



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

1. Erklärungen zu Tafel IX.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77566](#)

Zu einer Projection gehören, oder hat man sich demnach zu denken:

1. den Gegenstand, welcher projicirt werden soll, oder dessen Bild man entwerfen will;
2. die Bildfläche, auf welche projicirt werden soll;

3. das Gesetz, nach welchem projicirt werden soll.

§ 91. Man unterscheidet drei verschiedene Projectionsarten, oder mit andern Worten drei verschiedene Gesetze, nach welchen projicirt werden kann:

- a) die Centralprojection (Perspective);
- b) die schräge oder klinogonale Parallelprojection;
- c) die rechtwinklige oder orthogonale Parallelprojection: die beiden letzteren werden auch summarisch als Parallelprojectionen bezeichnet.

Je nach dem Zwecke, den eine Darstellung erfüllen soll, wird man die eine oder andere Projectionsart wählen und zwar: soll das Bild eines Gegenstandes einen möglichst subjectiven Eindruck hervorbringen, d. h. so aussehen, wie der Gegenstand dem Auge des Beschauers von einem bestimmten Standpunkte aus erscheint, so wird man die Centralprojection oder die perspectivische Darstellungsart wählen.

Eine Centralprojection entsteht, wenn alle projizierenden Strahlen sich in dem Auge, als dem Projectionszentrum, vereinigen (siehe Taf. IX, Fig. I).

§ 92. Die Parallelprojection entsteht, wenn alle von dem Gegenstande ausgehenden Projectionsstrahlen unter sich parallel sind; es entsteht dadurch ein Bild, welches zwar nicht jener subjectiven Wahrheit gleich kommt, die uns aus einer perspectivischen Darstellung entgegen tritt, sich aber insoferne auszeichnet, als aus einer solchen Darstellung die Größenverhältnisse der einzelnen Dimensionen leicht, in vielen Fällen unmittelbar entnommen werden können, während dieses bei einer perspectivischen Zeichnung nicht der Fall ist. Es eignet sich daher die Parallelprojection, insbesondere die orthogonale, bei welcher die Projizierenden senkrecht (perpendiculär) gegen die Bildfläche fallen, vorzüglich zu technischen Zeichnungen, welche zum Zwecke der Ausführung, z. B. von Gebäuden, Möbeln u. s. w. angefertigt werden.

§ 93. Die schräge Parallelprojection entsteht, wenn die projizierenden Strahlen unter sich parallel, aber in schräger Richtung gegen die Bildfläche fallen. Sie vereinigt bis zu einem gewissen Grade die Vortheile der centralen und orthogonalen Projectionsart, indem aus ihr ebensowohl die Form des Gegenstandes übersichtlicher, als auch die Größenverhältnisse mittelst eigener Massstäbe leicht zu entnehmen sind. Anwendung findet letztere hauptsächlich bei den Entwürfen architektonischer Details, bei Darstellung von Möbeln, Maschinen und Geräthen aller Art. Fig. IV, V, VI und VII, Taf. IX, veranschaulichen einen Würfel in diesen drei Darstellungsarten, und zwar in der in § 91 angeführten Reihen-

Das projective Zeichnen.

folge. Der Unterschied ist hier sofort leicht ersichtlich und besteht im Wesentlichen darin, dass in Fig. IV gewisse in Wirklichkeit parallele Kanten, z. B. $a\ d$, $b\ c$, $f\ g$, $e\ h$, nach einem Punkt zusammenlaufen und gewisse, an sich gleiche Größen (nämlich die Würfelkanten) ungleich gross erscheinen, z. B. $e\ f$, $h\ g$ u. s. w., während bei der in Fig. V veranschaulichten schiefwinkligen Projection parallel laufende Würfelkanten, z. B. $a\ d$, $b\ c$ u. s. w. parallel bleiben und dabei gleichartig verkürzt erscheinen. Der Würfel in Fig. V zeigt eine Darunteransicht, der in Fig. VI eine Daraufsicht.

§ 94. Die orthogonale Projection erfordert im Allgemeinen zwei verschiedene Ansichten des Gegenstandes und zwar auf zwei Bildflächen oder Projectionsebenen, welche in der Regel senkrecht zu einander angenommen werden; so zeigt sich z. B. in Fig. VII das Quadrat unter der Geraden $I\ II$ als die Ansicht eines Würfels von oben gesehen (Grundriss), und die Figur oberhalb der Geraden $I\ II$ als eine Ansicht des Würfels von vorn (Aufriss), so dass eine Kante $b\ f$, welche sich von oben gesehen zu einem Punkte verkürzt, im Aufriss in ihrer wahren Grösse $b'\ f'$ sichtbar wird; aus dem Grundriss lassen sich Länge und Breite, aus dem Aufriss die Höhe des Körpers*) unmittelbar entnehmen.

Erklärungen zu Tafel IX, Figur I—VIII.

§ 95. Um von dem bisher Gesagten eine klare Vorstellung zu erhalten, ist in Fig. I der Vorgang veranschaulicht, nach welchem man auf mechanischem Wege das perspectivische Bild eines Körpers, z. B. eines Würfels, erhält.

Man betrachte das Viereck $I\ II\ III\ IV$ als eine horizontal liegende ebene Fläche, auf welcher die Bildfläche $V\ VI\ VII\ VIII$ senkrecht steht**); links der Bildfläche befindet sich der Körper $a\ b\ c\ d\ e\ f\dots$, dessen Bild entworfen werden soll, und rechts habe der Beschauer in FO Stellung genommen. Das Auge O sieht nun den Körper mittels der Strahlensumme, welche von der Oberfläche desselben nach dem Auge gelangen. Die Durchschnittspunkte dieser Strahlen auf der Bildfläche sind Projectionen. Zieht man daher aus einem Punkte a die Projizierende $a\ O$, so wird diese die Bildfläche in a' durchschneiden, und a' ist ein perspectivisches Bild des

*) Da hier der dargestellte Körper ein Würfel ist, bei welchem alle Kanten gleiche Länge haben, so folgt daraus, dass $a\ b = b\ c \dots$ gleich der Höhe $b'\ f'$, $c'\ g'$ etc., d. i. gleich der wirklichen Länge einer Würfelkante sein muss.

**) Zur Darstellung der Figuren I, II, III und III^a ist die schräge Projectionsart angewendet worden. Bei dem Anfertigen der Zeichnung zeichne man die Tafelkanten $I\ IV$, $V\ VI$, $II\ III$ u. s. w. in Fig. I und ebenso auch die entsprechenden Kanten in Fig. II und III unter einem Winkel von etwa 45° , ebenso auch die entsprechenden Kanten des zu projizierenden Körpers; desgleichen mache man die Längen $a\ b$ etc. in Fig. I und II gleich $a\ d$.

Punktes a ; um den Durchschnittspunkt a' in der Bildfläche bestimmen zu können, denke man sich die Projicirende aO in die horizontale Ebene nach aF niedergelegt.*). Da nun Punkt a , wie auch die Punkte b, c, d des Würfels, sowie F (der Fusspunkt des Auges) und die Tafelkante $V VI$ in einer und derselben Horizontalebene $I II III IV$ angenommen sind, so wird aF die Tafelkante $V VI$ in 1 schneiden; errichtet man daher in 1 eine Senkrechte, so schneidet diese die Projicirende in a' ; denn $1a'$ liegt ja in der senkrecht stehenden Dreiecksebene aFO , welch letztere die Bildfläche nach der Geraden $1a'$ durchschneidet; weshalb a' auch in der Bildfläche liegen muss. Verlängert man $1a'$ nach oben und zieht man aus der Ecke e des Würfels ebenfalls die Projicirende eO , so schneidet letztere die Tafel in e' , da, wie Figur zeigt, die Kante ae , wie auch die Bildfläche senkrecht stehen, so muss $a'e'$ ebenfalls als Senkrechte sich darstellen**); in gleicher Weise findet man auch die Bilder der Punkte b, f u. s. w. Man ziehe bO, fO , sowie bF ; letztere schneidet die Tafelkante in 2 . Errichtet man in 2 die Senkrechte, so schneidet diese wieder b', f' ab u. s. w.

Zieht man von O eine Perpendiculare OA gegen die Bildfläche (um A zu bestimmen, zeichne man OA, FF' parallel $I II$ und errichte $F'A$), so ist A der sog. Augenpunkt und bezeichnet dieser die Stelle, welcher gegenüber das Auge sich befindet; der Augenpunkt ist zugleich die Flucht (Convergenzpunkt) aller Linien, welche zur Bildfläche senkrecht stehen. Diejenigen Kanten, welche mit der Tafel parallele Lage haben, bleiben auch in ihren Projectionen unter sich parallel. Die weitere Ausführung dieser Projectionsart bildet eine eigene Wissenschaft, welche unter dem Namen Linienperspective bekannt ist. Fig. IV zeigt, wie schon früher erwähnt, denselben Würfel, wenn die Bildfläche mit der Fläche, auf welche man zeichnet, identisch ist.

§ 96. Fig. II zeigt einen ähnlichen Vorgang wie Fig. I, nur mit dem Unterschiede, dass hier das Projectionszentrum aufgegeben, und statt dessen die projicirenden Strahlen unter sich parallel und schief gegen die Bildfläche einfallen; man könnte sagen, das Auge befindet sich in der Richtung $R'S'$ in unendlicher Entfernung, da alle Geraden, welche nach einem unendlich entfernt liegenden Punkt convergiren, als Parallele betrachtet werden können. Das hierdurch entstandene Bild heisst auch ein parallelperspectivisches.

*) Die Gerade aF kann als die Horizontalprojection des Strahles aO , d. i. als ein Grundriss desselben betrachtet werden.

**) Die Gerade $a'e'$ ist nichts anderes als der Schnitt, den die Ebene $OeaF$ mit der Bildfläche erzeugt; das Viereck $OeaF$ bildet nämlich eine senkrecht stehende Ebene, welche die Bildfläche nach der Geraden $1a'e'$ schneidet. Der Schnitt zweier Ebenen ist immer eine Gerade (siehe § 7).

Um die schiefen Projectionen $a', b', c', d', e', f' \dots$ eines in der Horizontalebene liegenden Körpers $abcdef\dots$ zu erhalten, zeichne man $a'a', b'b', c'c' \dots$ parallel mit der vorausbestimmten Richtung $R'S'$, welche die Projicirenden haben sollen, ziehe ebenso aus $a, b, c, d, e, f \dots$ parallel mit rs , wobei rs als die Horizontalprojection von $R'S'$ zu betrachten ist (siehe Bemerkung zu § 95), und errichte aus den Schnittpunkten $1, 2, 3, 4$ die Senkrechten, so ergeben sich hierdurch in $a', b', c', d', e', f' \dots$ sämmtliche Projectionen der Körperecken, und diese in gleicher Ordnung verbunden, das parallel-perspectivische Bild des Körpers. Das unendlich entfernt liegende Auge konnte man sich in diesem Falle auch ebenso gut diesseits der Bildfläche, auf welcher sich auch der Körper befindet, denken und zwar links unten, also in der Richtung $S'R'$, in welchem Falle die Kanten ab, ad, ae, ef, eh , sowie auch die Kanten dc, bc , wenn man sich die horizontale Tafel $I II III IV$ als durchsichtig denkt, sichtbar sind; weshalb deren schiefen Projectionen $a'b', a'd', b'c', c'd' \dots$ u. s. w. ausgezogen, die übrigen unsichtbaren ($h'g', g'c', g'f'$) aber punktiert wurden.

Die Projection $a'b'c'd'e' \dots$ stellt somit eine Daruntersicht und zwar von links dar. Fig. V zeigt den Körper in einer Daruntersicht von rechts bei gerader Stellung der Bildfläche. Die schiefen Projection $a''b''c''d''e'' \dots$ (Fig. II) stellt eine Daraufsicht von der linken Seite dar, wobei die Strahlen $aa'', bb'', cc'' \dots$ parallel mit RS' , und deren Horizontalprojectionen parallel mit rs , also mit den schon gezeichneten $a1, b2, c3, d4$ zusammenfallend angenommen wurden.

Fig. VI zeigt eine Daraufsicht von rechts, bei gerader Stellung der Bildfläche.

§ 97. In Fig. III, welche den Vorgang bei der rechtwinkligen oder orthogonalen Projectionsart veranschaulicht, wurden zunächst zwei Projectionsebenen (Bildflächen) als rechtwinklig zu einander, und zwar $I II III IV$ als eine verticale, und $I II V VI$ als eine horizontale angenommen. $I II$ ist die Schnittkante der beiden Tafeln (Projectionsachse).

Ferner wurde ein Körper, dessen Flächen $ACEG$ und $BDFH$ zur horizontalen Tafel, und dessen Flächen $ABDC$ und $GHFE$ zur verticalen Tafel parallel sind, zwischen den beiden Tafeln als im Raum frei schwiegend angenommen. Man denke sich nun von sämmtlichen Ecken $A, B, C, D, E, F \dots$ die Projicirenden senkrecht (perpendiculär) gegen die horizontale Tafel gezogen, so treffen diese die Tafel $III V VI$ in den Punkten a, b, c, d, e, f, g, h , wobei, wie aus der Zeichnung leicht ersichtlich, je zwei Punkte, z. B. A, B , in ihrer Horizontalprojection in a, b zusammenfallen. Dasselbe gilt von den übrigen Punkten, z. B. C, D , deren Projectionen c, d zusammenfallen u. s. w. Die Projection irgend eines Punktes, z. B. A , konnte anfänglich innerhalb der Projectionsebene beliebig, z. B. bei a , gewählt werden; die

übrigen Schnittpunkte ergaben sich dann dadurch, dass man aus a parallel zu BD , sowie aus a parallel zu BH zog u. s. w.; die Parallelen $b'h$, $d'f$ schneiden, wenn hinlänglich verlängert, die Projektionsachse $I II$ in den Punkten 1 und 2. Errichtet man hierin die Senkrechten und zieht man aus den Eckpunkten des Körpers die Parallelen zu $a1$, $c2$, d. i. die Senkrechten zur vertikalen Tafel, so ergeben sich in derselben die Projektionen der Eckpunkte, wobei, wie dieses auch im Grundriss der Fall war, wieder je zwei Punkte, z. B. $A, G, B, H, D, F \dots$ in $a'g', b', h', d', f' \dots$ zusammenfallen.

$a b c d e f g h$ heisst eine Horizontalprojection (Grundriss), $a'g' e'c' f'd' b'h'$ eine Verticalprojection (Aufriss) des Körpers; aus ersterer ist Länge und Breite, aus der zweiten die Höhe, und in diesem speciellen Falle der Parallelstellung auch die Breite zu entnehmen.

§ 98. In vielen Fällen genügen zwei Projectionen; verlangt man aber in Folge der Beschaffenheit oder Lage des Körpers noch eine dritte Ansicht, so könnte durch Annahme einer dritten Projectionstafel, welche in der Regel senkrecht zur einen oder andern der schon vorhandenen beiden Projectionsebenen angenommen wird, diesem Verlangen entsprochen werden. Die Tafel $III VII V$ mit der darin enthaltenen dritten Projection $a''c'' b''d'' h''f'' g''e''$ veranschaulicht die Lösung dieser Aufgabe, wobei die Projicirenden Aa'', Cc'', Bb'', Dd'' etc., welche hier wieder paarweise zusammenfallen, ebenfalls als Senkrechte zur Tafel $III VII V$ zu betrachten sind. Diese dritte Projection heisst auch ein Seitenriss, und kann aus demselben Länge und Höhe des Körpers in diesem Falle unmittelbar entnommen werden. (Z. B. $a''b'' = AB, a''g'' = AG =$ der wahren Höhe und Länge des Körpers.*)

Fig. III^a zeigt die angenommene Richtung der drei von einem Punkte S ausgehenden Projektionsstrahlen SR, SR', SR'' , welche in S als senkrecht zu einander stehend zu betrachten sind, und welchen parallel auch die Tafelkanten, sowie die Kanten des Körpers angenommen wurden.

Fig. VII zeigt, wie schon erwähnt, Grund und Aufriss eines Würfels, wenn die beiden Projectionstafeln in einer Ebene liegen (siehe § 101); $ab, bc \dots$, sowie $a'e', b'f' \dots$ entsprechen der wahren Länge einer Würfelkante.

Weitere Ausführungen zur rechtwinkligen Projektionsart.

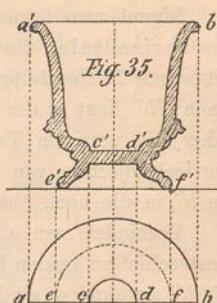
§ 99. Wie schon in § 92 erwähnt, eignet sich die rechtwinklige Projektionsart für Zeichnungen, aus denen die einzelnen Masse unmittelbar oder doch möglichst leicht entnommen werden sollen. Nach dem oben Ge-

*) Bei der angenommenen Lage dieses Körpers sind je vier Kanten zu einer der drei Tafeln parallel, weshalb auch deren Projectionen die wahre Länge enthalten.

sagten sind hierzu zum mindesten zwei Projectionen (Grundriss und Aufriss), mitunter auch eine dritte Projection (Seitenriss) nötig; diese Projectionen liegen aber auf verschiedenen Projectionsebenen.

Da jedoch die Fläche, worauf man zeichnet, nur eine Ebene bildet, und es sich demnach darum handelt, diese verschiedenen Körperansichten in einer Ebene darzustellen, so können die Projectionsebenen ihre natürliche Lage im Raume nicht mehr beibehalten, sondern müssen so umgelegt werden, dass sie in eine Ebene fallen oder nur eine Ebene bilden. Eine Projectionsebene wird dabei um ihre Schnittkante so gedreht, bis sie in die Verlängerung der andern fällt. Der Vorgang ist in Tafel X, Fig. I mit zwei Projectionstafeln nebst den darinliegenden Projectionen eines Dreieckes veranschaulicht.

§ 100. Sehr oft ist zur genaueren Kenntniß eines Körpers noch nötig, dass man sich denselben nicht nur nach seinen Aussenseiten dargestellt, sondern auch von einer Ebene durchschnitten denkt und einen solchen Durchschnitt graphisch zur Darstellung bringt. Soll z. B. die Dicke der Wandung irgend eines Gefäßes aus der Zeichnung ersichtlich sein, so würde etwa ein Verticalschnitt durch die Mitte des Körpers, d. i. durch dessen Achse, wie ihn Fig. 35 veranschaulicht, diesem Verlangen entsprechen. Die vordere Hälfte denke man sich weggenommen, so dass die Schnittfigur sichtbar wird; solche Schnitte heissen auch Profile oder Querschnitte.



Projection des Punktes, der Geraden und Fläche.

Tafel X. Figur I—X.

§ 101. Es seien in Fig. I die beiden Projectionstafeln wie in Fig. II oder III, Tafel IX, rechtwinklig zu einander gegeben. PP ist die Projektionsachse, und a ein Punkt im Raume.*). Zieht man nun von a die projicirende senkrecht gegen die horizontale Tafel und bestimmt an beliebiger Stelle innerhalb ihrer Grenzen ihren Schnittpunkt a' , so kann a' als die Horizontalprojection des Punktes a betrachtet werden.

Zieht man ferner aus a die Senkrechte zur vertikalen Tafel, so ist deren Schnittpunkt a'' eine Verticalprojection des Punktes a . Um die Verticalprojection a'' zu finden, welche, nachdem a' einmal bestimmt war, nicht mehr beliebig gewählt werden konnte, ziehe man aus a' parallel mit $a a''$ und aus dem Schnittpunkte,

*) Man betrachte vorerst die Ecke a als einen für sich gegebenen Punkt ohne Rücksicht auf die Dreiecksfläche.