Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 55. Theilung der Grundstücke

Theils in Rechnung zu stellen. Hierdurch werden die durch etwaigen Karteneinsprung entstehenden Fehler vollkommen ausgeglichen.

§ 55.

Theilung der Grundstücke.

A. nach der Fläche.

a) Theilung von gegebenem Punkte aus. 1) Von einem Dreiecke a b c, Fig. 88, mit dem Flächeninhalte Q, soll eine Fläche F so abgeschnitten werden, dass die Theilungslinie d e durch den gegebenen Punkt d geht.

Es ist $$F : Q = a e \,.\, h : a b \,.\, h_c$$

$$a e = \frac{F}{Q} \,.\, a b \,.\, \frac{h_c}{h}$$

oder da $h_c : h = a c : a d$

$$a e = \frac{F \,.\, a b \,.\, a c}{Q \,.\, a d}. \tag{203}$$

2) Im Viereck a b c d, Fig. 89, soll die die Fläche F abschneidende Theilungslinie m f durch den gegebenen Punkt m gehen.

Es ist $$2 F = a e \times e d + (e f + f g)(e d + g m) - f g \,.\, g m$$

woraus folgt: $$e f = a e + \frac{2 F - d e \,.\, a g}{g m}. \tag{204}$$

3) Im Falle der Fig. 90, in welcher P P′ die durch den gegebenen Punkt P gehende Theilungslinie bezeichnet, hat man:

$$2 F = m n + (n + y)(s - m - x) + y x.$$
$$2 F = n s - n x + y s - m y.$$

Hierin ist

$$y = u \sin \beta$$
$$x = u \cos \beta$$
$$m = v \cos \alpha$$
$$n = v \sin \alpha$$

also $$2 F - v s \sin \alpha = \left(s - v \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta - v \cos \alpha\right) u \sin \beta$$

$$\frac{2 F - v s \sin \alpha}{s \sin \beta - v \sin (\alpha + \beta)} = u. \tag{205}$$

Sind **mehrere** Flächen, F_1, F_2 . . . F_n, derart abzuschneiden, dass die Theilungslinien sämmtlich durch gegebene Punkte P_1 P_2, P_3 . . . P_n gehen, so setzt man in die Formel (205) für F der Reihe nach die Werthe F_1, F_2 . . . F_n, um die Längen u_1, u_2 . . . u_n zu erhalten.

b) Paralleltheilung. 4) Die Theilungslinie d e, Fig. 91, soll parallel zu b c sein.

Es ist $$F : Q = a d^2 : a c^2$$

$$\left.\begin{aligned} a d^2 = \frac{F}{Q} a c^2, \text{ also } a d &= a c \sqrt{\frac{F}{Q}} \\ \text{und analog} \quad a e &= a b \sqrt{\frac{F}{Q}} \end{aligned}\right\} \tag{206}$$

5) Die Theilungslinie e f, Fig. 92, soll || a b sein.

1) $2F = (s + x) y$

2) $y (\cot\alpha + \cot\beta) = s - x$.

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} 2F &= \frac{s^2 - x^2}{\cot\alpha + \cot\beta} \\ x &= \sqrt{s^2 - 2F(\cot\alpha + \cot\beta)} \\ y &= \frac{2F}{s + x} \end{aligned}\right\} \tag{207}$$

Sind mehrere Flächen nach einander abzuschneiden, so ist folgende Formel sehr geeignet:

Man messe, Fig. 93, die Parallele s_1 im Abstande m von der Basis, so ist $s - s' = a + b, = m(\cot\alpha + \cot\beta)$, also $\cot\alpha + \cot\beta = \frac{s - s_1}{m}$, folglich nach (207)

$$x = \sqrt{s^2 - 2F\frac{s - s_1}{m}}. \tag{208}$$

6) Soll vom Polygon, Fig. 94, die Fläche F so abgeschnitten werden, dass die Theilungslinie parallel zu A B C D wird, so ist, wenn man die Polygonseiten mit a, a_1, a_2, den Abstand der Theilungslinie von den Seiten mit y bezeichnet, im Uebrigen die Bezeichnungen der Figur gelten lässt:

$$a = x + y\cot A + y\cot\frac{B}{2}$$

$$a_1 = x_1 + y\cot\frac{B}{2} + y\cot\frac{C}{2}$$

$$a_2 = x_2 + y\cot\frac{C}{2} + y\cot D$$

$$1)\quad \Sigma a = \Sigma x + y\,.\,\Sigma\,\mathrm{cotang}.$$

Weiter ist

$$2)\quad 2F = (\Sigma a + \Sigma x) y.$$

Multiplicirt man 1) mit 2), so erhält man:

$$(\Sigma a)^2 - (\Sigma x)^2 = 2F\,.\,\Sigma\,\mathrm{cotang}$$

$$\Sigma x = \sqrt{(\Sigma a)^2 - 2F\,.\,\Sigma\,\mathrm{cotang}}$$

also nach 1)

$$y = \frac{2F}{\Sigma a + \Sigma x}. \tag{209}$$

Die Cotangenten der Winkel A, B, C, D ergeben sich ohne Weiteres aus den Coordinaten.

c) Normaltheilungen. 7) Die Theilungslinie d e, Fig. 95, soll $\perp$ a b sein.

Man schneidet nach b), 4) die Fläche F derart von $\triangle$ a c f ab, dass d e || c f.

Im Falle der Fig. 96 berechne man das rechtwinklige Dreieck a c d $= \triangle$, und schneide zu diesem dann noch die Differenz $F - \triangle$ nach 5).

d) **Proportionaltheilung.** 8) In Fig. 97 soll die Theilungslinie so gelegt werden, dass $v_1 : v = u_1 : u$.

Es ist $$a x + (x + z)(s - a - b) + b z = 2F.$$

Setzt man $v_1 : v = u_1 : u = m$, so folgt:

$$m^2 v^2 (\sin\alpha + \cos\alpha) + m(v\sin\alpha + u\sin\beta)(s - m v\cos\alpha - m u\cos\beta)$$
$$- m^2 u^2 \sin\beta\cos\beta = 2F.$$

$$m = \frac{v s\sin\alpha + u s\sin\beta}{2 u v\sin(\alpha + \beta} \pm \sqrt{-\left(\frac{v s\sin\alpha + u s\sin\beta}{2 u v\sin(\alpha + \beta)}\right)^2 - \frac{2F}{u v\sin(\alpha + \beta)}}.$$

Der Wurzelausdruck ist positiv oder negativ, je nach dem $(\alpha + \beta) > $ oder $< 180^0$. Setzt man

$$A = u\,v \sin(\alpha + \beta),\ B = -v \sin\alpha - u \sin\beta,\ \frac{B}{2A} = M,\ \frac{2F}{A} = N,$$

so lautet der Ausdruck für m:

$$m = M \pm \sqrt{M^2 - N}. \qquad (210a)$$

Setzt man Viereck $A B C D = V$, so hat man die Rechenprobe:

$$A + B = -2V. \qquad (210b)$$

Sind mehrere Flächen, $F_1, F_2 \ldots$ abzuschneiden, so setze man für die weiteren Rechnungen

$$\frac{2(F + F_1)}{A} = N,\ \frac{2(F + F_1 + F_2)}{A} = N \ldots \text{ etc.}$$

Hat man m, so ist

$$v_1 = m\,v,\ u_1 = m\,u.$$

9) Soll im Polygon Fig. 98 $r_1 : r = u_1 : u = v_1 : v_1 = w_1 : w = m$ sein, so setze man in (210a)

$$A = r\,u \sin(\alpha + \beta) + u\,v \sin(\alpha_1 + \beta_1) + v\,w \sin(\alpha_2 + \beta_2)$$
$$B = -r\,s \sin\alpha - u\,s \sin\beta - u\,s_1 \sin\alpha_1 - v\,s_1 \sin\beta_1 - v\,s_2 \sin\alpha_2 - w\,s_2 \sin\beta_2.$$

10) Complicirtere Figuren theilt man am schnellsten durch **Probiren** auf der Karte und überträgt die ermittelte Theilungslinie von der Karte auf das Feld.

B. nach dem Werthe.

Der Werth W einer Fläche F ist gleich dem Produkt aus dem Werthe der Flächeneinheit und der Fläche. Haben die Bodenklassen I, II, III, Fig. 99, pr. Quadratmeter den Werth w_1, w_2, w_3, und soll von dem in der Figur dargestellten Grundstücke eine Fläche von dem Werthe W abgeschnitten werden, so zieht man nach Schätzung, oder auf Grund einer überschläglichen Berechnung, die Versuchslinie ab, ermittelt die Flächen f_1, f_2, f_3 der Bonitätsabschnitte I, II, III, multiplicirt sie mit den Werthen der Flächeneinheit w_1, w_2, w_3, so stellt die Summe Σ dieser Produkte den Werth der durch die Versuchslinie abgeschnittenen Fläche dar. Ist $W - \Sigma = w$, so ist der abgeschnittene Werth Σ noch um den Betrag w zu verbessern. Multiplicirt man die nach der Karte zu ermittelnden Längen l_1, l_2, l_3, d. h. die in den Bodenklassen I, II, III liegenden Theile der Versuchslinie a b, bezüglich mit w_1, w_2, w_3, so ist die Summe dieser Produkte gleich dem Werthe eines längs a b sich hinziehenden Streifens von 1 m Breite. Ist derselbe $= v$, so ist, wenn x die Breite des noch abzuschneidenden Streifens mit dem Werthe w bezeichnet, $w = x\,v$, also $x = \frac{w}{v}$. Man hat nun noch in dem Abstande x zu a b die Parallele a′ b′ zu ziehen, wodurch man a′ b′ als die gesuchte Theilungslinie erhält. Die ursprünglich abgeschnittenen Flächen f_1, f_2, f_3 ändern sich dadurch um die Beträge $l_1\,x$, $l_2\,x$, $l_3\,x$, welche mit w_1, w_2, w_3 multiplicirt, zusammen die Correktion w ergeben müssen.

Dies Verfahren setzt voraus, dass die Grenzen des Grundstücks, wie auch die Bonitirungsgrenzen, annähernd **rechtwinklig** durch die Theilungslinie geschnitten werden. Ist dies nicht der Fall, so ermittelt man nun die Längen l_1, l_2, l_3 nochmals, indem man dieselben jedoch nicht auf der Versuchslinie a b, sondern in der Mitte zwischen a b und a′ b′ abgreift, sonst aber wieder wie oben verfährt, wodurch man einen genaueren Werth für x erhält, welcher wieder von a b aus, nicht etwa von a′ b′ aus, abgetragen wird. Bei sehr unregelmässigen Begrenzungen, bezw. sehr spitzen Schnitten der Grenzen und der Theilungslinie, wird man indessen die von der Linie a′ b′ abgeschnittene Fläche nochmals ordnungsmässig berechnen, und den sich ergebenden Fehlbetrag in derselben Weise beseitigen, indem man jetzt a′ b′ als Versuchslinie ansieht.

C. Grenzregulirung.

1) Soll die krumme Grenzlinie a b c d e f g, Fig. 100, in eine Grade verwandelt werden, welche durch den Punkt g geht und am Flächeninhalt der aneinander grenzenden Grundstücke nichts ändert, so messe man die Grenze von der Messungslinie a g aus auf, berechne die Flächen a b c d und d e f g, ziehe letztere von der ersteren ab, dividire den doppelten Rest durch a g, so erhält man die Höhe a h des Dreiecks a g h, mit a g als Grundlinie. Die Linie g h ist die gesuchte Grenze.

2) Zeigt die zu regulirende Grenze nur **einen** Bruch, so kann man die Aufgabe mit genügender Schärfe durch blosse Construktion auf dem Felde lösen: Man steckt die Linie c d || a b, Fig. 101, ab, so ist d b die gesuchte Grenzlinie.

Soll die Grenze a b, Fig. 102, so verlegt werden, dass sie durch den Punkt c geht, so stecke man a d || b c ab, und gewinnt c d als gesuchte Grenze.

3) Soll die neue Grenze parallel zu einer vorhandenen Grenze a b, Fig. 103, gehen, so messe man sie von einer zu a b parallelen Messungslinie c d aus auf, berechne die Flächenabschnitte zu beiden Seiten derselben und beseitige die Differenz D der letzteren durch parallele Verschiebung der angenommenen Messungslinie um den Betrag $x = \frac{D}{c\,d}$. Ist indessen eine **erhebliche** Verschiebung erforderlich, und sind die Grenzen a c und b d nicht parallel, so muss die Verschiebung nach (207) erfolgen, zu welchem Ende die Cotangenten der Winkel α und β durch Coordinatenmessung zu bestimmen sind.

4) Die Mittellinie eines krummen Baches bildet die Grenze zwischen zwei Grundstücken. Der Bach soll durch einen Durchstich regulirt werden, so dass das durch die Verkürzung der Grabenstrecke entstehende Plus an Land beiden aneinander grenzenden Grundstücken gleichmässig zu Gute kommt.

Man nimmt die fragliche Strecke des Grabens auf, kartirt sie, ermittelt durch Probiren auf der Karte eine passende Linie als Mittellinie des Durchstichs so, dass die Flächenabschnitte 1 + 2, Fig. 104, den Abschnitten 3 + 4 gleich werden, überträgt die so ermittelte Linie ins Feld, und trägt von derselben rechts und links die halbe Breite des Durchstichs ab.

Um die Linie von der Karte ins Feld übertragen zu können, ist es nöthig, einige Punkte A, B und C genügend dauerhaft auf dem Felde zu vermarken, mit aufzumessen und auf die Karte zu bringen, damit man später, bei Uebertragung der Kartenlinie ins Feld, sichere Punkte zur Verfügung hat, von denen aus die nöthigen Abmessungen erfolgen können.

D. Planabsteckung.

Ist eine Flächentheilung nach der Karte vorgenommen worden, und sind die Theilungslinien, welche man im Allgemeinen unter sich parallel machen wird, ins Feld zu übertragen, so wird man die rechtwinkligen Abstände der Theilungslinien, — Planbreiten, — nach der Karte ermitteln, und dieselben auf dem Felde der

Reihe nach abmessen, wodurch die Theilungslinien auf dem Felde bestimmt sind. Bei verhältnissmässig **langen** Plänen darf man indessen die Planbreiten nicht mittelst Zirkel und Massstab nach der Karte ermitteln, da kleine Fehler der Planbreiten verhältnissmässig grosse Fehler der Flächen verursachen würden, sondern man ermittelt in solchen Fällen die **Längen** der Pläne, — arithmetisches Mittel der beiden parallelen Grenzlinien, — und erhält die Breite durch Division der Planlänge in die Fläche. Sind die Kopfseiten der Pläne unregelmässig begrenzt, so hat man zuvor die krummen Grenzen auf der Karte in grade zu verwandeln.

Bei nicht parallel begrenzten Plänen wird man die Kopfbreiten zwar durch Abgreifen mittelst Zirkel und Massstab ermitteln müssen, wird dann aber gleichzeitig auch die zugehörigen Höhen, nach Anleitung der Fig. 79, abgreifen und sich durch Multiplication der ermittelten Höhen und Grundlinien überzeugen, ob diese Masse den Sollinhalt der Fläche ergeben. Anderenfalls sind die abgegriffenen Kopfbreiten entsprechend zu corrigiren, ehe sie zur Absteckung auf dem Felde benutzt werden dürfen.

VII. Linienabsteckung.

§ 56.

Abstecken grader Linien.

1) **Aufgabe.** Zwei Punkte, welche eine derartige Lage haben, dass dieselben von keinem Standpunkte aus gleichzeitig gesehen werden können, durch eine grade Linie zu verbinden.

Man verbindet beide Punkte, A und B, Fig. 105, durch ein Polygon, misst Strecken und Winkel desselben, berechnet die Coordinaten des Punktes B für eine beliebige, durch A als Nullpunkt gehende Abscissenlinie A X, indem man eine ganz willkürliche Anfangsneigung ν annimmt, berechne aus den Coordinaten der Punkte A und B, (die des ersteren Punktes sind $= 0$), den Winkel α, vergl. die Figur, und trage den Winkel $\beta = \nu - \alpha$ an die Anfangsstrecke des Polygons an*), so hat man die Richtung der gesuchten Geraden, die gehörig verlängert durch B treffen muss, ev. noch etwas zu corrigiren ist, (vergl. 4).

2) Hat man eine Karte, in welcher ausser den beiden Punkten A und B noch irgend zwei andere, im Felde scharf markirte Punkte, z. B. C und D, Fig. 106, verzeichnet sind, so verlängere man auf derselben die Linien A B und C D bis E, berechne aus den aus der Karte zu entnehmenden Seiten des Dreiecks B E C den Winkel E, construire sodann den Punkt E auch im Felde, durch Verlängerung der Linie C D um die aus der Karte zu entnehmende Strecke D E, und trage in E den berechneten Winkel an.

3) Man kann auch mittelst der Bussole die Neigung der Linie C D gegen den magnetischen Meridian bestimmen, letzteren in die Karte eintragen, sodann auf

*) Um einen Winkel **genau** abzustecken, wird man den zunächst mittelst einfacher Nonieneinstellung **roh** abgesteckten Winkel repetiren, wobei sich gegen das Soll eine Differenz δ'' herausstellen wird. Um diese zu beseitigen, errichtet man in einer abgemessenen Entfernung s vom Scheitel ein Loth $h = \frac{s}{\varrho''} \delta''$, oder wenn man h in cm erhalten will, während s in m ausgedrückt ist: $h = \frac{100\,s}{\varrho''} \delta''$, oder für $\frac{\varrho''}{100} = k$, : $h = \delta'' : \frac{k}{s}$, worin $\frac{k}{s}$ aus Tafel III des Anhangs entnommen werden kann.