Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

4. Die ebene Fläche (Ebene).

nen*), indem man die Abstände a und b von der Projectionsachse (d. i. von der verticalen Tafel) von a' nach a'' und von b' nach b'' auf die zu $a'b'$ rechtwinkligen Geraden $a'a''$, $b'b''$ trägt.

Die Strecke $a''b''$ ist nun ebenso wie $a'''b'''$ gleich der wirklichen Länge; der Neigungswinkel der Geraden (ab, $a'b'$) zur verticalen Tafel ist gleich dem Winkel, welcher durch die Verlängerung von $a'b'$ und $a''b''$ rechts oben entstehen würde.

§ 107. In Fig. X sind zwei Punkte durch ihre Projectionen (a, a'), (b, b') in der horizontalen Tafel angenommen: es sollen aus diesen zwei Gerade gezeichnet werden, welche sich in einem Punkte (s, s') schneiden.

Man bestimme zunächst aus (a, a') die Lage der einen Geraden (ac, $a'c'$) beliebig und ziehe z. B. aus dem Grundrisse b die Gerade bd, welche ac in s schneidet. Soll nun s ein Schnittpunkt zweier Geraden sein, so ist damit die Verticalprojection s' vollständig bestimmt, da nach § 101 die Projectionen eines Punktes stets in einer Senkrechten (Projicirenden) zur Achse liegen müssen, der Schnittpunkt aber auch auf der zuerst gegebenen Geraden (ac, $a'c'$) liegen muss. Man ziehe also aus s eine Senkrechte, bis sie $a'c'$ in s' schneidet, und verbinde b' mit s', so sind (ac, $a'c'$), (bd, $b'd'$) die Projectionen der sich schneidenden Geraden. Denkt man sich ferner eine dritte Gerade, welche z. B. in wagrechter Lage durch die beiden gegebenen Geraden nach abwärts gleitet, so erzeugt diese eine Ebene, welche die horizontale Tafel in der Richtung (ab, $a'b'$) schneidet. Der Schnitt einer Ebene mit einer der beiden Projectionstafeln heisst die Spur oder Trace der Ebene; so ist die punktirte Gerade ab eine horizontale Trace, deren verticale Projection $a'b'$ mit der Projectionsachse zusammenfällt.

Die ebene Fläche (Ebene).

§ 108. Eine ebene Fläche kann entweder begrenzt oder auch unbegrenzt gedacht werden; eine unbegrenzte ebene Fläche heisst einfach eine Ebene; zu den begrenzten ebenen Flächen gehören: das Dreieck, das Parallelogramm, die Kreis- und Ellipsfläche u. s. w. Eine Ebene entsteht, wenn auf zwei sich schneidenden oder zwei parallelen Geraden eine dritte Gerade fortgleitet, oder wenn eine Gerade durch einen Punkt und eine feststehende Gerade sich bewegt. Eine Ebene ist somit, abgesehen von ihrer Ausdehnung oder Begrenzung, durch folgende Elemente ihrer Lage nach bestimmt:

a) durch zwei sich schneidende Gerade;
b) durch zwei parallele Gerade;
c) durch eine Gerade und einen Punkt, welcher nicht in der Verlängerung der Geraden liegt;
d) durch drei Punkte, welche nicht in einer Geraden liegen.*)

In Bezug auf die Lage, welche eine Ebene oder ebene begrenzte Fläche gegen zwei Projectionstafeln einnehmen kann, unterscheidet man folgende Fälle:

1. Eine Ebene kann zu einer der beiden Tafeln parallel sein, in welchem Falle sie dann zur andern immer senkrecht steht; ihre Projectionen stellen sich in der ersten Tafel als eine Ebene, oder wenn man sich die Fläche durch Gerade allseitig begrenzt denkt, als eine Flächenfigur nach ihrer wahren Grösse und Gestalt dar; in der zweiten Tafel projicirt sie sich als eine zur Projectionsachse parallele Gerade (siehe Fig. I, Tafel XI).

2. Eine ebene begrenzte Fläche (Figur) kann zu einer der beiden Tafeln senkrecht, zur andern schief sein, in welchem Falle sie in der ersten als gerade Linie, in der zweiten als verkürzte Flächenfigur erscheint (siehe Fig. I[a], II, III und IV, Tafel XI).

3. Eine ebene Fläche kann zu beiden Projectionstafeln senkrecht stehen, in welchem Falle sie in beiden als eine Gerade erscheint, welche zur Projectionsachse senkrecht steht (siehe abc, $a'b'c'$ in Fig. V, Tafel XI).

4. Eine ebene Fläche kann endlich zu beiden Tafeln eine schiefe Lage haben; beide Projectionen sind sodann Flächenfiguren, deren jede mehr oder weniger verkürzt erscheint (siehe abc, $a'b'c$ in Fig. VI, Tafel XI).

Die wahre Grösse und Gestalt einer Fläche ist also nach dem oben Gesagten nur dann aus einer ihrer Projectionen ersichtlich, wenn sie parallel zu einer Tafel ist; in allen übrigen Lagen erscheint sie verkürzt.

Darstellung einer begrenzten ebenen Fläche (Dreieck) in verschiedenen Lagen.

Tafel XI. Figur I—VI.

§ 109. Man zeichne zuerst eine horizontale Gerade als die Projectionsachse, betrachte den darüberliegenden Raum als die verticale, und den darunterliegenden Raum als die umgeklappte, horizontale Tafel, bestimme sodann über der Achse $a'b'c'$ (Fig. I) als die Verticalprojection eines Dreieckes. Soll die Projection $a'b'c'$ nun zugleich auch die wahre Grösse enthalten,

*) Man wende für einen Augenblick die Zeichnung, betrachte $a'b'$ als Grundriss und verfahre damit wie vorhin mit der Projection ab.

*) Die beiden in c) und d) angeführten Bestimmungen sind eigentlich ein und dasselbe, da in einer Geraden immer zwei beliebige Punkte gedacht werden können, mit dem dritten also drei Punkte der Bestimmung d) bilden, und umgekehrt durch zwei der gegebenen drei Punkte immer eine Gerade gelegt werden kann, wodurch die Bestimmung d) mit Bestimmung c) identisch wird.