Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 34. Verwandlung des Gradmasses der kleinen Bögen y und x (§ 32) in Längenmass

Kennt man also für einen Bogen φ sein Additament $A = \frac{M a}{\varphi} = \frac{M \varphi^3}{6}$, so kann man vom Logarithmus des Bogens φ ohne Weiteres zum Logarithmus irgend welcher Winkelfunktion übergehen und umgekehrt. — Näheres ergeben die Erläuterungen zu Tafel II, Anhang.

§ 34.

Verwandlung des Gradmasses der kleinen Bögen y und x (§ 32) in Längenmass.

Ist n die Bogenlänge für 1″ des grössten Kugelkreises, so ist die Bogenlänge des in Sekunden ausgedrückten Winkels η

$$\eta = \eta'' \, n$$

also nach (154), da $\varphi + \psi = \varphi_f$

$$\operatorname{tang} y = \operatorname{tang} \eta'' \, n \cos \varphi_f.$$

Es ist aber $n \cos \varphi_f$ nichts anderes, als die Bogenlänge für 1″ des Parallelkreises in der Breite φ_f. Bezeichnen wir dieselbe mit L_f*), so ist also

$$\operatorname{tang} y = \operatorname{tang} \eta'' \, L_f$$

also nach (156)

$$\log \operatorname{tang} y = \log \eta'' + 2 A_\eta + \log L_f. \qquad (157)$$

Ist hieraus log tang y berechnet, so erhalten wir y aus der Gleichung

$$\log y = \log \operatorname{tang} y - 2 A_y. \qquad (158)$$

Hierin ist das Additament A_y der Tafel II des Anhangs mit dem Argument log tang y (= log s) zu entnehmen.

Für die Abscisse haben wir nach (152a) und (152)

$$x = \varphi_f - \varphi_0.$$

Tafel I des Anhangs giebt die Länge B der Erdbögen φ in Metern. (Spalte B = Breite). Wir erhalten x in Metermass

$$x = B_f - B_0. \qquad (159)$$

Wir können auch x wie folgt finden: Bezeichnet m die Bogenlänge für 1″ des Meridians in der Breite $\frac{\varphi_0 + \varphi_f}{2}$**), so ist, wenn ξ'' den in Sekunden ausgedrückten Breitenunterschied $\varphi_f - \varphi_0$ bezeichnet.

$$y = \xi'' \, m. \qquad (160)$$

Der Gang der Rechnungen gestaltet sich nach diesen Formeln wie folgt: ***)

Man bildet $\eta'' = \lambda - \lambda_0$, entnimmt mit Argument φ aus Tafel I des Anhangs die Grösse q und findet ψ'' nach (155). Somit kennt man φ_f nach (152). Entnimmt man mit Argument φ_0 und φ_f die Länge der Bögen φ_0 und $\varphi_f = B_0$ u. B_f, so ergiebt sich die Abscisse nach (159). Zur Berechnung der Ordinate entnimmt man mit Argument $\log \eta''$ das Additament $A_{\eta''}$ aus Tafel II des Anhangs, ferner aus Tafel I die Länge L_f mit Argument φ_f, und findet log tang y nach (157). Mit log tang y als Argument entnimmt man aus Tafel II, (Eingang in Spalte log s), das Additament A_y und findet dann endlich log y nach (158).

---

*) Auf dem Erdsphäroid ist der Parallelkreis φ_f congruent mit dem Parallelkreise φ_f einer Kugel mit dem Radius R_n — vergl. § 30, 6) —, also ist $\frac{n}{R_n}$ das analytische Mass für den Winkel 1″. Da man die Sekundenzahl eines in analytischem Masse gegebenen Winkels durch Multiplication mit ϱ'' erhält, so ist also $\frac{n \varrho''}{R_n} = 1$, also $n = \frac{R_n}{\varrho''}$, folglich $L_f = \frac{R_n}{\varrho''} \cos \varphi_f$.

**) m ist $= \frac{R m}{\varrho''}$ und kann mit Argument $\frac{\varphi_0 + \varphi_f}{2}$ aus Tafel I des Anhangs entnommen worden.

***) Im trigon. Formul. 6 der pr. Verm.-Anw.