Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

5. Aufgaben über Vierecke.

können aber auch je zwei Winkel oder je zwei Seiten einander gleich sein; in diesem Falle kann eine der Diagonalen auch zugleich die Symmetrieachse darstellen (z. B. $a\,b$, Fig. 18); ist dieses der Fall, oder wird überhaupt im Trapezoid durch eine Diagonale in zwei congruente Dreiecke zerlegt, so heisst die Figur eine symmetrische.

Fig. 18.

Aufgaben über Vierecke.

Construction des Parallelogrammes.

Tafel II. Fig. XI—XVI.

§ 29. Das schiefwinklige Parallelogramm (Rhomboid) ist seiner Grösse und Form nach bestimmt, wenn zwei Seiten und eine Diagonale oder zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel, oder wenn Basis, Höhe und ein Winkel gegeben sind.

Das Rechteck, wenn zwei Seiten oder eine Seite und eine Diagonale gegeben sind.

Der Rhombus, wenn eine Seite und eine Diagonale, oder zwei Diagonalen, oder eine Seite und der anliegende Winkel gegeben sind.

Das Quadrat ist durch eine Seite oder auch eine Diagonale bestimmt.

§ 30. Fig. XI. Gegeben sind: die Strecken ab, bc als zwei Seiten, $a\,c$ als die Diagonale eines schiefwinkligen Parallelogrammes. Man zeichne $a'b'$ gleich ab, beschreibe mit dem Halbmesser bc aus b' und mit dem Halbmesser $a\,c$ aus a' Bögen, welche sich in c' schneiden; verbindet man die Punkte a', b', c', so erhält man zunächst ein Dreieck. Da nun ein jedes Parallelogramm durch eine Diagonale in zwei congruente Dreiecke zerlegt wird, so braucht man nur über der Diagonalen, ein zweites mit $a'b'c'$ congruentes Dreieck zu construiren, indem man mit dem Halbmesser $a'b'$ aus c' und mit dem Halbmesser $b'c'$ aus a' weitere Bögen beschreibt, welche sich in d schneiden; $a'b'c'd$ ist der Rhombus.*)

§ 31. Gegeben ist: 1. die Strecke $a\,b$ (Fig. XII) als eine Seite, oder 2. die Strecke $a\,b$ (Fig. XIII) als die Diagonale eines Quadrates.

1. Man zeichne $a'b'$ gleich ab, errichte in b' eine Senkrechte zu $a'b'$, mache sie gleich lang $a'b'$ und schneide durch Bögen, deren Halbmesser gleich der Quadratseite ist, aus a' und c den Punkt d ab; oder 2. man errichte zu der in $a'b'$ übertragenen Diagonalen $a\,b$ (Fig. XIII) das Mittelloth cmd und beschreibe mit dem Halbmesser $m\,a'$ aus m den Kreis, so schneidet dieser in c und d weitere Eckpunkte des Quadrates ab.

§ 32. Gegeben sind: 1. die Strecken $a\,b$, $b\,c$ (Fig. XIV) als die Seiten, oder: 2. (Fig. XV) die Strecke $a\,b$ als Seite, $a\,c$ als Diagonale eines Rechteckes.

1. Man mache $a'b'$ gleich ab, errichte in b' eine Senkrechte und mache sie gleich $b\,c$, beschreibe aus c' und a' mit dem Halbmesser ab und bc Bögen, welche sich in d schneiden;

2. oder man trage ab nach $a'b'$ (Fig. XV), errichte in b' eine Senkrechte vorläufig von unbestimmter Länge und schneide aus a' mit dem Halbmesser $a\,c$ den Punkt c' auf derselben ab; zieht man ferner aus a' und c' mit dem Radius $a'b'$, $b'c'$ die weitern Bögen, so ergibt sich d als der vierte Punkt.

§ 33. Gegeben ist in Fig. XVI die Strecke ab als Seite, ac als Diagonale einer Raute.

Man zeichne zuerst die Diagonale $a'c'$ gleich $a\,c$, nehme dann ab in den Zirkel und beschreibe aus a' und c' nach jeder Seite der Diagonalen je zwei Bögen, welche sich in b' und d schneiden; a', b', c' d sind die vier Eckpunkte der Raute.

Construction des Trapezes.

Tafel II. Figur XVII—XIX.

§ 34. Ein Trapez ist seiner Form und Grösse nach bestimmt, wenn von den darin enthaltenen vier Seiten, vier Winkeln, zwei Diagonalen und der einen Höhe ausser den beiden Parallelen (siehe § 28) noch zwei Stücke, z. B. die Diagonale und eine schiefe Seite, oder die Höhe und eine schiefe Seite, oder die schiefe Seite und ein anliegender Winkel**), im Ganzen also vier Stücke gegeben sind.

Das gleichschenklige Trapez ist bestimmt, wenn ausser den beiden Parallelen noch ein Stück, z. B. eine Höhe oder eine schiefe Seite gegeben ist.

§ 35. Gegeben sind in Fig. XVII die Strecken $a\,b$, $d\,c$ als die beiden parallelen Seiten, $b\,c$ als eine schiefe Seite und $a\,c$ als die Diagonale eines Trapezes.

Man zeichne $a'b'$ gleich ab, beschreibe aus b' mit dem Halbmesser der schiefen Seite $b\,c$ einen Bogen über $a'b'$ und mit dem Halbmesser gleich der Diagonalen $a\,c$ aus a' einen Bogen. Beide schneiden sich in c', man verbinde b' mit c'; aus c' ziehe man die Parallele zu $a'b'$ und mache diese gleich $d\,c$, so ist $a'b'c'd'$ das durch drei Seiten und eine Diagonale bestimmte Trapez.

§ 36. Gegeben sind: 1. die beiden parallelen Seiten und die Höhe (Fig. XVIII) oder: 2. die beiden parallelen Seiten und die schiefe Seite eines gleichschenkligen Trapezes (Fig. XIX).

1) Man zeichne $a'b'$ (Fig. XVIII) gleich $a\,b$, errichte auf der Mitte m' derselben eine Senkrechte, mache

---

*) Die weiteren Constructionen nach den in § 29 angegebenen Bedingungen sind hier nicht ausgeführt, da es nicht schwer sein dürfte, die Art der Constructionen durch eigenes Nachdenken zu finden.

**) Letzterer Fall ist hier nicht ausgeführt.

diese gleich der Höhe H und zeichne durch deren Endpunkt m eine Parallele zu $a'b'$, halbire die gegebene Strecke dc und trage eine solche Hälfte von m aus nach rechts und links auf, verbinde a' mit d' und b' mit c', so ist $a'b'c'd'$ das gleichschenklige Trapez.

2. Man zeichne $a'b'$ (Fig. XIX) gleich der gegebenen Strecke ab, errichte über der Mitte m eine Senkrechte, halbire die als Parallele gegebene Strecke dc und trage eine solche von m aus nach 1 und 2, errichte in 1 und 2 Senkrechte, beschreibe ferner aus a' und b' mit dem Halbmesser der schiefen Seite bc Bögen, welche die beiden Senkrechten aus 1 und 2 in d' und c' schneiden, so ist $a'b'c'd'$ das gleichschenklige Trapez.

Construction des Trapezoides.

Tafel II. Figur XX und XXI.

§ 37. Ein Trapezoid ist seiner Form und Grösse nach bestimmt, wenn von den vier Seiten, zwei Diagonalen und vier Winkeln, welche ein Viereck enthält, vier Seiten und eine Diagonale, oder vier Seiten und der von zwei bestimmten Seiten eingeschlossene Winkel, oder drei Seiten und der von je zwei Seiten eingeschlossene Winkel*), im Ganzen also fünf Elemente gegeben sind.

§ 38. Gegeben sind: 1. die Strecken ab, bc, cd, da (Fig. XX) als die Seiten, die Strecke bd als die Diagonale, 2. die Strecken ab, bc, cd, da (Fig. XXI) als die Seiten, und ein durch die Seiten ab, bc eingeschlossener Winkel gleich 75°.

1) Man zeichne die Seite $a'b'$ gleich ab (Fig. XX), beschreibe mit dem Halbmesser ad einen Bogen aus a' und mit dem Halbmesser der Diagonalen bd einen Bogen aus b', beide schneiden sich in d'; beschreibt man ferner aus d' mit dem Halbmesser dc, sowie aus b' mit dem Halbmesser bc zwei Bögen, so schneiden sich diese in c'; $a'b'c'd'$ ist das Trapezoid.

2. Man zeichne $a'b'$ (Fig. XXI) gleich ab, construire an dem Endpunkte b' den gegebenen Winkel abc gleich 75° (= 60 + 30 — 15) (siehe Blatt I, Fig. X), mache den Schenkel $b'c'$ desselben gleich der Strecke bc und beschreibe aus c' mit dem Halbmesser cd, sowie aus a' mit dem Halbmesser ad die beiden Bögen, welche sich in d' schneiden, so ist $a'b'c'd'$ das verlangte Trapezoid.

Aufgaben über das Zeichnen ähnlicher Figuren.

(Vergrössern und Verkleinern einer gegebenen Figur.) Auftragen verschiedener Massstäbe etc.

Tafel III. Figur I—X[a].

§ 39. Da jede Figur in eine Anzahl Dreiecke zerlegt und in ähnlichen Figuren ähnliche Dreiecke gezeichnet werden können (siehe Fig. I, Tafel III), ebenso das Theilverhältniss einer Strecke auf eine andere grössere oder kleinere übertragen werden kann (siehe Fig. XII, Tafel I), so kann man auf Grund dieser Aehnlichkeitsgesetze mit Hilfe von sog. Proportional- oder Winkelmassstäben (ähnliche Dreiecke) eine gegebene Figur leicht in eine grössere oder kleinere umwandeln, d. h. eine gegebene Figur grösser oder kleiner zeichnen.

In Fig. I ist z. B. das Dreieck abc gegeben; es soll 1. in ähnliche, oder 2. in congruente Dreiecke zerlegt werden.

1. Man theile irgend eine Seite, etwa ab, zuerst in beliebig viele gleiche oder ungleiche Theile (hier wurden drei gleiche Theile angenommen) und ziehe aus den Theilpunkten 1 und 2 die Parallelen zu einer Seite ac, welche die Seite bc in den Punkten $1'$, $2'$ schneiden, so sind die Dreiecke $b\,1\,1'$, $b\,2\,2'$ $b\,a\,c$ einander ähnlich, da sie je gleich liegende Winkel gleich haben und gleich liegende Seiten gleich proportionirt sind. Dasselbe gilt auch von den Dreiecken $c\,1'\,2''$, $c\,2'\,1''$ u. s. w.

2. Da die beiden Seiten ac, bc durch die aus den Theilpunkten 1 und 2 gezogenen Parallelen ebenfalls in drei gleiche Theile getheilt wurden, so zerfällt, wenn man zuletzt noch aus $1'$, $2'$ oder $1''$, $2''$ die Parallelen zu ab zieht, das gegebene Dreieck in neun congruente Dreiecke, welche sämmtlich dem gegebenen abc ähnlich sind.

Fig. II. Gegeben ist das Fünfeck $abcde$; es soll ein kleineres und dem gegebenen ähnliches gezeichnet werden, dessen eine gleichliegende Seite mit ae zusammenfällt und deren Grösse gleich $a'e$ bestimmt wird.

Man ziehe die Diagonalen eb, ec (welche man gleich über e hinaus verlängern kann), ziehe aus a' parallel zu ab, aus b' parallel zu bc u. s. w., so ist das Fünfeck $a'b'c'd'e$ dem gegebenen ähnlich. Das aussen liegende kleinere Fünfeck $a''b''c''d''e$ ist dem gegebenen gleichfalls ähnlich; hierbei wurde $a''b''$ als die mit ab gleichliegende oder ähnliche Seite bestimmt, $a''b''$ daher parallel mit ab, $b''c''$ parallel mit bc u. s. w. gezogen.

§ 40. In Fig. III ist ein Gesimsprofil gegeben; es soll dasselbe verkleinert werden, nachdem irgend eine Seite, z. B. $b'c'$ in Fig. III[b] kleiner angenommen ist.

Man zeichne eine Gerade de (Fig. III[a]), beschreibe mit dem Halbmesser bc aus d einen Bogen ef, trage auf diesen die in Fig. III[b] gegebene Strecke $b'c'$ von e aus als Sehne auf, verbinde d mit f, so ist der Kreissector def der für die Verkleinerung benützbare Proportionalmassstab. Um nun z. B. die Strecke $b'a'$ zu finden, entnehme man aus Fig. III die gleichliegende Strecke ba, beschreibe mit dieser als Halbmesser aus d einen Bogen und trage dessen Sehne nach $b'a'$ in Fig. III[b] über; ebenso verfährt man, um die übrigen Punkte zu finden.

§ 41. In Fig. IV ist die Ansicht eines Postamentes

*) Die Construction nach der letzten Bedingung ist hier nicht weiter ausgeführt.