Anfangsgründe der niederen Geodäsie

Loewe, Hans

Liebenwerda, 1892

Erläuterungen zu den Tabellen

urn:nbn:de:hbz:466:1-79893

Erläuterungen zu den Tabellen.

Tafel I.

Die Tafel enthält die Erddimensionen nach Bessel. Die einzelnen Bezeichnungen sind im Titel der Tabelle erläutert. Zur Erläuterung des Gebrauchs diene folgendes Beispiel.

Gegeben die Breite $\varphi = 52^0\,32'\,34{,}364''$.

Gesucht die Grössen B. L. q. R_m, m. R_n, n.

1) Man findet B in Abthl. A der Tafel direkt für $52^0\,30'$. Den daselbst angegebenen Werthen ist noch die Zahl 5 vorzusetzen, welche des engen Raumes wegen nur in der 1. Spalte 49^0 vorgesetzt worden ist. In den Spalten 54^0 und 55^0 ist, wo die erste Zahlenstelle überstrichen worden ist, den vorgefundenen Zahlen die Zahl 6 vorzusetzen. Man findet also den direkten Tafelwerth, der mit B_t bezeichnet werde, für $52^0\,30'$

$$B_t = 5\ 818\ 380{,}341.$$

Es bleibt nun noch der Bogen $2'\,34{,}364''$, oder $154{,}364''$, welcher mit $\triangle\varphi''$ bezeichnet werde, in Metermass auszudrücken und dem Werthe B_t hinzuzufügen. Man findet $\triangle\varphi$ in Metern:

$$\triangle\varphi\,\mathrm{m} = \triangle\varphi''\,.\,\triangle 1''\ \text{(worin } \triangle 1'' \text{ in Metern ausgedrückt ist)}$$

also
$$\log\triangle\varphi\,\mathrm{m} = \log\triangle\varphi + \log\triangle 1''$$
$$= \log 154{,}364'' + \log\triangle 1''.$$

Log $\triangle 1''$ findet man in der Tafel Abthl. A mit Argument 52^0, $32'$:

$$\log\triangle 1'' = 1{,}4900536.$$

Hierzu aus der Hülfstafel rechts mit Argument $30''$

$$\triangle'' = \qquad 3.$$

Mithin $\quad\log\triangle 1'' = 1{,}4900539.$

Hierzu $\quad\log 154{,}364'' = 2{,}1885460$

$$\log\triangle\varphi\,\mathrm{m} = 3{,}6785999$$
$$\triangle\varphi\,\mathrm{m} = 4770{,}897$$

Hierzu $\quad B_t = 5818380{,}341$

$$B = 5823151{,}238.$$

2) Da L mit zunehmender Breite abnimmt, so nehme man den **nächst grösseren** Tafelwerth aus Abthl. II

$$\log L_t = 1{,}2739323$$

bilde die Differenz $\varphi_t - \varphi = 52^0\,40' - 52^0\,32'\,34{,}364''$

$$\text{oder: } \triangle\varphi = 7'\,25{,}636$$
$$\triangle\varphi'' = 445{,}636''.$$

Man findet nun in der Tafel mit Argument 52^0

$$\triangle 32' = 1{,}43888$$
$$\left.\begin{array}{r} + \triangle 30'' = \quad 7 \\ + \triangle 4'' = \quad 0{,}9 \end{array}\right\} \text{ aus der Hülfstafel rechts}$$
$$\log\triangle 1'' = 1{,}43896.$$

Hierzu $\quad\log\triangle\varphi'' = 2{,}64898$

$$\log\triangle\log L = 4{,}08794$$
$$\triangle\log L = 12244.$$

Nach Obigen ist $\log L_t = 1{,}2739323$

Hierzu $\triangle \log L = \quad 12244$

$\log L = 1{,}2751567.$

3) Der nächst niedere Tafelwerth für $\log q$ ist

$\log q_t = 4{,}06954.$

Hiervon ist abzuziehen

$$\left.\begin{array}{l} \triangle\, 2' = 13 \\ \triangle\, 30'' = 3{,}3 \\ \triangle\, 4'' = 0{,}4 \end{array}\right\} \text{Eingang in die Tafel } \textbf{rechts.}$$

$\triangle \log q = 17.$

Mithin $\log q = \log q_t = 4{,}06954$

$- \triangle \log q = \quad 17$

$\log q = 4{,}06937.$

4) Der Tafelwerth für $\log R_m$ ist

$\log R_t = 6{,}8044406.$

Hierzu $\triangle\, 30' = 368{,}0$

$\triangle\, 2' = 24{,}54$

$\triangle\, 30'' = 6{,}0$

$\triangle\, 4'' = 0{,}8$

$\log R_m = 6{,}8044805.$

Ebenso findet man $\log m$, $\log R_n$, und $\log n$. Bemerkt sei noch, dass man $\log L$ auch nach der Formel $L = n \cos \varphi$, also $\log L = \log n + \log \cos \varphi$ finden könnte.

Tafel II.

Die Tafel enthält Additamente, welche man, so lange man es mit sehr kleinen Winkeln zu thun hat, dem Logarithmus irgend einer Winkelfunktion nur zuzulegen braucht, um den Logarithmus irgend einer anderen Funktion zu erhalten, und zwar nach Anleitung der folgenden Formeln und beigefügten Erläuterungen:

Es bezeichne ϱ, wie allgemein, den Bogen, welcher gleich dem Radius ist, so ist:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \log \operatorname{arc} \alpha = \log \alpha'' + \operatorname{cpl} \log \varrho'', \\ 2) & \log \alpha'' = \log \operatorname{arc} \alpha + \log \varrho''. \end{array}\right\} \text{Thl. I § 31.}$$

Ferner bedeute A das aus der Tafel zu entnehmende Additament, dann ist (vergl. § 33):

$$3)\ \log \operatorname{tang} \alpha = \log \operatorname{arc} \alpha + 2\,A$$
$$= \log \sin \alpha + 3\,A$$

$$4)\ \log \sin \alpha = \log \operatorname{arc} \alpha - A$$
$$= \log \operatorname{tang} \alpha - 3\,A$$

$$5)\ \log \cos \alpha = \operatorname{cpl} 3\,A$$

$$6)\ \log \operatorname{arc} \alpha = \log \sin \alpha + A$$
$$= \log \operatorname{tang} \alpha - 2\,A$$

$$7)\ \log \alpha'' = \log \sin \alpha + \log \varrho'' + A$$
$$= \log \operatorname{tang} \alpha + \log \varrho'' - 2\,A$$
$$= \log \operatorname{arc} \alpha + \log \varrho''.$$

Beispiel 1) Gegeben $\log \operatorname{arc} \alpha$.

Gesucht a) $\log \alpha''$. Auflösung folgt aus Formel 1).

b) $\log \sin \alpha$.

Da $\log \alpha''$ das Argument der Tafel, so hat man zunächst dieses nach Formel 1 zu berechnen, geht mit $\log \alpha''$ als Argument in die Tafel, entnimmt A und wendet Formel 4) an.

Gesucht c) $\log \operatorname{tang} \alpha$.

Auflösung analog dem Beispiel zu b) mit Anwendung der Formel 3).

Beispiel 2) Gegeben $\log \sin \alpha$

a) gesucht $\log \operatorname{arc} \alpha$.

Aus Formel 7) folgt, wenn man das verhältnissmässig kleine Additament A einstweilen vernachlässigt:

$$\log \alpha'' = \log \sin \alpha + \log \varrho''.$$

Man kennt somit das Argument der Tafel, $\log \alpha''$, entnimmt das zugehörige Additament und wendet Formel 6) an

b) gesucht $\log \operatorname{tang} \alpha$.

Auflösung analog a) mit Anwendung der Formel 3).

Alle anderen Fälle werden ähnlich behandelt, indem es immer nur darauf ankommt, $\log \alpha''$, das Argument der Tafel, zu ermitteln, wobei ein angenäherter Werth für $\log \alpha''$ genügt, so lange eben $\log \alpha''$ lediglich als Argument dienen soll. Wie man den **genauen** Werth für $\log \alpha''$ erhalten kann, lehrt folgendes

Beispiel 3) Gegeben $\log \sin \alpha''$

Gesucht $\log \alpha''$.

Man ermittelt nach Beispiel 2) einen vorläufigen Werth für $\log \alpha''$ als Argument, entnimmt der Tafel das zugehörige Additament und wendet Formel 7) an.

Die Tafel giebt ferner noch den Logarithmus des Erdbogens s in Metern, für den Winkel α''. Als Erdradius ist für die Berechnung von s der mittlere Krümmungsradius $\sqrt{R_m\ R_n}$ für die Breite 51° zu Grunde gelegt. Für diesen Radius ist der Logarithmus der Bogenlänge für $1'' = 1{,}49052$, (vergl. Tafel I D, $\frac{\log m + \log n}{2}$ für $\varphi = 51°$), folglich $\log s = \log \alpha'' + 1{,}49052$.

Tafel III.

Ist in einem rechtwinkligen Dreiecke eine Kathete h in Vergleich zur anderen Kathete s sehr klein, so kann $\frac{h}{s}$ als analytisches Mass des der Kathete s anliegenden sehr kleinen Winkels α angesehen werden. Um diesen in Sekunden zu erhalten, hat man also

$$\alpha'' = \varrho'' \frac{h}{s}$$

oder, wenn s in Metern, h in Centimetern ausgedrückt ist

$$\alpha'' = \varrho'' \frac{h}{100\,s}$$

oder für $\frac{\varrho''}{100} = k$

$$\alpha'' = h \frac{k}{s}.$$

Die Grössen $\frac{k}{s}$ können aus Tafel III mit s als Argument entnommen werden, (vergl. Thl. II § 24).

Die Tafel giebt ferner die Gewichte der Visirstrahlen s für trigonometrische Rechnungen nach Thl. II § 24.

Diese sind nach diesem § gleich $\frac{1}{s^2}$. Da dieselben aber nur **Verhältnisszahlen** vorstellen, so steht nichts im Wege, die Strahlengewichte durch $\left(\frac{k}{s}\right)^2$, statt durch $\frac{1}{s^2}$ auszudrücken, wie in der Tafel geschehen.

Tafel IV.

Die Tafel dient zur Berechnung des Höhenunterschiedes zweier Punkte aus den in denselben beobachteten Barometer- und Thermometerständen.

Beispiel: Sei $B = 774{,}6$ mm $\quad t = +15^0$ Cels.

$B' = 780{,}4$ mm $\quad t' = +17^0$ Cels.

also: $B' - B = 15{,}8$ mm

$$\frac{B + B'}{2} = 772{,}5 \text{ mm} \qquad \frac{t + t'}{2} = 16^0 \text{ Cels.}$$

Man findet die Höhendifferenz für 1 mm Barometerdifferenz in der Tafel für $\frac{t + t'}{2} = 16^0$ und für $\frac{B + B'}{2} = 770$ mm:

$$\triangle = 11{,}00 \text{ m.}$$

Hiervon geht ab die aus der Hülfstafel P. P. unter 760—780 für die Barometerdifferenz 2,5 mm zu entnehmende Höhendifferenz

1) für 2 m = 2,8 cm
für 0,5 m = 0,7 cm
Sa. 3,5 cm.

Folglich die Höhendifferenz für 1 mm Barometerdifferenz

$$\triangle\, 1 \text{ mm} = 11{,}00 - 0{,}035 = 10{,}965 \text{ m.}$$

Mithin die Höhendifferenz für die Barometerdifferenz

$$B' - B = 15{,}8 \text{ mm} : \triangle\, h = 15{,}8 \times 10{,}965 = 173{,}27 \text{ m}$$

Tafel V

giebt die zulässigen Fehler berechneter Flächen und gemessener Längen.

A) Ist F die berechnete Fläche, so ermittelt man den zulässigen Fehler a nach folgenden Beispielen:

1) F sei in Aren ausgedrückt.

a) die Arenzahl ist **einstellig**, z. B. F = 9 Ar. Man liest die zur Abscisse 9 gehörige Ordinate der mit 1 Ar bezeichneten Kurve ab und erhält a = 2,4. Die Einheit der abgelesenen Ordinate hat den Werth 10 □m, daher a = 24 qm.

b) Die Arenzahl ist zweistellig, z. B. F = 90 Ar. Die Ablesung erfolgt an der 10 Arenkurve, also a = 75 qm.

2) F ist in Hektaren gegeben, z. B. 9 hekt. Die Ablesung erfolgt an der 1 Hektarenkurve. Die Einheit der abgelesenen Ordinate hat den Werth von 1 Ar, also a = 2,6 Ar.

Ist die Hektarenzahl **zweistellig**, also F = 90 hekt, so erfolgt die Ablesung an der 10 Hektarenkurve. Man findet a = 14,7 Ar.

Ist die Hektarenzahl dreistellig, so erfolgt die Ablesung an der 100 Hektarenkurve, und zwar sind die Ordinatenziffern **links** abzulesen, z. B. F = 300 hekt, a = 45 Ar.

B) Sei s = 600 m gemessen, so ist der zulässige Längenfehler 1) bei günstigem Terrain, (Kurve I), a = 65 cm, 2) bei mittlerem Terrain, (Kurve II), a = 79 cm, 3) bei ungünstigem Terrain, (Kurve III), a = 92 cm.

Ist s > 1000 m, so kommt die Hülfstafel links in Betracht. Für s = 2500 m findet man z. B. nach Kurve I a = 2,2 m, für Kurve II a = 2,5 m, für Kurve III a = 2,8 m.

Tafel VI

dient zum quadriren und radiciren.

Beispiele:

1) $1778{,}46^2 = 3161284$

$$\left.\begin{array}{r} 1430 \\ 214{,}5 \end{array}\right\} \text{aus der Hilfstafel P. P.}$$

$$\overline{3162928}$$

2) Die Tafel reicht nur bis 2000. . . . Wäre zu quadriren 2454,22, so zerlegt man diese Zahl in

$$\overset{a}{1954{,}22} + \overset{b}{500}$$

und hat

$$\begin{array}{rl} a^2 = & 3818116 \\ & \left.\begin{array}{r} 785 \\ 78{,}5 \end{array}\right\} \text{aus der Tafel P. P.} \\ + b^2 = & 250000 \\ + 2ab = & \underline{1954220} \\ (a+b)^2 = & 6023199. \end{array}$$

Einfacher und für die meisten Zwecke der Praxis genau genug, würde man dies Quadrat auf der zweiten Seite der Tafel = 6022756 erhalten.

3) $\sqrt{271341}$. Die nächst kleinere, in der Tafel direkt angegebene Zahl ist

270400, dazu gehört die Wurzel	520
die Differenz gegen 271341	
ist 941	
Man findet in Tafel P. P. neben 921 die folgende Stelle der Wurzel	—,9
ferner neben 20 (941 — 921 = 20)	— — 2
zusammen	520,92.

Man könnte versucht sein, statt der Wurzel 520 die Zahl 1647 als Wurzel zu entnehmen. Die Stellenzahl der gegebenen Wurzelbasis ist aber eine **grade**, die zur Wurzel 1647 gehörige Quadratzahl 2712609 hat dagegen eine **ungrade** Stellenzahl, kann also nicht in Betracht kommen. In der Tafel sind die Quadratzahlen mit grader Stellenzahl von denen mit ungrader Stellenzahl sofort an der Stellenzahl der **vorgedruckten** Zahlen kenntlich. Das Quadrat zu 1647 beginnt mit der vorgedruckten Zahl 271 . . (ungrade Stellenzahl), dagegen das Quadrat zu 520 mit 27 (grade Stellenzahl).

Wäre satt $\sqrt{271341}$ gegeben

4) $\sqrt{27134{,}1}$, so würde man finden	164,7
Tafelwerth: 27126,09	
Differenz 8,01	
Tafelwerth in P. P. 6,55, dazu gehört als folgende Stelle der Wurzel	: 2
zusammen	164,72