



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

4. Das Viereck.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77566](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77566)

1. Die Aufgabe ist gleich der in Fig. X, Tafel I, angeführten; es ist nämlich jede der Dreiecksseiten durch Construction zu halbiren und jede der Halbiringlinien bis zu ihrem Schnittpunkte S , welcher hier ausser dem Dreiecke liegt, zu verlängern. S hat gleichen Abstand von den Ecken a, b, c ; verbindet man die Ecken mit je einem Mittelpunkte m, m', m'' der gegenüberliegenden Dreiecksseite, so erhält man die Transversalen; m''' ist der Schwerpunkt des Dreieckes etc. (siehe § 16).

In dem gegebenen rechtwinkligen und gleichschenkligen Dreiecke abc (Fig. IX) fällt der Schnittpunkt der Mittellothe auf die Mitte m' der Hypotenuse; ein Mittelloth bm' fällt mit der Höhe dieses Dreieckes zusammen.

In dem gegebenen gleichseitigen Dreiecke abc (Fig. X) fallen Höhen, Medianen, Mittellothe und Transversalen zusammen; der Schnittpunkt derselben liegt in der Mitte des Dreieckes, und sein Abstand von den Ecken wie von den Seiten ist gleich.

Das Viereck.

Parallelogramm, Trapez, Trapezoid.

§ 28. Das Viereck ist eine durch vier Strecken begrenzte Figur. Die Strecken heissen Seiten des Viereckes; das Viereck hat vier Seiten und vier Winkel.

Eine Gerade, welche zwei Ecken mit einander verbindet und nicht Seite ist, heisst eine Diagonallinie oder kurz Diagonale. Jede Diagonale theilt das Viereck in zwei Dreiecke; die innere Winkelsumme eines jeden Viereckes ist gleich vier Rechten gleich

360° ; da nämlich jedes Dreieck zwei rechte Winkel enthält, das Viereck aber in zwei Dreiecke zerlegt werden kann, so enthält dasselbe $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$. Die Aussenwinkel e, f, g, h (Fig. 15) eines Viereckes betragen zusammen

$(4 \cdot 2 = 8 \text{ Rechte} - \text{Winkel } a + b + c + d)$ vier Rechte. (Siehe Dreiecke.)

Vierecke werden eingetheilt in:

- Parallelogramme,
- Trapeze,
- Trapezoide.

a) Ein Viereck heisst ein Parallelogramm, wenn je zwei gegenüberliegende Seiten parallel und von gleicher Länge sind. Im Parallelogramm sind je zwei schräg gegenüberliegende Winkel gleich. Die Diagonalen halbiren sich gegenseitig. Unter der Höhe eines Parallelogrammes versteht man den Abstand zweier paralleler

Das projective Zeichnen.

Seiten, und kann jede derselben als die Basis betrachtet werden. Bei dem Parallelogramm unterscheidet man noch vier besondere Arten: nämlich Quadrat, Rechteck, Rhombus und Rhomboid.

Ein Parallelogramm heisst ein Quadrat oder Gevierte, wenn es vier gleiche Seiten und einen rechten Winkel hat; die drei übrigen Winkel sind ebenfalls rechte. Die beiden Diagonalen haben gleiche Länge, halbiren die vier Winkel und stehen senkrecht zu einander. (Siehe Fig. XIII, Tafel II.) Ein Parallelogramm heisst Oblong oder Rechteck, wenn es einen rechten Winkel hat; die drei übrigen Winkel sind ebenfalls rechte. (Siehe Fig. XIV, Tafel II.) Ein Parallelogramm heisst Rhombus oder Raute, wenn es, wie das Quadrat, vier gleiche Seiten, aber nur je ein paar gleiche Winkel hat; die Diagonalen halbiren ebenso, wie bei dem Quadrat, die Winkel und stehen senkrecht zu einander, sind jedoch ungleich lang. (Siehe Fig. XVI, Tafel II.) Ein Parallelogramm, welches nur je zwei Seiten gleich hat und keinen rechten Winkel enthält, heisst auch Rhomboid, das eigentliche Parallelogramm. (Siehe Fig. XI, Tafel II.) Das Parallelogramm hat im Allgemeinen zwei verschiedene Höhen (H, H' , Fig. 16). Im Quadrat fallen die Höhen mit den Seiten zusammen, und da diese alle gleich sind, so gibt es hierfür nur einerlei, d. h. eine Höhe.

Im Rechteck sind die Seiten den Höhen gleich, d. h. fallen mit diesen zusammen.

Im Rhombus oder der Raute sind die beiden Höhen H, H' einander gleich (Fig. 17).



b) Ein Viereck heisst ein Trapez, wenn es nur zwei parallele Seiten hat; die beiden übrigen Seiten, welche schief heissen, können beliebig zu einander geneigt sein. Die Diagonalen sind im Allgemeinen ungleich lang; eine Ausnahme hiervon bildet das gleichschenklige Trapez, dessen beide schiefe Seiten zu den Parallelen gleich oder symmetrisch geneigt sind (siehe Fig. XIX, Tafel II); ihr Convergenzpunkt befindet sich bei entsprechender Verlängerung über der Mitte der beiden Parallelen; fällt man aus dem Convergenzpunkt eine Senkrechte zu den Parallelen, so bildet diese die Symmetrieachse der Figur; die Diagonalen sind in diesem Falle gleich lang. Bei dem Trapez bezeichnet man allgemein nur den Abstand der beiden Parallelen als die Höhe, und jede der Parallelen kann als die Basis oder Grundlinie betrachtet werden.

c) Ein Viereck, in welchem keine Seite der andern parallel ist, heisst Trapezoid.

Winkel und Diagonalen sind im Allgemeinen ungleich gross (siehe Fig. XX und XXI, Tafel II); es

können aber auch je zwei Winkel oder je zwei Seiten einander gleich sein; in diesem Falle kann eine der Diagonalen auch zugleich die Symmetrieachse darstellen (z. B. ab , Fig. 18); ist dieses der Fall, oder wird überhaupt im Trapezoid durch eine Diagonale in zwei congruente Dreiecke zerlegt, so heisst die Figur eine symmetrische.



Aufgaben über Vierecke.

Construction des Parallelogrammes.

Tafel II. Fig. XI—XVI.

§ 29. Das schiefwinklige Parallelogramm (Rhomboid) ist seiner Grösse und Form nach bestimmt, wenn zwei Seiten und eine Diagonale oder zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel, oder wenn Basis, Höhe und ein Winkel gegeben sind.

Das Rechteck, wenn zwei Seiten oder eine Seite und eine Diagonale gegeben sind.

Der Rhombus, wenn eine Seite und eine Diagonale, oder zwei Diagonalen, oder eine Seite und der anliegende Winkel gegeben sind.

Das Quadrat ist durch eine Seite oder auch eine Diagonale bestimmt.

§ 30. Fig. XI. Gegeben sind: die Strecken ab , bc als zwei Seiten, ac als die Diagonale eines schiefwinkligen Parallelogrammes. Man zeichne $a'b'$ gleich ab , beschreibe mit dem Halbmesser bc aus b' und mit dem Halbmesser ac aus a' Bögen, welche sich in c' schneiden; verbindet man die Punkte a' , b' , c' , so erhält man zunächst ein Dreieck. Da nun ein jedes Parallelogramm durch eine Diagonale in zwei congruente Dreiecke zerlegt wird, so braucht man nur über der Diagonalen, ein zweites mit $a'b'c'$ congruentes Dreieck zu construiren, indem man mit dem Halbmesser $a'b'$ aus c' und mit dem Halbmesser $b'c'$ aus a' weitere Bögen beschreibt, welche sich in d schneiden; $a'b'c'd$ ist der Rhombus.*)

§ 31. Gegeben ist: 1. die Strecke ab (Fig. XII) als eine Seite, oder 2. die Strecke ab (Fig. XIII) als die Diagonale eines Quadrates.

1. Man zeichne $a'b'$ gleich ab , errichte in b' eine Senkrechte zu $a'b'$, mache sie gleich lang $a'b'$ und schneide durch Bögen, deren Halbmesser gleich der Quadratseite ist, aus a' und c den Punkt d ab; oder 2. man errichte zu der in $a'b'$ übertragenen Diagonalen ab (Fig. XIII) das Mittelloth cmd und beschreibe mit dem

Halbmesser ma' aus m den Kreis, so schneidet dieser in c und d weitere Eckpunkte des Quadrates ab.

§ 32. Gegeben sind: 1. die Strecken ab , bc (Fig. XIV) als die Seiten, oder: 2. (Fig. XV) die Strecke ab als Seite, ac als Diagonale eines Rechteckes.

1. Man mache $a'b'$ gleich ab , errichte in b' eine Senkrechte und mache sie gleich bc , beschreibe aus c' und a' mit dem Halbmesser ab und bc Bögen, welche sich in d schneiden;

2. oder man trage ab nach $a'b'$ (Fig. XV), errichte in b' eine Senkrechte vorläufig von unbestimmter Länge und schneide aus a' mit dem Halbmesser ac den Punkt c' auf derselben ab; zieht man ferner aus a' und c' mit dem Radius $a'b'$, $b'c'$ die weitem Bögen, so ergibt sich d als der vierte Punkt.

§ 33. Gegeben ist in Fig. XVI die Strecke ab als Seite, ac als Diagonale einer Raute.

Man zeichne zuerst die Diagonale $a'c'$ gleich ac , nehme dann ab in den Zirkel und beschreibe aus a' und c' nach jeder Seite der Diagonalen je zwei Bögen, welche sich in b' und d schneiden; a' , b' , c' , d sind die vier Eckpunkte der Raute.

Construction des Trapezes.

Tafel II. Figur XVII—XIX.

§ 34. Ein Trapez ist seiner Form und Grösse nach bestimmt, wenn von den darin enthaltenen vier Seiten, vier Winkeln, zwei Diagonalen und der einen Höhe ausser den beiden Parallelen (siehe § 28) noch zwei Stücke, z. B. die Diagonale und eine schiefe Seite, oder die Höhe und eine schiefe Seite, oder die schiefe Seite und ein anliegender Winkel*), im Ganzen also vier Stücke gegeben sind.

Das gleichschenklige Trapez ist bestimmt, wenn ausser den beiden Parallelen noch ein Stück, z. B. eine Höhe oder eine schiefe Seite gegeben ist.

§ 35. Gegeben sind in Fig. XVII die Strecken ab , dc als die beiden parallelen Seiten, bc als eine schiefe Seite und ac als die Diagonale eines Trapezes.

Man zeichne $a'b'$ gleich ab , beschreibe aus b' mit dem Halbmesser der schiefen Seite bc einen Bogen über $a'b'$ und mit dem Halbmesser gleich der Diagonalen ac aus a' einen Bogen. Beide schneiden sich in c' , man verbinde b' mit c' ; aus c' ziehe man die Parallele zu $a'b'$ und mache diese gleich dc , so ist $a'b'c'd$ das durch drei Seiten und eine Diagonale bestimmte Trapez.

§ 36. Gegeben sind: 1. die beiden parallelen Seiten und die Höhe (Fig. XVIII) oder: 2. die beiden parallelen Seiten und die schiefe Seite eines gleichschenkligen Trapezes (Fig. XIX).

1) Man zeichne $a'b'$ (Fig. XVIII) gleich ab , errichte auf der Mitte m' derselben eine Senkrechte, mache

*) Die weiteren Constructionen nach den in § 29 angegebenen Bedingungen sind hier nicht ausgeführt, da es nicht schwer sein dürfte, die Art der Constructionen durch eigenes Nachdenken zu finden.

*) Letzterer Fall ist hier nicht ausgeführt.