Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

10. Darstellung einer regelmässigen und einer unregelmässigen Pyramide.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

Strecken ab, 12, bc, 23 . . der gebrochenen Linien von der gleichen Länge einer Sechsecksseite; es ist daher in diesem Falle gleichgiltig, wo oder mit welcher Seite man die Polygone anlegt. Die punktirte gebrochene Linie $x'' \; 1 \; x'$ zeigt die Mantelfläche des Prismas, wenn dasselbe aus dem Punkte $1'$ durch eine zur Grundfläche parallele Ebene geschnitten wird.

Darstellung einer senkrechten, regelmässigen, und einer schiefen, unregelmässigen Pyramide mit schräger Schnittfläche, sowie deren Netzentwicklung.

Tafel XVI. Fig. I—II[a].

§ 123. Pyramiden werden ebenso wie die Prismen in senkrechte und schiefe, mit regelmässiger und unregelmässiger Basisfläche eingetheilt. Eine Pyramide heisst nur dann senkrecht oder regelmässig, wenn ihre Basis ein reguläres Polygon und die Seitenflächen congruente gleichschenklige Dreiecke sind; jede andere Pyramide heisst schief oder unregelmässig. Je nach der Seitenzahl der Grundfläche heisst auch die Pyramide eine drei-, vier-, sechs- oder mehrseitige (vielseitige) Pyramide.

In Fig. I ist eine senkrechte, regelmässige Pyramide dargestellt; deren Basis $(abcd \ldots, a'b'c'd' \ldots)$ ist ein regelmässiges, in der horizontalen Projectionstafel liegendes Sechseck; $m'S'$ heisst die Höhe der Pyramide und (S, S') liegt senkrecht über der Mitte der Grundfläche; $(abS, a'b'S')$, $(bcS, b'c'S')$ . . . heisst je eine Seite der Pyramide. Die schneidende Ebene ist unter einem Winkel von 45^0 zur horizontalen und senkrecht zur verticalen Tafel angenommen und durchschneidet die Pyramide nach einem unregelmässigen Sechseck, dessen Verticalprojection $1'2'3'4'$ . . . eine Gerade und dessen Horizontalprojection die verkürzte Flächenfigur 1234... bildet. $1'R$, $R'r$ sind die beiden Tracen der schneidenden Ebene. Je zwei in einer Pyramidenseite liegende Kanten, z. B. $(bc, b'c')$, $(23, 2'3')$, treffen sich, wenn verlängert, in einem Punkte r''' der horizontalen Trace; r, r, r'... sind weitere solche Punkte, in welchen sich je zwei Seiten der Grund- und Schnittfläche in ihrer Verlängerung schneiden. Die wahre Grösse der schiefen Schnittfigur $(123 \ldots 1'2'3')$ wurde durch Umlegen der verticalen Tafel, wie bei Fig. II, Tafel XI, gefunden, d. h. die Entfernungen $1'1''$, $2'2''$, $3'3''$ . . . wurden gleich gemacht den Entfernungen, welche die Punkte $1, 2, 3$ . . . von der Achse haben; $1''2''3''4''$ . . . ist die wahre Grösse der Schnittfigur.

Entwicklung oder Netzbestimmung der senkrechten Pyramide.

§ 124. Da die Seitenkanten der Pyramide sich im Allgemeinen sowohl horizontal, als vertical verkürzt projiciren, so müsste, falls nicht wie in Fig. I eine der Kanten in ihrer wahren Länge erscheint, diese wahre Länge erst durch Drehung gefunden werden. Bei der Stellung jedoch, welche hier die Pyramide zur verticalen Tafel einnimmt, zeigt sich die wahre Länge einer Kante sowohl bei $a'S'$, als auch bei $d'S'$, da $(aS, a'S')$ und ebenso $(dS, d'S')$ parallel zur verticalen Tafel ist; $a'S'$ gibt nun auch die wahre Länge der übrigen Seitenkanten an.*)

Man beschreibe daher aus einem beliebigen Punkte S (Fig. I[a]) mit dem Radius $S'a'$ (Fig. I) einen Kreisbogen, trage auf diesen die wahren Grössen der Basisseiten (d. i. ab, bc, cd.., in Fig. I[a] $= ab$, bc, cd... in Fig. I) als Sehnen in gleicher Ordnung auf und verbinde die Punkte a, b, c, d . . . durch Gerade, so ist $Sfabcdef$ die Mantelfläche. Legt man die Basis mit einer beliebigen Seite, z. B. bc an die gleichbenannte Seite der Mantelfläche, so bildet diese in Verbindung mit dem Mantel das Netz der nicht abgestumpften Pyramide. Soll das Netz der abgestumpften Pyramide, wie hier in der Zeichnung angegeben ist, ausgeführt werden, so mache man die Strecken $a1$, $b2$, $c3$... des Netzes gleich den wahren Grössen der Kanten $(a1, a'1')$, $(b2, b'2')$, $(c3, c'3')$. . . . Um diese wahren Grössen zu erhalten, denke man sich jede der Seitenkanten um ihren gemeinschaftlichen Scheitelpunkt (S, S') nach $(Sa, S'a')$ gedreht, so werden damit auch die Punkte $2'$, $6'$, $3'$, $5'$ nach $2'''$, $(6''')$, $3'''$, $(5''')$ zu liegen kommen, und $a'2'''$, $a'3'''$ . . . sind die wahren Grössen der betreffenden Kanten, welche nun in Fig. I[a] von den Punkten b, c, d . . . aus übertragen werden können. Legt man endlich die Schnittfigur mit einer beliebigen Seite, z. B. $3''4''$ an die gleiche Seite 34 des Mantelumfanges, so ist damit das Netz der abgestumpften Pyramide bestimmt.

§ 125. Die Darstellung der schiefen unregelmässigen Pyramide, wie sie Fig. II zeigt, bietet nichts wesentlich Neues. Der Unterschied ist hier nur der, dass die Seitenfläche nicht mehr congruent, sondern Dreiecke von verschiedener Grösse sind. Die Basis kann dabei regulär**), oder wie im gegebenen Falle (Fig. II) irregulär sein.

In Fig. II wurde, um alle vorkommenden Fälle anzudeuten, eine Seitenkante $(aS, a'S')$ parallel zur verticalen Tafel, und eine Seitenkante $(eS, e'S')$ so angenommen, dass ihre beiden Projectionen senkrecht zur Achse stehen, d. i. mit ihren Projicirenden zusammen-

*) Man betrachte zunächst die Pyramide als nicht durch die schiefe Fläche abgestumpft und zeichne das Netz der ganzen Pyramide ohne Rücksicht auf die schiefe Schnittfigur.

**) Wäre die Basis ein reguläres Polygon, die Spitze oder der Scheitelpunkt aber nicht senkrecht über der Mitte dieser Basis, so ist die Pyramide ungeachtet der regelmässigen Basisfläche dennoch schief, d. i. unregelmässig.

fallen*) (siehe § 105, Tafel X, Fig. VIII). Die übrigen Seitenkanten sind schief zu beiden Tafeln. Die schneidende Ebene, deren Tracen $R'' R''' R'$ und $R' 1' 2' \ldots$ sind, steht wie bei Fig. I senkrecht zur verticalen Tafel und ist zur horizontalen unter einem Winkel von 30^0 angenommen. Die wahre Grösse der Schnittfigur wurde hier in gleicher Weise wie bei Fig. I durch Umlegen in die verticale Tafel gefunden.

Abwicklung des Netzes der schiefen Pyramide.

§ 126. Zur Bestimmung des Netzes müssen, wie bei Fig. I^a, die Seitenflächen der Pyramide nach ihrer wahren Grösse und in derselben Ordnung wie bei dem Körper neben einander gelegt werden. Die Basiskanten zeigen sich im Grundriss bei $a b$, $b c$, $c d \ldots$ in ihrer wahren Grösse, ebenso ist $a' S'$ die wahre Länge einer Seitenkante, die übrigen Seitenkanten wurden durch Drehung um den gemeinschaftlichen Scheitelpunkt und zwar parallel zur verticalen Tafel**) in ihrer wahren Grösse bestimmt. So ist z. B. $b^3 S'$ die wahre Grösse der Kante ($b S, b' S'$), $e^3 S'$ die wahre Grösse der Kante ($e S$, $e' S'$) u. s. w. Dasselbe gilt auch von den Strecken $a' 1'$, $b^3 2'''$, $e^3 5''$ u. s. w. Aus den wahren Grössen derjenigen Strecken, welche je eine vollständige oder abgestumpfte Pyramidenseite begrenzen, werden nunmehr die einzelnen Seiten des Netzes in Fig. II^a gebildet und um S herum aneinander gelegt. Das Anlegen der Schnittfigur geschieht wie bei Fig. I^a.***)

Darstellung des Kreises, bezw. der Kreisfläche in verschiedenen Lagen.†)

Tafel XVII. Fig. I—IX.

§ 127. Die beiden Projectionen eines Kreises können sich darstellen:

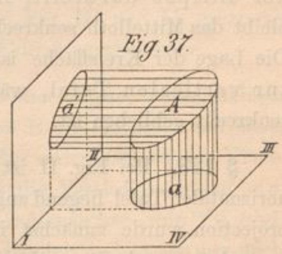
1. als Kreis und Gerade, in welchem Falle die Kreisebene parallel zu einer Tafel ist;

2. als zwei Gerade von gleicher Länge, in welchem Falle die Kreisebene senkrecht zu beiden Tafeln ist;

3. als Gerade und Ellipse, in welchem Falle die Kreisebene senkrecht zu einer und schief zur andern Tafel ist;

4. als zwei Ellipsen, deren grosse Achsen gleiche Länge haben, in welchem Falle die Kreisebene schief zu beiden Tafeln steht (s. Taf. XVII).

Die Projectionen der Kreislinie werden, wie dies überhaupt bei jeder Curve der Fall ist, dadurch bestimmt, dass man eine Anzahl von Punkten auf derselben annimmt, und deren Projectionen durch eine stetige krumme Linie aus freier Hand verbindet. Ist die Curve, wie dies bei dem Kreise der Fall ist, eine gleichförmig gekrümmte, so theilt man am besten dieselbe in gleiche Theile.



Die Summe der projicirenden Linien, welche von einer Kreislinie oder sonstigen Curve gegen eine Projectionstafel gezogen werden, bilden dabei eine projicirende Cylinderfläche*) und der Durchschnitt dieser Cylinderfläche mit der Projectionstafel ist die Projection des Kreises oder der Curve (s. Fig. 37.)

In Fig. I sind zunächst die beiden Projectionen ($a b c d \ldots$, $a' b' c' d' \ldots$) einer Kreisfläche in paralleler Stellung zur verticalen Tafel gegeben; die Kreisfläche erscheint daher oben in ihrer wahren Grösse, unten als eine Gerade, deren Länge gleich dem Kreisdurchmesser ist. Eine zum Mittelpunkte der Kreisebene senkrecht stehende Gerade (Mittelloth der Kreisfläche) projicirt sich im Grundrisse als die zu $a b c d \ldots$ senkrecht stehende Gerade $m L$, im Aufrisse als ein Punkt m'. Soll nun die Kreisfläche in eine andere Lage oder Stellung gebracht werden, so theile man den Umfang zuerst in eine Anzahl gleicher Theile, z. B. zwölf**); (a', b', c', $d' \ldots$ $a, b, c, d \ldots$) sind solche Theilpunkte. Dreht man nun die Kreisfläche um den Punkt (g, g'), so dass sie zur horizontalen Tafel stets senkrecht bleibt, so wird ihre Horizontalprojection einmal senkrecht zur Projections-

---

*) Um hier den Punkt e in der Horizontalprojection bestimmen zu können, muss man zuvor die Kante (eS, $e' S'$) um (S, S') parallel zur verticalen Tafel nach ($S' e''$, $S' e^3$) drehen; der Punkt $5'$ fällt alsdann im Aufriss in die gedrehte Kante nach $5''$. Fällt man von $5''$ die Projicirende, so ergibt sich im Grundriss $5'''$; den so erhaltenen Punkt $5'''$ denke man sich mit der Kante ($e'' S$, $e^3 S'$) wieder in die ursprüngliche Lage nach (eS, $e' S'$) zurückgedreht, wodurch sich Punkt 5 in der Horizontalprojection ergeben hat. Ausserdem könnte Punkt 5 auch gefunden werden, indem man ea bis R''' verlängert und aus R''' durch 1 eine Gerade zieht, welche eS in 5 schneidet.

**) Die Seitenflächen der Pyramide könnten auch ebenso gut um ihre Basiskanten, z. B. ab, $bc \ldots$ in die horizontale Tafel gelegt werden. Dieses Verfahren ist hier jedoch nicht angegeben, da es in diesem Falle weniger zur Anwendung kommt.

***) Die Basisfläche wurde in Fig. II^a wegen Mangel an Raum weggelassen.

†) Die Darstellung des Kreises oder der Kreisfläche mit der auf dem Mittelpunkte der Kreisfläche senkrecht stehenden Achse (Mittelloth der Kreisebene) findet bei dem projectiven Zeichnen eine so vielseitig praktische Verwerthung, dass wir dieses Blatt dem Studium des Anfängers ganz besonders empfehlen.

---

*) Wenn eine Gerade auf irgend einer krummen Linie fortgleitet und dabei zu ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt, so heisst die durch die Gerade erzeugte Fläche eine Cylinderfläche, die Gerade eine Erzeugende und die gegebene krumme Linie die Leitlinie.

**) Der Kürze halber wurde der Kreis so getheilt, dass immer je zwei Punkte, z. B. m', b' und l', $c' \ldots$, ebenso l', i' und m', h' u. s. w. in eine Projicirende und somit deren Horizontalprojectionen zusammenfallen.