Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 48. Umformung der Coordinaten

gefunden werden. Man kann indessen auch die Neigungen der durch die Coordinaten ihrer Endpunkte gegebenen Linien berechnen und die Gleichungen (111) bis (113) anwenden.

4) Sind zur Bestimmung des Punktes P, Fig. 75, die Entfernungen b und c nach zwei gegebenen Punkten A und E gemessen, so berechnet man im Dreieck APE die Höhenabschnittte p und q und die Höhe h, worauf die Coordinaten für P nach 2) dieses § gefunden werden können. Zur Berechnung von p, q und h hat man die mit Hülfe des verallgemeinerten Pythagoras leicht herzuleitenden Formeln:

$$\left.\begin{aligned} \frac{p+q}{2} &= \frac{a}{2} & h &= \sqrt{b^2-p^2} = \sqrt{(b+p)(b-p)} \\ \frac{p-q}{2} &= \frac{(b+c)(b-c)}{2a} & &= \sqrt{c^2-q^2} = \sqrt{(c+q)(c-q)} \end{aligned}\right\} \quad (189)$$

Sind die Entfernungen nach **mehreren** gegebenen Punkten $= s_1, s_2 \ldots s_n$ gemessen, so kann eine Fehlerausgleichung nach der Methode der kl. Quadrate vorgenommen werden.

Nachdem man die genäherten Coordinaten nach (189) hergeleitet, berechnet man die genäherten Längen $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \ldots$ nach der Formel

$$\mathfrak{S} = \sqrt{(\triangle \mathfrak{x})^2 + (\triangle \mathfrak{y})^2},$$

bildet, gemäss § 9, 2) die Fehler

$$f = \mathfrak{S} - s.$$

Durch Differentiation der Formel $\mathfrak{S}^2 = (\triangle \mathfrak{x})^2 + (\triangle \mathfrak{y})^2$ erhält man

$$ds = \frac{\triangle \mathfrak{x}}{\mathfrak{S}} dx + \frac{\triangle \mathfrak{y}}{\mathfrak{S}} dy$$

wofür wir schreiben

$$ds = a\,dx + b\,dy$$

um nach Anleitung des § 9 zu den Normalgleichungen von der Form (79) zu gelangen. Da indessen den Strecken verschiedene Gewichte, $p = \frac{1}{s}$ beizulegen sind, so sind die einzelnen Quadrate und Produkte aa, ab, af etc. mit den ihnen zukommenden Gewichten p zu multipliciren, (vergl. (88a), was am bequemsten geschieht, indem man die Faktoren a, b, u, f selbst mit $\sqrt{p}$ multiplicirt und also die Quadrate und Produkte folgendermassen ansetzt:

$$a\sqrt{p}\; a\sqrt{p},\; a\sqrt{p}\; b\sqrt{p},\; a\sqrt{p}\; f\sqrt{p} \text{ etc.}$$

§ 48.

Umformung der Coordinaten.

Sind an der Grenze zweier verschiedener Coordinatensysteme eine Anzahl von Punkten zum Theil durch die Coordinaten x_A, y_A (Fig. 76) des Systems A, zum Theil durch die Coordinaten x_B, y_B des Systems B gegeben, so entsteht die Aufgabe, die Coordinaten der Punkte des einen Systems, z. B. des Systems A auf das andere System B umzuformen, so dass sich die Coordinaten sämmtlicher Punkte auf ein und dasselbe System beziehen. Es müssen zu dem Ende wenigstens zwei Punkte durch die Coordinaten **beider** Systeme gegeben sein. Dieser Forderung wird natürlich meistens nicht ohne Weiteres genügt sein, man kann dann aber zwei Punkte des Systems A von den gegebenen Punkten des Systems B aus neu bestimmen, sei es durch trigonometrische Messungen, oder durch Polygon- oder Linienmessung.

(Sind die beiden fraglichen Punkte des Systems A durch ihre geographische Länge und Breite bekannt, wie z. B. die trigonometrischen Punkte der Landesaufnahme, so werden dieselben nach den Formeln des § 33 auf das System B zu beziehen sein, wenn der Nullpunkt des letzteren Systems ebenfalls durch Länge und Breite gegeben sind).

Sind nun in Fig. 76 die Punkte 1 und 4 durch die Coordinaten **beider** Systeme gegeben, und seien 2 und 3 durch die Coordinaten des Systems A gegeben und letztere auf das System B umzuformen, so bilden wir die Coordinatendifferenzen:

$$\triangle y_{A_1},\ \triangle x_{A_1},\ \triangle y_{A_2},\ \triangle x_{A_2} \text{ etc.}$$

und haben die Rechenprobe: $[\triangle y_A] = y_{A_4} - y_{A_1}$ und $[\triangle x_A] = x_{A_4} - x_{A_1}$.

Wären die Abscissenaxen beider Systeme parallel, so würde $y_{A_4} - y_{A_1} = y_{B_4} - y_{B_1}$, und $x_{A_4} - x_{A_1} = x_{B_4} - x_{B_1}$, oder es würde sein:

$$[\triangle y_A] = y_{B_4} - y_{B_1},\ \text{und}\ [\triangle x_A] = x_{B_4} - x_{B_1}.$$

Wegen der gegenseitigen Neigung der Abscissenaxen zu einander werden sich gegen diese Gleichung Widersprüche f_y und f_x ergeben, grade so, als wären die Differenzen $\triangle y_A$ und $\triangle x_A$ nach den Formeln des § 40 mit einem Fehler in den Neigungen gegen die Abscissenaxe des Systems B berechnet, und zwar ist dieser Neigungsfehler gleich der gegenseitigen Neigung der beiden Abscissenaxen. Es werden daher die Fehler

$$\left.\begin{aligned} f_y &= [\triangle y_A] - (y_{B_4} - y_{B_1}) \\ f_x &= [\triangle x_A] - (x_{B_4} - x_{B_1}) \end{aligned}\right\} \qquad (190)$$

genau nach § 40, 1) zu behandeln sein. Die danach verbesserten $\triangle y_A$ und $\triangle x_A$ geben uns die Unterschiede $\triangle y_B$ und $\triangle x_B$, durch deren successives Aufaddiren wir die auf das System B bezogenen Coordinaten der fraglichen Punkte erhalten.

VI. Detailaufnahme und Flächenberechnung.

§ 49.

Stückvermessung.

1) **Grenzen.** Ehe zur Einzelaufnahme eines Objektes geschritten werden kann, sind die Umgrenzungen derselben an der Hand vorhandener Karten festzustellen und dauernd zu vermarken, sodann von den interessirten Grenznachbarn und Vorstehern der betreffenden Gemeinden, (bei Kreisgrenzen vom Landrathe), anzuerkennen. Finden sich Abweichungen von den vorhandenen Grundsteuerkarten, welche nicht auf offenbaren Fehlern der letzteren Karten beruhen, wollen die Interessenten aber die **örtlich** vorgefundenen Grenzen beibehalten wissen, so ist denselben die Erklärung abzunehmen, dass sie mit der Uebernahme der Grenze, wie sie von beiden Seiten als gültig anerkannt wird, in die Katasterkarten einverstanden sind. Ist in solchen Fällen die Grenze streitig, und eine Einigung der Parteien nicht zu erzielen, so ist die Entscheidung im geordneten Wege*) herbeizuführen. Stimmt die örtliche Grenze mit der Grundsteuerkarte überein, ist aber gleichwohl streitig, so entscheidet die Karte.

*) Durch Vermittelung des Landraths.