Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

§ 3. Trigonometrisch-nivellitisches Netz

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

Ist s in der Höhe des Meeresspiegels gemessen, so ist die Länge s auf die Höhe $\frac{H+H'}{2}$ zu reduciren, wenn H und H′ die Meereshöhen der Punkte B und A bezeichnen. Bezeichnet a die reducirte Entfernung, so ist offenbar

$$s:r = a:\left(r + \frac{H+H'}{2}\right)$$

$$a = s\left(1 + \frac{H+H'}{2r}\right)$$

also

$$a \tan g\,\alpha = s \tan g\,\alpha \left(1 + \frac{H+H'}{2r}\right)$$

oder genau genug

$$a \tan g\,\alpha = h\left(1 + \frac{H+H'}{2r}\right)$$

$$= (H - H')\left(1 + \frac{H+H'}{2r}\right)$$

$$= H - H' + \frac{H^2 - H'^2}{2r}$$

$$= s \tan g\,\alpha + \frac{H^2 - H'^2}{r\,2}. \qquad (233)$$

Setzen wir also in (232) a für s, und für a tang α den Werth aus (233), so erhalten wir

$$h = s \tan g\,\alpha + \frac{H^2 - H'^2}{2r} + \frac{s^2}{2r}(1 - 2k). \qquad (234)$$

Hierin brauchen die Meereshöhen H und H′ nur ganz roh bekannt zu sein, etwa aus Barometerbeobachtungen. Bei nicht allzugrossen Höhendifferenzen kann der Bruch $\frac{H^2 - H'^2}{2r}$ ganz vernachlässigt werden.

Der so gefundene Höhenunterschied ist noch um die Höhe des anvisirten Signals und um die Instrumentenhöhe zu verbessern, wozu es keiner Anleitung bedarf.

Sind **gleichzeitig** in A die Elevation α und in B die Depression $-\alpha'$ beobachtet, so ist α um den Refraktionswinkel zu gross, α' um denselben Winkel zu klein gefunden*). Man hat dann, ohne sich um die Refraktion und Erdkrümmung weiter zu kümmern, den Werth $\frac{\alpha + \alpha'}{2}$ in Formel (125) für α einzuführen, wie leicht verständlich.

§ 3.

Trigonometrisch-nivellitisches Netz.

Vom trigonometrischen Nivelliren macht man vorzugsweise Gebrauch, um bei ausgedehnten Flächennivellements eine Anzahl von Punkten ihrer Höhe nach zu bestimmen, um daran später die Nivellementszüge zweiter Ordnung, — barometrische Nivellements, (vergl. § 6), — oder Tachymeteraufnahmen**) anschliessen zu können. Man legt über die aufzunehmende Fläche ein Dreiecksnetz, misst dessen Horizontal- und Elevations- bezw. Depressionswinkel, sowie eine Basis, von welcher ausgehend man die Längen s der Dreiecksseiten nach und nach berechnet. Die Berechnung der Höhen kann dann nach folgendem Beispiel erfolgen. Sei H_A die Höhe des Punktes A, Fig. 121, $\triangle h_A^d$, $\triangle h_d^E$ etc. die Höhenunterschiede der Punkte A und D, d und E, etc., so findet man die Höhe des Punktes E

$$H_{E_1} = H_A + \triangle h_A^d + \triangle h_d^E$$

oder auch

$$H_{E_2} = H_A + \triangle h_A^a + \triangle h_a^b + \triangle h_b^E$$

oder

$$H_{E_3} = H_A + \triangle h_A^e + \triangle h_e^f + \triangle h_f^E.$$

*) Streng genommen sind die Refraktionen auch bei gleichzeitiger Beobachtung auf beiden Stationen nicht gleich, da die Refraktion mit der Höhe abnimmt.

**) Vergl. § 8.

Die drei von einander etwas abweichenden Werthe werden gemittelt, wobei den Werthen H_{E_1}, H_{E_2}, H_{E_3} die Gewichte $\frac{1}{s_1}$, $\frac{1}{s_2}$, $\frac{1}{s_3}$ beizulegen, worin s_1, s_2, s_3 die Längen der Züge A d E, A a b E und A e f E bezeichnen. Hat man so die Höhe H_E gefunden, so findet man

$$H_{d_1} = H_A + \triangle h_A^d$$
$$H_{d_2} = H_E + \triangle h_E^d$$
$$H_{d_3} = H_A + \triangle h_A^a + \triangle h_a^d$$
etc.

woraus wiederum das Mittel zu bilden ist. In dieser Weise fährt man fort, bis das ganze Netz berechnet ist.

Wo es auf weniger genaue Bestimmung ankommt, kann man ganz wie bei Polygonberechnungen verfahren. Danach wird man beispielsweise die Höhen der in einem Zuge liegenden Punkte A, e, f wie folgt finden:

Es muss sein

$$\triangle h_A^e + \triangle h_e^f + \triangle h_f^e = H_E - H_A.$$

Den gegen diesen Sollbetrag sich ergebenden Widerspruch f wird man nach Verhältniss der Strecken A e, e f, f E auf die einzelnen Höhenunterschiede $\triangle$ h vertheilen, und schliesslich die so verbesserten Höhenunterschiede successive addiren, denn es ist

$$H_e = H_A + \triangle h_A^e$$
$$H_f = H_e + \triangle_e^f, = H_A + \triangle h_A^e + \triangle_e^f$$
etc.

Bei grosser Ausdehnung des Netzes empfiehlt es sich, um dasselbe einen Nivellementszug zu legen, welcher mit dem Nivellirinstrumente zu nivelliren ist, z. B. den Zug A a b E C i h g, bezw. das Netz noch mit mehreren solchen Zügen quer zu durchschneiden. An die so mit grosser Genauigkeit bestimmten Punkte werden sodann die trigonometrischen Nivellementszüge in der oben erörterten Weise angeschlossen.

Die Längen der Dreiecksseiten des Netzes nimmt man nicht gern über 1000 m, denn es gilt bezüglich der Genauigkeit der einzelnen Züge Aehnliches, wie bezüglich der Genauigkeit von Bussolenzügen, vergl. § 45. Wie dort die Neigungen gegen den magnetischen Meridian, so werden hier die Neigungen gegen die Horizontale, d. i. die Elevationen und Depressionen **direkt** beobachtet, jede Elevation wird unabhängig von der Elevation der vorhergehenden Strecke gefunden.

§ 4.

Barometrisches Höhenmessen.

Denken wir uns eine Luftsäule von der Höhe h in h gleiche Theile zerlegt, Fig. 122, so ist die Dichtigkeit der einzelnen Luftschichten proportional dem auf denselben lastenden Druck, also proportional den in den einzelnen Schichten beobachteten Barometerständen. Das Gewicht der einzelnen Luftschichten ist der Dichtigkeit derselben proportional, mithin ist, wenn p_1, p_2 etc. die Gewichte der einzelnen Schichten, b_1, b_2 etc. die in denselben beobachteten Barometerhöhen bezeichnen:

$$p_1 : p_2 : p_3 \ldots = b_1 : b_2 : b_3 \ldots$$