_1, ν_2, ν_3, ν_5 . . . abweichen werden. Bildet man die Differenzen $v_1 = \nu_1 - \varphi_1$, $v_2 = \nu_2 - \varphi_2$ etc., so gewinnt man ein Urtheil über die Genauigkeit der Beobachtungen α. Man erkennt leicht, dass die Summe der Fehler v, — analog (63) —, $= 0$ werden muss, bis auf kleine in der Abrundung begründete Differenzen. Hierin ist eine Probe für die richtige Berechnung des Orientirungswinkels etc. gegeben.

Ein Beispiel für diese Rechnungen giebt die nachstehende Tabelle — trigon. Formul. 5 der preussischen Verm.-Anw., — in welcher 8 4 und 8 10 **neu** zu bestimmende Punkte sind. Die Neigungen der Linien zwischen dem gegebenen Beobachtungspunkte $\overset{\circ}{8}$ 6 einerseits und den weiteren **gegebenen** Punkten 1, 5, 8, 9 andererseits werden in Spalte 2 des Formulars eingetragen. Nach diesen werden die Beobachtungen α nach Anleitung der obigen Formeln*) orientirt und die orientirten Richtungen in Spalte 5 eingetragen, aus welcher sie zu den späteren Rechnungen entnommen werden.

Sobald man durch die nunmehr vorzunehmenden trigonometrischen Rechnungen, welche in den folgenden Paragraphen behandelt werden, die Coordinaten für die neu zu bestimmenden Punkte ermittelt hat, wird man auch die endgültigen Neigungen ν der diese Punkte mit dem Beobachtungspunkte $\overset{\circ}{8}$ 6 verbindenden Linien nach den Formeln (105) und (106) berechnen können, welche von den aus Spalte 5 entnommenen und zur Berechnung benutzten Neigungen φ, wegen der Verbesserungen, welche die letzteren Neigungen durch die Ausgleichung der Fehler nach der Methode der kl. Quadrate erhalten, etwas abweichen werden.

*) Vergl. den Vordruck im Kopfe des Formulars.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Trigonometr. Formular 5.

Ziel-Punkte	Neigungen ν °	′	″	Beobachtete Richtungen α °	′	″	Unterschiede $\nu - \alpha$ Orientirungswinkel $0_0 = \frac{[\nu - \alpha]}{n}$ °	′	″	Orientirte Richtungen $\varphi = \alpha + 0_0$ °	′	″	Verbesserungen $v = \nu - \varphi$ +	−	Bemerkungen
1	2			3			4			5			6		7
				Standpunkt △ 6.											Probe
△ 1	147	42	37	0	00	00	147	42	37	147	42	50		13	$[\alpha] = 03' 42''$
⧖ 4				9	26	44				157	09	34			$n\, o_0 = 17' 00''$
△ 5	182	46	47	35	04	02	147	42	45	182	46	52		5	$[\varphi] = 20' 42''$
△ 8	198	46	21	51	03	14	147	43	07	198	46	04	17		
⧖ 10				100	10	35				247	53	25			
△ 9	273	01	57	125	19	07	147	42	50	273	01	57	0		
					03	42		171	19		20	42	17	18	
				$o_0 = \frac{[\nu - \alpha]}{n} =$			147	42	50						

Diese endgültigen Neigungen wird man dann ebenfalls in Spalte 2 eintragen — (an den bisher leer gebliebenen Stellen bei ⧖ 4 und ⧖ 10) — wird die Differenzen v gegen die in Spalte 5 eingetragenen Neigungen, (orientirten Richtungen φ), bilden und so ein Urtheil über die Genauigkeit der aus den Beobachtungen α hervorgegangenen, zur Berechnung der Coordinaten benutzten Neigungen φ gewinnen. Nach der pr. Verm.-Anw. darf die Differenz $v = \nu - \varphi$ für Punkte IV. Ordnung nicht den Betrag 25″, für Beipunkte nicht den Betrag 35″ überschreiten.

Wie hier die auf △ 6 beobachteten Richtungen, sind natürlich, ehe die weiteren trigonometrischen Rechnungen vorgenommen werden können, die auf **sämmtlichen** gegebenen Punkten beobachteten Richtungen zu orientiren. Sobald dann ein neu bestimmter Punkt berechnet ist, kann derselbe für die Bestimmung weiterer Punkte als **gegebener** Punkt benutzt werden und sind zu dem Ende die auf demselben ausgeführten Beobachtungen sofort in gleicher Weise zu orientiren.

§ 21.

Vorwärtseinschneiden.

Nachdem alle Richtungen, welche auf gegebenen Punkten nach einem neu zu bestimmenden Punkte hin beobachtet sind, in der im vor. § angegebenen Weise orientirt worden, nachdem also sämmtliche von gegebenen Punkten aus nach dem zu bestimmenden Punkte hin ausgehenden Strahlen bezüglich ihrer Neigungen φ gegen die Abscissenaxe bekannt sind, kann zur Coordinatenberechnung geschritten werden. Gemäss § 9, 2) erfolgt zunächst die

Berechnung der genäherten Coordinaten $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{x}$.*)

Man wählt zu dem Ende unter den vorhandenen Beobachtungen zwei von den gegebenen Punkten P_a und P_b, Fig. 39, nach dem gesuchten Punkte P ausgehende Strahlen aus, welche sich in P möglichst annähernd rechtwinklig schneiden**),

*) In Abthl. I des trigon. Formulars 10 der pr. Verm.-Anw.

**) Wegen § 12.