Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

12. Darstellung eines Säulenstückes.

der herabgeschobene Kreis die horizontale Tafel berührt. Um den Mittelpunkt m' des letzteren zu finden, ziehe man $p''m'$ parallel zu $p'n'$; m' ist nun der Mittelpunkt und $m'b''$ der Halbmesser u. s. w. Punkt m' herab projicirt ergibt m der Horizontalprojection. Da der untere Kreis parallele Lage mit dem obern hat, so sind auch seine Verkürzungen in jeder der Projectionen gleichartig, d. h. die Ellipsen haben gleiche Achsenverhältnisse, sind also in jeder Projection paarweise congruent u. s. w.

Die Dicke der Cylinderwandung kann in jeder der Projectionen in wahrer Grösse direct angegeben werden. So ist cr und ebenso $a'q$ gleich dieser wahren Dicke. Die Projectionen der innern Kreise haben ebenso wie die äussern je paarweise gleiche Achsenverhältnisse. Man ziehe daher, um deren halbe kleine Achsen zu bestimmen, z. B. rs, parallel cl und ebenso in der Verticalprojection aus q parallel zu $a'g$ u. s. w.

Fig. IX zeigt das gleiche Verfahren bei Kreisen, deren Radien ma, $n1$ ungleich gross sind. Es verhält sich hierbei $n1$ zu $n3$ wie ma zu mc u. s. w.

Fig. X zeigt den verticalen Cylinderdurchschnitt in gerader oder geometrischer Ansicht. Die wahre Höhe desselben wurde dadurch ermittelt, dass man die Achse (mn, $m'n'$) in Fig. VIII um ihre Horizontalprojection nach $m''n''$ umklappte ($mm'' = m'1$ und $nn'' = n'2$), und die Höhe $m'n'$ in Fig. X gleich $m''n''$ in Fig. VIII machte. (Siehe Fig. IX Taf. X.)

Darstellung eines Säulenstückes mit darunterliegender quadratischer Platte.

Tafel XVIII. Figur I—II^a.

§ 134. In Fig. I ist zuerst der Aufriss, sodann der Grundriss der Säule nebst der Platte gegeben. Auf der Mantelfläche wurden Linien in der Form von Caneluren angegeben. Der Grundriss von Fig. I wurde sodann in eine schiefe Lage (hier rechts) gebracht und bildet derselbe nunmehr die Hilfsfigur zur Ausführung des Seitenrisses Fig. II und des Aufrisses Fig. II^a. Zweck der Aufgabe ist, die Säule in Fig. II^a so darzustellen, dass auch die horizontalen Flächen als solche zur Anschauung kommen, die Säule also eine nach vorwärts geneigte Stellung erhält. Um allzu viele Constructionslinien zu vermeiden, wurde hier der cylindrische Theil des Grundrisses in der schiefen Stellung aufs neue und zwar so eingetheilt: dass, wie bei Fig. I, wieder je zwei Punkte, z. B. *1, 7*, *2, 6* . . . ., sowie *14, 1*, *13, 2* . . . in eine Projicirende fielen. Man konnte sich dabei die auf der Platte stehende Säule um ihre Achse in dieser Stellung gedreht denken. Zur Ausführung der Fig. I^a ist zunächst Seitenriss Fig. II nothwendig.

Man denke sich bei dem schief gedrehten Grundriss die unterste Fläche $a\ b\ c\ d$ in der horizontalen Tafel liegend, zeichne rechtwinklig zur Projectionsachse die Gerade $a'' \ldots c'$, betrachte diese als die Projection einer dritten Tafel und die Fläche rechts davon als ihre Umlegung. Nun projicire man a nach a'', b nach b', c nach c', d nach d' und denke sich dieses Quadrat $abcd$, dessen Seitenriss in der Achse der dritten Tafel $a''b'c'd'$ ist, um den feststehenden Punkt $a(a'')$ erhoben, so dass $c''a''c'$ geometrisch betrachtet, der Winkel ist, unter welchem die Grundfläche zur horizontalen Tafel geneigt ist. Mit der Grundfläche denke man sich auch den ganzen Körper erhoben. Die Ausführung des Seitenrisses ist leicht. Man mache nur die Grössen $a''e''$, $b''f''$, $c''g''$ . . . (in Fig. II) gleich $a'e'$, $b'f'$, $c'g'$ . . . (in Fig. I) u. s. w. Ferner ziehe man aus a, b, c, d, e, f, g, h . . . die Projicirenden nach aufwärts und mache die Entfernungen der Punkte b''', c''', d''', e''', f''', g''', h''' . . . u. s. w. von der Projectionsachse gleich den Entfernungen, welche b'', c'', d'', e'', f'', g'', h'' von der horizontalen Tafel haben. Durch die Projicirenden aus dem Seitenrisse ist der Vorgang veranschaulicht; die Abstände der projicirenden Linien von der horizontalen Tafel wurden, wie aus der Zeichnung ersichtlich, in die verticale Projection Fig. II^a aufgestellt. Das vierkantige Prisma, welches hier den Körper stützt, wurde nachträglich in den betreffenden Projectionen bestimmt. Ferner sei noch erwähnt, dass der in schiefe Lage gebrachte Grundriss nicht als die Horizontalprojection des schief auf der Ecke stehenden Körpers, sondern lediglich als eine Hilfsfigur zu betrachten ist, vermittelst welcher im Verein mit Fig. II die Projection Fig. II^a bestimmt wurde. Die in Fig. II^a vorkommenden Ellipsen, bezw. verkürzten Kreise, konnten nach der in § 133 angegebenen Methode, d. i. mittels der beiden Achsen u. s. w., gezeichnet werden. Die kleine Achse q^4p^4 eines ersten Kreises, z. B. $n'q^4 4' p^4$, wurde, wie ersichtlich, aus dem Seitenriss abgeleitet; alle weiteren Ellipsen haben nun nach dem in § 133 Gesagten gleiche Achsenverhältnisse. Ferner sind in Wirklichkeit gleiche Längen auch in ihren Verkürzungen unter sich gleich, z. B. $a'''e'''$ gleich $b'''f'''$ gleich $c'''g'''$ u. s. w.

§ 135. Da es häufig vorkommt, dass aus einem gemeinschaftlichen Mittelpunkt mehrere ähnliche Ellipsen zu zeichnen sind, so sei in Fig. III ein Verfahren angegeben, nach welchem man diese Aufgaben lösen kann.

Angenommen, die äussere Ellipse $acbd$ sei gegeben, ebenso die grosse Achse hp einer zweiten Ellipse, welche den gleichen Mittelpunkt hat, und es sollen für diese zweite Ellipse mehrere Curvenpunkte gefunden werden, so zeichne man zunächst in die erste Ellipse beliebige Durchmesser el, ko, ziehe die Sehnen ae, ec, co . . . und z. B. aus h anfangend zu diesen parallel hg,

$g\,i \ldots$ u. s. w., so ergeben sich auf den Durchmessern die Curvenpunkte $g, i \ldots$ der innern Ellipse, welche mit der äussern ähnlich ist.*)

Darstellung einer Vase in verschiedenen Lagen.

Tafel XIX. Figur I—III.

§ 136. Die Verticalprojection Fig. I zeigt die geometrische Ansicht einer Vase; in der Horizontalprojection wurde nur die Sockelplatte mit dem ersten daraufliegenden Basiskreis (12, $1'2'$) angegeben; (mno, $m'n'o'$) ist die Achse dieser Vase.

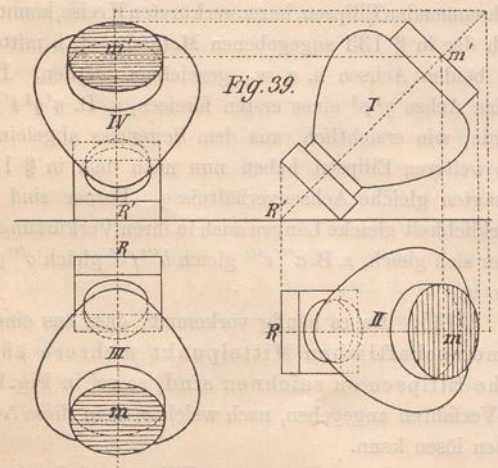
Fig. II zeigt in der verticalen Projection die Ausführung derselben Vase in schiefer Stellung nach vorne geneigt und zwar so, dass die Kanten (ab, $a'b'$), (cd, $c'd'$)... der quadratischen Basis noch parallel zu beiden Tafeln sind. Die Gerade a'' (b'') m' c'' (d''), sowie die dazu rechtwinklige $m'o''$ bilden den Seitenriss der untersten Fläche ($abcd$, $a'b'c'd'$) und der Achse (mo, $m'o'$).**) Dieser Seitenriss konnte entweder gleich anfänglich seiner Lage nach bestimmt werden, oder man hätte auch ebenso gut $a'b'c'd'$ in der Verticalprojection als die Verkürzung der untersten quadratischen Basisfläche annehmen und daraus die Lage des Seitenrisses bestimmen können.*)

Angenommen, es sei die Gerade a'' (b'') m' c'' (d'') als Seitenriss gleich der wahren Länge einer Quadratseite ihrer Lage nach bestimmt worden, so errichte man über dem Mittelpunkte m' derselben die Senkrechte $m'o''$, mache $m'o''$ gleich $m'o'$ in Fig. I und theile $m'o''$ in Fig. II, ebenso wie $m'o'$ in Fig. I durch die Kreisebenen, welche sich als horizontale Gerade darstellen, getheilt ist; mache also $m'n'' \ldots m'I'' \ldots$ in Fig. II gleich $m'n' \ldots m'I$ u. s. w. in Fig. I, errichte ferner über m' eine Senkrechte $m'o'$ als die Projection der nach vorne geneigten Achse**), und ziehe aus den einzelnen Theilpunkten der Geraden $m'o''$ die wagrechten Projicirenden gegen die Achsenprojection $m'o'$, wodurch auf dieser die Verkürzungen der Höhenabschnitte gefunden werden. Trägt man nun aus Fig. I die Grössen $m'a'$, $m'b'$, $n'k'$, $n'g' \ldots 13$, $14 \ldots$ u. s. w. von $m'o'$ der Fig. II nach rechts und links auf die durch m', $n' \ldots I'$ u. s. w. gehenden Horizontalen in $m'e'$, $m'f'$, $n'2'$, $n'5' \ldots I'4''$, $I'3'' \ldots$ an, und verbindet die auf gleichen Seiten liegenden Endpunkte f', $5'$, $7' \ldots 3'' \ldots$ und e', $2'$, $4' \ldots 4'' \ldots$, so ergibt sich das verkürzte und nach vorne geneigte verticale Durchschnittsprofil***), welches hier der Deutlichkeit halber durch einen Farb-Ton hervorgehoben wurde. Die Verticalprojection $a'b'c'd'$ der untersten quadratischen Fläche wurde gefunden, indem man durch f' und e' die Senkrechten $a'f'd'$ und $b'e'c'$, sowie durch c'' (d'') und a'' (b'') die Horizontalen $d'c'$ und $a'b'$ zeichnete, wobei letztere, wie ersichtlich, in die Projectionsachse fällt, mithin in der horizontalen Tafel liegt.

Sollte die Horizontalprojection der quadratischen Basisfläche bestimmt werden, so zeichne man zunächst fme (gleich $f'm'e$) parallel zur Projectionsachse und in beliebiger Entfernung von derselben, projicire sodann a'' (b'') und c'' (d'') nach a''' (b''') und c''' (d''') auf die Gerade ef, drehe a''' (b'''), c''' (d''') um m nach a^4 (b^4) und c^4 (d^4), ziehe durch e und f die Geraden bc und ad senkrecht zur Projectionsachse, sowie durch a^4 (b^4), c^4 (d^4) Parallele zur Projectionsachse, so hat sich dadurch die

*) Die Projectionen concentrischer Kreise, deren Ebenen unter sich parallel sind, werden sich, wenn ihre Lage schief zu den Tafeln, stets als ähnliche Ellipsen darstellen. (Siehe § 133, Fig. IX, Tafel XVII.)

**) Das obige Verfahren, nämlich nur die unterste Quadratfläche und die Körperachse im Seitenrisse anzugeben, ist lediglich eine Abkürzung des Verfahrens, wie



es Fig. 39 zeigt und wodurch, da es sich in Fig. II nur um die Verticalprojection handelt, die Projectionen I und II wie auch die Ausführung von III erspart blieb. Uebrigens konnte in Fig. II die Verticalprojection lediglich mit Hilfe des Seitenrisses, soweit derselbe dort ausgeführt ist, also unabhängig von der Horizontalprojection gezeichnet werden.

*) Letztere Aufgabe wäre ähnlich der Aufgabe in Fig. VI, Tafel XVII, wo die Verkürzung einer Kreisfläche zuerst in der horizontalen Tafel bestimmt, und aus dieser Verkürzung die umgelegte Projection $ca''b''d''$ gefunden wurde (siehe daselbst).

**) Wenn man sich den Seitenriss, in welchem sich die unterste quadratische Fläche zu einer Geraden $a''(b'')c''(d'')$ verkürzt, um den Mittelpunkt m' des Quadrates so gedreht denkt, dass die im Seitenrisse als Punkte erscheinenden Geraden $a''b''$, $c''d''$ nach $a'b'$, $c'd'$, also parallel zu beiden Tafeln zu liegen kommen, so erscheint die Achse $m'o''$ in beiden Projectionen als eine Senkrechte zur Projectionsachse (vgl. § 105, Fig. VIII, Tafel X, sowie Fig. V, Tafel XVII).

***) Darunter verstehen wir einen senkrechten längs der Körperachse gelegten Durchschnitt des Körpers, d. i. ein Höhenprofil (siehe § 100, Fig. 35).