



Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 47. Kleinpunkte (Bindepunkte, rechtwinklige Abstände, Bogenschnitt.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-79893](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-79893)

nahmen, so ist die Bussole überall, wo es nicht auf grosse Genauigkeit ankommt, sehr wohl brauchbar, und wegen der Bequemlichkeit ihres Gebrauchs ein nicht unbeliebtes Instrument. Man begreift leicht, dass man bei der Messung der Neigungen in einem Polygon nur auf jedem zweiten Punkt Aufstellung zu nehmen braucht, da man von einem Punkte aus die Neigungen **beider** in demselben zusammen-treffender Strecken messen kann. Da sich die beobachteten Neigungen auf den **magnetischen** Meridian beziehen, während die Neigungen aller trigonometrischen Linien und derjenigen Polygonstrecken, welche mittelst des Theodolits bestimmt sind, auf den Meridian des Coordinatennullpunkts bezogen werden, so ist sämtlichen Bussolenneigungen noch eine Correktion hinzuzufügen. Sind die bekannten An- und Abschlussneigungen eines Polygons r_A und r_E , die mit der Bussole beobachteten Neigungen derselben Linien μ_A und μ_E , so ist das arithmetische Mittel der Unterschiede $\frac{(\mu_A - r_A) + (\mu_E - r_E)}{2}$ die Correktion, welche sämtlichen Bussolenneigungen hinzuzufügen ist, um die wirklichen Neigungen gegen die Ab-scissenlinien zu erhalten.

Im Uebrigen wolle man § 41, 1) und § 45 vergleichen.

§ 47.

Kleinpunkte.

1) Ist eine grade Linie durch die Coordinaten ihrer Endpunkte gegeben, und auf derselben ein oder mehrere Punkte durch Längenmessung bestimmt, so lassen sich die Coordinaten der letzteren nach den Formeln berechnen: (Fig. 74)

$$\left. \begin{array}{ll} \Delta y_1 = s_1 \cos a, & \Delta x_1 = s_1 \sin a \\ \Delta y_2 = s_2 \cos a, & \Delta x_2 = s_2 \sin a \\ \text{etc.} & \text{etc.} \end{array} \right\} \quad (185)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Hierin ist} \\ \cos a = \frac{y_E - y_A}{[s]} \\ \sin a = \frac{x_E - x_A}{[s]} \end{array} \right\} \quad (186)$$

$$\text{Rechenproben: } [\Delta y] = y_E - y_A; [\Delta x] = x_E - x_A. \quad (186a)$$

2) Ist ein Punkt P, Fig. 74, durch den rechtwinkligen Abstand P—2 aufgenommen, so berechnet man zunächst die Coordinaten des Fusspunktes 2, und findet dann, wenn man die Ordinate P—2 mit ord. bezeichnet,

$$y_P = y_2 + \Delta y_P \quad x_P = x_2 + \Delta x_P \quad (187)$$

$$\text{worin} \quad \Delta y_P = \text{ord.} \sin a \quad \Delta x_P = \text{ord.} \cos a. \quad (188)$$

Hierin sind $\sin a$ und $\cos a$ schon bei Berechnung der Coordinaten des Fusspunktes 2, nach den Formeln (185) und (186), ermittelt.

Damit die Messungsfehler ohne Weiteres zur Vertheilung gelangen, und also Gl. (186a) ohne Weiteres erfüllt werde, ist in (186) für $[s]$ die **gemessene** Länge A E, nicht etwa die aus den Coordinaten der Punkte A und E hergeleitete Länge s zu setzen. Letztere wird gleichwohl auf bekannte Weise hergeleitet und mit der gemessenen Länge verglichen, um festzustellen, ob die Differenz nicht etwa das zulässige Mass überschreitet.

3) Sind zwei sich schneidende Linien durch die Coordinaten ihrer Endpunkte gegeben, so können die Coordinaten des Durchschnittspunktes nach Theil I, § 9,

gefunden werden. Man kann indessen auch die Neigungen der durch die Coordinaten ihrer Endpunkte gegebenen Linien berechnen und die Gleichungen (111) bis (113) anwenden.

4) Sind zur Bestimmung des Punktes P, Fig. 75, die Entfernungen b und c nach zwei gegebenen Punkten A und E gemessen, so berechnet man im Dreieck APE die Höhenabschnitte p und q und die Höhe h, worauf die Coordinaten für P nach 2) dieses § gefunden werden können. Zur Berechnung von p, q und h hat man die mit Hülfe des verallgemeinerten Pythagoras leicht herzuleitenden Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p+q}{2} &= \frac{a}{2} & h &= \sqrt{b^2 - p^2} = \sqrt{(b+p)(b-p)} \\ \frac{p-q}{2} &= \frac{(b+c)(b-c)}{2a} & &= \sqrt{c^2 - q^2} = \sqrt{(c+q)(c-q)} \end{aligned} \right\} \quad (189)$$

Sind die Entfernungen nach mehreren gegebenen Punkten $= s_1, s_2 \dots s_n$ gemessen, so kann eine Fehlerausgleichung nach der Methode der kl. Quadrate vorgenommen werden.

Nachdem man die genäherten Coordinaten nach (189) hergeleitet, berechnet man die genäherten Längen $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \dots$ nach der Formel

$$\mathfrak{S} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2},$$

bildet, gemäss § 9, 2) die Fehler

$$f = \mathfrak{S} - s.$$

Durch Differentiation der Formel $\mathfrak{S}^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$ erhält man

$$ds = \frac{\Delta x}{\mathfrak{S}} dx + \frac{\Delta y}{\mathfrak{S}} dy$$

wofür wir schreiben

$$ds = a dx + b dy$$

um nach Anleitung des § 9 zu den Normalgleichungen von der Form (79) zu gelangen. Da indessen den Strecken verschiedene Gewichte, $p = \frac{1}{s}$ beizulegen sind, so sind die einzelnen Quadrate und Produkte aa, ab, af etc. mit den ihnen zukommenden Gewichten p zu multipliciren, (vergl. (88a), was am bequemsten geschieht, indem man die Faktoren a, b, u, f selbst mit $\sqrt{p}$ multiplicirt und also die Quadrate und Produkte folgendermassen ansetzt:

$$a\sqrt{p} \ a\sqrt{p}, \ a\sqrt{p} \ b\sqrt{p}, \ a\sqrt{p} \ f\sqrt{p} \text{ etc.}$$

§ 48.

Umformung der Coordinaten.

Sind an der Grenze zweier verschiedener Coordinatensysteme eine Anzahl von Punkten zum Theil durch die Coordinaten x_A, y_A (Fig. 76) des Systems A, zum Theil durch die Coordinaten x_B, y_B des Systems B gegeben, so entsteht die Aufgabe, die Coordinaten der Punkte des einen Systems, z. B. des Systems A auf das andere System B umzuformen, so dass sich die Coordinaten sämtlicher Punkte auf ein und dasselbe System beziehen. Es müssen zu dem Ende wenigstens zwei Punkte durch die Coordinaten beider Systeme gegeben sein. Dieser Forderung wird natürlich meistens nicht ohne Weiteres genügt sein, man kann dann aber zwei Punkte des Systems A von den gegebenen Punkten des Systems B aus neu bestimmen, sei es durch trigonometrische Messungen, oder durch Polygon- oder Linienmessung.