Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

14. Die Spirale.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

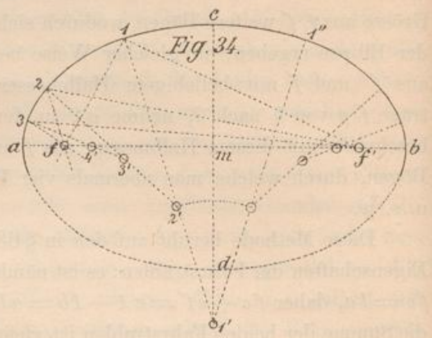
m, *a*, *b* und *n* Zirkelpunkte, im übrigen ist die Construction dieser Figur aus der Zeichnung leicht ersichtlich.

§ 82. In Fig. VI ist ein elliptischer Bogen über *a b* als grossem und *m c* als halbem, kleinstem Durchmesser mit freier Hand gezeichnet. Um Hilfspunkte *i*, *k* . . . zu erhalten, theile man *c e* sowie *b e* in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. drei, und *c d* sowie *a d* in die gleiche Anzahl gleicher Theile, verbinde *a*, 2′, 1, 1′, 2, *c*, ebenso *b*, 2‴, 1″, 1‴, 2″, *c*, so ergeben sich auf jeder Seite je zwei Zwischenpunkte der Curve, z. B. *i*, *k* . . . Ferner sei ausserhalb des Bogens ein beliebiger Punkt *P* gewählt, und es soll von diesem die Normale, d. i. die Senkrechte zur Curve gefällt werden. Man suche zunächst die Brennpunkte *f*, *f*″ der halben Ellipse (siehe § 74), ziehe sodann *Pf*, *Pf*″, sowie aus den sich ergebenden Schnittpunkten *i*, *k* die Fahrstrahlen *if*″, *kf* und zeichne durch den Schnittpunkt *s* der letzteren aus *P* die Normale *Ps*.

In Fig. VII ist der schiefe Durchmesser *a b* als Sehne, *mc* als die Höhe eines sog. hängenden Bogens*) gegeben. Um die Curvenpunkte 1′, 2′, 1″, 2″ zu finden, beschreibe man mit *mc* als Radius aus *m* einen Viertelskreis *c b*″, theile denselben in beliebig viele gleiche Theile, z. B. drei, fälle von den Punkten 1, 2 die Senkrechten bis *b*″*m*, ziehe aus *b*″ nach *b* eine Gerade und aus *d* und *e* Parallele zu *b*″ *b*, bis diese *a b* schneiden; aus letzteren Schnittpunkten errichte man Senkrechte und mache sie gleich den Strecken *d* 2, *e* 1, so ergeben sich die Curvenpunkte 1″, 2″ u. s. w.; die Senkrechten, welche durch 1′, 2′ gehen, haben von *m c* die gleichen Abstände und gleichen Höhen wie *e* 1″, *d* 2″. Sollten ausser den Punkten 1′, 1″, 2′, 2″ auch noch die betreffenden Tangenten an diese gezeichnet werden, so zeichne man zuerst die Tangenten an 1 und 2, welche die nach oben verlängerte Gerade *mc* in *s*″, *s* schneiden; aus *s*″ und *s* können sodann die Tangenten an 1′, 1″ und 2′, 2″ gezogen werden. Fig. VIII zeigt dieselbe Aufgabe in einer Lösung, wie sie ähnlich bei Fig. VI schon ausgeführt wurde.**)

Fig. IX zeigt ein Verfahren, nach welchem ein Oval aus mehr als vier Zirkelpunkten construirt werden kann.

Es wurden zunächst *a b*, *c d* als die Achsen einer Ellipse angenommen, sodann ein Viertelsbogen, etwa *c a*, mit freier Hand gezeichnet. Man wähle nun auf diesem solche Abschnitte, wie z. B. *c* 1, 1 2, 2 3, 3 *a* (vergl. Fig. 34), welche ihrer Krümmung nach als Kreisbögen betrachtet werden können; aus 1, 2, 3 ziehe man alsdann die Fahrstrahlen nach den Brennpunkten *f*, *f*′ und halbire die Winkel*), welche je zwei Fahrstrahlen an einem Punkte innerhalb der Ellipse bilden, so ergibt eine erste Halbirungslinie 1 2′ 1′ auf der verlängerten kleinen Achse *c d* einen Zirkelpunkt 1′, aus welchem mit 1′ *c* als Radius der Bogen 1″ *c* 1 gezogen wurde.



Die Halbirungslinie aus 2 ergibt auf 1 1′ einen zweiten Zirkelpunkt 2′, aus welchem mit dem Radius 2′ 1 ein Bogen 1 2 gezeichnet wurde, u. s. w. Die Halbirungslinien sind zugleich die Normalen zur Curve. Hat man, wie in Fig. 34 gezeigt wurde, die Punkte 1, 2″, 3″, 4″ der Fig. IX gefunden, so sind nur noch die Punkte 2, 3, 4, 3′, 2′, 1′ und 2‴, 3‴ in gleicher Ordnung innerhalb der rechten Winkel *d m b*, *b m c*, *c m a* anzutragen, und durch 1, 2, 2, 3, 3, 4 sowie 1′, 2′, 2′, 3′, 3′, 4 . . . die entsprechenden Geraden zu ziehen. Die weitere Ausführung ist aus der Zeichnung (Fig. IX) unschwer zu ersehen.

Die Spirale.

§ 83. Die Spirale ist eine offene Curve, welche entsteht, wenn ein Punkt sich um ein Centrum dreht, und dabei radial fortschreitend sich nach einem bestimmten Gesetze entfernt, oder umgekehrt sich von aussen her dem Centrum nähert.

Man unterscheidet zwei Hauptarten von Spiralen:

1. die gewöhnliche oder Archimedische Spirale,
2. die Schneckenspirale oder Schneckenlinie.

1. Die Archimedische Spirale entsteht, wenn das Verhältniss der fortschreitenden zur drehenden Bewegung sich stets gleich bleibt; in diesem Falle ist die Gangweite *a c* oder *c d* (siehe Fig. I, Tafel VIII) immer dieselbe. Das Curvenstück *a o T c* heisst ein Umgang der Spirale; die Spirale in Fig. I hat somit drei Umgänge.

2. Eine Schneckenlinie entsteht, wenn das Verhältniss oder die Geschwindigkeit der fortschreitenden zur drehenden Bewegung vom Centrum aus nach aussen hin zunimmt, oder umgekehrt von aussen nach innen

*) Diese Figur ist eine halbe Ellipse, wobei *a b* als ein schiefer Durchmesser und *m c* als ein schiefer Halbmesser gegeben sind. Das Gleiche gilt auch von den Geraden *a b*, *m c* in Figur VIII.

**) Dieses Verfahren zur Bestimmung einer Ellipse könnte z. B. auch angewendet werden, wenn der Mittelpunkt derselben aus irgend welchem Grunde unzugänglich ist, in welchem Falle dann das umschliessende Rechteck oder schiefwinklige Parallelogramm statt der Achsen zu geben wäre.

*) Diese Construction ist in Fig. IX nicht angegeben.

abnimmt, so dass die äusseren Gangweiten grösser als die inneren sind (siehe Fig. II).

Aufgaben über Spiralen.

(Construction derselben.)

Tafel VIII. Fig. I—VIII.

§ 84. Gegeben ist in Fig. I der umschriebene Kreis, dessen Durchmesser *ab* ist, sowie die Anzahl der Umgänge. Es soll von *a* aus die Archimedische Spirale in den Kreis eingezeichnet werden.

Man theile den Radius *ea* in so viel gleiche Theile, als man Umgänge innerhalb des Kreises haben will, z. B. in drei; alsdann theile man die Gangweiten *ac*, *cd*, *de* in je vier gleiche Theile und ebenso den Kreis in dieselbe Anzahl gleicher Theile, ziehe die Halbmesser *2'e*, *be*, *6e* und beschreibe aus dem Centrum *e* durch jeden der auf *ea* liegenden Theilpunkte Kreise, so sind, *a* als Anfangspunkt genommen, *a*, *o*, *2''*, *T*, *c* Spiralenpunkte eines ersten Umganges. In gleicher Weise findet man auch die Punkte der übrigen Umgänge; wollte man statt der vier Hilfspunkte *o*, *2''*, *T*, *c* deren acht, so hätte man den Kreis statt in vier, in acht gleiche Theile zu theilen, und dasselbe hätte dann auch mit je einer Gangweite *ac*, *cd*, *de* geschehen müssen.*)

§ 85. An irgend einem Punkte *T* soll eine Tangente gezeichnet werden.

Man wähle auf dem Curvenstück a *o T* der Spirale irgend einen Punkt *o*, welcher zugleich auf einem der Parallelkreise liegt, ziehe durch den gegebenen Punkt *T* aus *e* einen Halbmesser und zeichne in *t*, d. i. da, wo der durch *o* gehende Kreis den Halbmesser schneidet, die Kreistangente *t 4'''*, auf diese trage man die Länge des Kreisbogens *t o* von *t* aus nach abwärts, ziehe *4''' T*, so ist letztere die verlangte Tangente. Die Richtung, nach welcher die Kreistangente *t 4'''* gezeichnet werden muss, ist stets gleich der Richtung, welche der Kreis von dem Punkte *t* aus gegen *o* hat.

§ 86. In Fig. II ist *abeg* der umschriebene Kreis, in welchen von *a* aus eine Schneckenlinie mit drei Umgängen eingezeichnet werden soll.

Man theile zunächst den Kreis in eine Anzahl gleicher Theile, z. B. acht, und ziehe die Halbmesser *am*, *cm*, *bm*..., zeichne sodann eine Gerade *ab***) und theile dieselbe in so viel gleiche Theile, als man Umgänge haben will, also drei. Nun nehme man auf dem Halbmesser *am* eine erste Gangweite *a 1* beliebig, jedoch grösser als ein Drittheil von *am* an, und ziehe aus *I* durch *1* eine Gerade, bis dieselbe die Horizontale *bg* in *F* schneidet. Zieht man nunmehr *II F*, so schneidet diese *am* in *2*, und die Abschnitte *a1*, *1 2*, *2m* sind die gegen das Centrum abnehmenden Gangweiten. Theilt man ferner die Strecke *a I* in acht gleiche Theile und zieht aus diesen Theilpunkten nach *F*, so ergeben sich auf *a1* die gegen *1* abnehmenden Theile, welche nun in ihrer Reihenfolge von aussen nach innen, von *m* aus auf die Halbmesser *mc*, *mb*, *md*... übertragen werden; für die zweite und dritte Gangweite *1 2*, *2 m* wurde *I II* und *IIb* nur in vier gleiche Theile getheilt, aus diesen nach *F* gezogen, und die Abschnitte zwischen *1*, *2* und *2*, *m* auf die Halbmesser *mb*, *me*, *mg* wie vorher übertragen, wodurch sich für den zweiten und dritten Umgang nur je vier Curvenpunkte ergeben haben.

Sollte an irgend einem Punkte *T* der Schneckenlinie eine Tangente gezeichnet werden, so könnte sie ähnlich wie bei Fig. I gefunden werden. Kürzer jedoch ist folgendes Verfahren: Man schneide aus *T* mit sehr kleiner Zirkelöffnung auf der Spirale zwei von *T* gleich entfernte Punkte ab, setze in diese den Zirkel ein und beschreibe mit gleichen Halbmessern die Bögen bei *v* und *w*; *vw* ist sodann eine Normale und eine in *T* zu *vw* senkrecht stehende Gerade *tu* die verlangte Tangente.

§ 87. Fig. III und IV sind Nachahmungen einer gewöhnlichen Spirale durch Kreisbögen.

In Fig. III wurde zunächst das kleine Quadrat *0'1'2'3'* gegeben, sodann mit dem Halbmesser *1'0'* aus *1'* der Viertelskreis *0'1*, aus *2'* mit dem Radius *2'1* der Viertelskreis *1 2*, aus *3'* der Viertelskreis *2 3* u. s. w. gezeichnet. Eine Gangweite *0'4* oder *1 5* . . . ist dann gleich der vierfachen Länge einer Quadratseite *0'1'*; ein um das Quadrat gezeichneter Kreis heisst das Auge der Spirale.

In Fig. IV ist die Spirale aus den Halbkreisen *0 1*, *1 2*, *2 3* . . ., deren Mittelpunkte *b* und *a* sind, zusammengesetzt; die Kreise berühren sich auf der Horizontalen, welche durch *ab* geht, und die Gangweiten *b 1*, *1 3* . . . sind gleich der doppelten Grösse *ab*.

§ 88. Fig. V und VI sind Constructionen der sog. jonischen Schneckenlinie, welche die charakteristische Grundform des jonischen Kapitäls bildet und im Bauzeichnen öfters in Anwendung kommt.*) Bei Fig. V wurde zunächst die Entfernung des Anfangspunktes *o* bis zum Mittelpunkte *9* beliebig gewählt und diese Strecke in neun gleiche Theile getheilt, mit einem Theil als Radius sodann aus *9* ein Kreis, das sog. Schneckenauge gezeichnet, in demselben ein Quadrat über Eck stehend und in dieses ein zweites eingezeichnet, dessen Ecken auf den Seitenmitten des erst gezeichneten liegen (in

---

*) In Fig. I wurde eine Gangweite bloss in vier, der Kreis dagegen in acht gleiche Theile getheilt, und der auf den Halbmessern *1e*, *3e*, *5e*, *7e* zwischen je zwei Parallelkreisen liegende kleine Abschnitt halbirt, wodurch man ebenfalls acht Punkte für je einen Umgang erhielt.

**) Die Gerade *ab* könnte von *a* aus irgend eine beliebige Lage haben, soferne nur der eine Punkt *b* auf der Horizontalen *Fb* liegt.

*) Die Construction in Fig. V ist nach Vignola, die in Fig. VI nach Goldmann.