Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

16. Darstellung des Kegels mit den Kegelschnittlinien Hyperbel , Parabel u. s. w.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

Erzeugenden*) als Radius aus S in Fig. II einen Kreisbogen, trage auf diesen die Bogentheile ab, bc, cd ... aus Fig. I über und ziehe aus den so erhaltenen Theilpunkten a, b, c, d ... die Geraden nach S, trage ferner auf aS von a aus die wahre Länge von $(a\,1,\ a'\,1')$, d. i. $a'\,1'$ und ebenso von b aus die wahre Länge von $(b\,S,\ b'\,S')$ u. s. w. an und verbinde $6, 7, 8, 1, 2$ ... durch eine stetige Curve; $f\,6$ ist hierbei die Trennungslinie der Mantelfläche. Da hier das Netz des abgestumpften Kegels als wirklich bestehend gedacht ist, so ist ausser der Basisfläche auch noch die Schnittfigur an die Curve oben anzulegen.

Angenommen, es solle die Schnittfigur mit einem Scheitelpunkte (T, T') den Mantelumriss berühren, so ist die Aufgabe ähnlich wie in Fig. I und II, Taf. XX zu lösen (vgl. Fig. 47).

Man lege nämlich durch (T, T') in Fig. I eine tangirende Ebene an die Kegelfläche, welche dieselbe

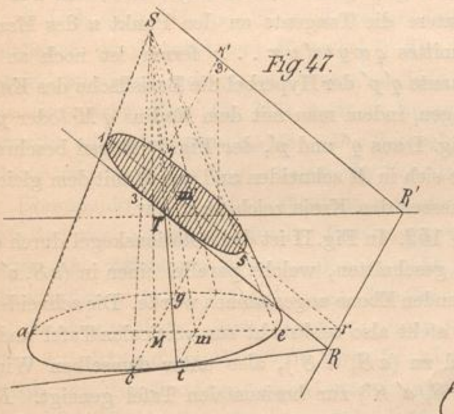

Fig. 47.

nach der Erzeugenden $(t\,T\,S,\ t'\,T'\,S')$ berührt und deren horizontale Trace die Kreistangente $t\,R$ ist und verbinde T mit R. (Die Verticalprojection $T'\,R'$ dieser Tangente fällt mit der gleichen Projection der schneidenden Ebene zusammen.) Ferner trage man den Punkt t aus Fig. I nach t in Fig. II^a in gleicher Ordnung über und lege durch t die Kreistangente $t\,R$, mache $t\,R$ in Fig. II^a gleich $t\,R$ in Fig. I und verbinde T mit R, so ist lestztere die verlangte Tangente an den Punkt T der abgewickelten Mantelfläche. Zu dieser Tangente steht die kleine Achse $T\,u$ ($= T''\,u''$ in Fig. I) senkrecht u. s. w. Die Ellipse wurde hier mittels ihrer Brennpunkte F, F' gezeichnet (siehe Fig. V, Tafel VI).

Eine beliebige zweite Tangente $(6\,R,\ 6'\,R')$, wie auch deren geometrische Lage $6''\,s'\,r'$ konnte ebenso gefunden werden.

$R'\,R'''\,r'\,n'$ ist die parallel zur verticalen Tafel aufgestellte horizontale Trace der schneidenden Ebene, in welcher $n'\,r'$ gleich $n\,R$ der Horizontalprojection gemacht wurde. Ebenso ist $n'\,R'''$ gleich $n\,R$, und $T''\,R'''$ die Tangente an den Scheitelpunkt T'' der aufgestellten Ellipse (vgl. Fig. I, Tafel XX).

In gleicher Weise wurde auch in Fig. II an Punkt (T, T'), welcher mit $(7, 7')$ identisch ist, eine Tangente gelegt; $g\,R$ ist hier die Trace der berührenden, $R\,n\,R'$ die Trace der schneidenden Ebene, (R, R') und (T, T') Punkte, welche beiden Ebenen gemeinschaftlich angehören, somit $(T\,R,\ T'\,R')$ eine Tangente (vgl. Fig. 47).

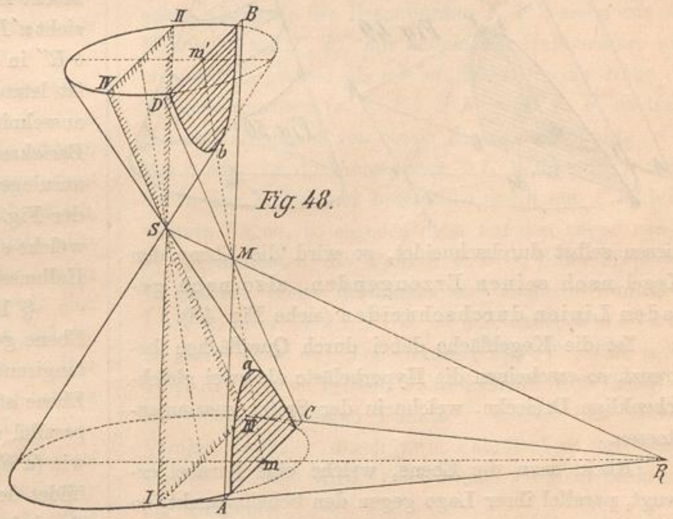

Fig. 48.

Darstellung des Kegels mit den Kegelschnittlinien Hyperbel und Parabel und Netzbestimmung des ersten Kegels.

Tafel XXII. Figur I—II^a.

§ 149. Unter den sog. Kegelschnittlinien versteht man die schon früher erwähnte Ellipse, ferner die Hyperbel und Parabel. Die Ellipse entsteht, wenn die schneidende Ebene sämmtliche Erzeugende eines Kreiskegels durchschneidet (siehe Fig. I und II, Tafel XXI). Liegt eine Ebene so, dass sie alle Erzeugenden unter gleichen Winkeln durchschneidet, so wird dadurch ein Kreis erzeugt; der Kreis kann somit als eine specielle Art von Ellipse betrachtet werden, wobei die beiden Brennpunkte im Centrum zusammenfallen. Der Schnitt einer Rotationskegelfläche und einer Ebene, welcher parallel ist der Drehungsachse, oder allgemeiner ausgedrückt, welcher auch den zweiten Mantel des Kegels durchschneidet, ist eine Hyperbel (vergl. Fig. 48). Die

---

*) Da hier alle Erzeugenden in der Wirklichkeit gleiche Länge haben, $a'\,S'$ aber parallel zur verticalen Tafel ist, so repräsentirt $a'\,S'$ mit den darauf liegenden Punkten l', k', i' ... sowohl die wahre Länge sämmtlicher Erzeugenden $(aS,\ a'\,S')$, $(bS,\ b'\,S')$ u. s. w., wie auch die wahren Längen der einzelnen Abschnitte $(a\,1,\ a'\,1')$, $(b\,2,\ b'\,2')$, $(c\,3, c'\,3')$ ... auf denselben, so dass z. B. $a'\,i'$ die wahre Grösse von $(c\,3,\ c'\,3')$ ist u. s. w.

Hyperbel ist eine Linie, welche aus zwei einander congruenten und gegenüberliegenden offenen Curven besteht (siehe Fig. IV, Tafel XXII). Der Schnitt einer Rotationskegelfläche und einer Ebene, welche parallel einer tangirenden Ebene der Kegelfläche ist, ist eine Parabel (vergl. Fig. 49).

Rückt man die schneidende Ebene, welche eine Ellipse erzeugt, immer näher dem Scheitelpunkte S, so wird die Ellipse um so kleiner werden, je näher sie diesem Scheitelpunkte zu liegen kommt, bis sie schliesslich mit demselben zusammenfällt, d. h. zu einem Punkte geworden ist (vergl. Fig. 50).

Rückt man eine schneidende Ebene, welche eine Hyperbel erzeugt, näher dem Scheitelpunkte, bis sie

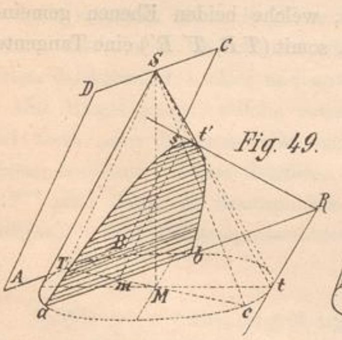

Fig. 49.

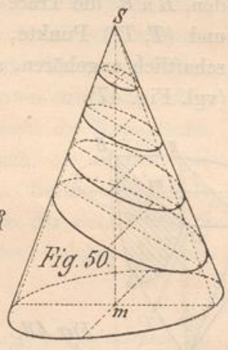

Fig. 50.

diesen selbst durchschneidet, so wird die Ebene den Kegel nach seinen Erzeugenden, also nach geraden Linien durchschneiden (siehe Fig. 48).

Ist die Kegelfläche dabei durch Querflächen begrenzt, so erscheinen die Hyperbeläste als zwei gleichschenklige Dreiecke, welche in der Spitze zusammenstossen.

Rückt man die Ebene, welche eine Parabel erzeugt, parallel ihrer Lage gegen den Scheitelpunkt, so wird sie zur tangirenden Ebene der Kegelfläche, die Parabel wurde dabei immer schmäler, bis sie zu einer Linie geworden ist. Die Hyperbel hat, wie die Ellipse, zwei Brennpunkte, die Parabel nur einen Brennpunkt.*)

§ 150. In Fig. I sind die Projectionen eines Rotationskegels gegeben. Die schneidende Ebene steht senkrecht zur horizontalen und parallel zur verticalen Tafel, die Schnittfigur bildet eine Hyperbel**), deren verticale Projection $(q' w' q' t' r' u \ldots)$ in wahrer Grösse, und deren Horizontalprojection $(g w y t r u \ldots)$ als eine Gerade parallel zur Projectionsachse erscheint.

Ihre horizontale Projection wurde hierbei zuerst angenommen, ihre verticale Projection ergab sich auf den Erzeugenden $l' S'$, $n' S'$, $m' S' \ldots$ durch die Projicirende aus $w, y, t \ldots$; die Punkte (q, q'), (p, p'), (w, w'), $(y, y') \ldots$ derselben liegen aber auch ebenso auf Kreisen, welche in der Horizontalprojection zuerst aus S durch $5\, v\, w$, $4\, x\, y \ldots$ gelegt wurden, und deren Verticalprojectionen die Geraden $5' v' w'$, $4' x' y' \ldots$ sind.

Der Kegel wurde ausserdem durch eine wagrechte Ebene, d. i. durch einen Kreis abgestumpft.

§ 151. Fig. I^a ist das Netz des durch die Hyperbel und den Kreis geschnittenen Kegels. Dasselbe wurde wie bei Fig. II^a, Tafel XXI gezeichnet; die Hyperbel wurde mit ihrem Scheitelpunkte r in den Ausschnitt des Netzes berührend eingelegt u. s. w. Die Hyperbeltangente $(u R,\ u' R')$ in Fig. I wurde ähnlich wie bei der Ellipse in Fig. I, Tafel XXI gefunden. $q R$ ist die horizontale Trace der schneidenden, $b R$ die horizontale Trace der in $(b u S,\ b' u S')$ berührenden Ebene; daher $(u R,\ u' R')$ Punkte, welche beiden Ebenen gemeinschaftlich angehören; $(u R,\ u' R')$ ist also die Tangente. Macht man $p' R'''$ in Fig. I^a gleich $p R$ in Fig. I und zieht $u' R''$, so ist diese die Tangente an u' und macht man $b R''$ in Fig. I^a gleich $b R$ in Fig. I und zieht $u R''$, so ist letztere die Tangente an den Punkt u des Mantelausschnittes $q w y t r' u x \ldots$; ferner ist noch an die Basiskante $q' p'$ der Hyperbel die Basisfläche des Kegels anzulegen, indem man mit dem Radius $q M$ (oder $p M$) der Fig. I aus q' und p', der Fig. I^a Bögen beschreibt, welche sich in M schneiden und aus M mit dem gleichen Halbmesser den Kreis zeichnet u. s. w.

§ 152. In Fig. II ist der Rotationskegel durch eine Ebene geschnitten, welche parallel einer in $(a S,\ a' S')$ tangirenden Ebene angenommen wurde. Die schneidende Ebene steht also senkrecht zur verticalen Tafel und ist parallel zu $(a S,\ a' S')$, also unter demselben Winkel wie $(a S,\ a' S')$ zur horizontalen Tafel geneigt. $R' R$ bildet deren horizontale Trace, die Schnittfigur ist eine Parabel. Ihre Verticalprojection wurde zuerst bestimmt und ihre horizontale Projection durch die Projicirenden aus $o', n', u', t', q', p' \ldots$ gefunden (vgl. Fig. I, Tafel XXI).

Die Netzbestimmung der Fig. II wurde nicht ausgeführt, da die Aufgabe wesentlich gleich mit den vorhergegangenen wäre. Fig. II^a ist die parallel zur verticalen Tafel umgeklappte Schnittfigur, welche sich hier somit in wahrer Grösse darstellt. Hierbei zeichne man die Symmetrieachse $m''' p''$ derselben in beliebigem Abstande parallel zur Verticalprojection der Schnittfigur, ziehe aus dieser die Projicirenden $p' p''$, $v' v''$, $(w' w'')$, $q' q''$, $(p' p'') \ldots$ und mache $v'' w''$, $q'' p''$, $t'' u'$, $n'' o''$ gleich $v w$, $q p$, $t u$, $n o$ der Horizontalprojection, d. h. man halbire z. B. $n o$ in m'' und trage $m'' o$ oder $m'' n$ von m''' aus nach beiden Seiten der Symmetrieachse an u. s. w.

Eine Tangente an den Punkt (p, p') und p'' der Parabel wurde in bekannter Weise gefunden. $R' n\ m''\ o R$ ist die horizontale Trace der schneidenden, $d R$ die horizontale Trace der in $(S p d,\ S' p' d')$ berührenden

---

*) Ueber das Weitere siehe § 153.

**) Da hier nur die Kegelfläche mit einer Mantelfläche dargestellt ist, so erhält man auch nur einen Ast oder eine Seite der Hyperbel.

Ebene u. s. w., und $o''R''$ oder $m'''R''$ in Fig. IIa gleich oR oder $m''R$ in Fig. II.

Sollte, wie in Fig. I, Tafel XXI, die Aufgabe gestellt sein, die Brennpunkte der Hyperbel und Parabel aus den Projectionen abzuleiten, so ist hier die Lösung dieser Aufgabe ganz die gleiche. Man denke sich z. B. in Fig. I wieder die berührende Kugelfläche, welche die Schnittfigur (Hyperbel) in F'' berührt. F'' ist sodann der Brennpunkt. Um den Berührungspunkt F'' zu bestimmen, denke man sich den Kegel mitsammt der Schnittebene gedreht, bis dieselbe in der Verticalprojection sich als eine Senkrechte projicirt, welche hier zufällig mit yy' zusammenfällt, zeichne sodann einen Kreis, welcher $k'S'$, $d'S'$ und die Senkrechte (hier yy') berührt. Von letzterem Berührungspunkte ziehe man die Wagrechte nach rechts, welche sodann auf $a'S'$ den Brennpunkt F'' ergibt.

In Fig. II berührt der Kreis, bezw. die Kugelprojection die Geraden $a'S'$, $g'S'$ und die Schnittfigur $o'n't'u'\ldots$, und zwar letztere in F'', dem Brennpunkte der Parabel u. s. w.

§ 153. Fig. III und IV sind geometrische Constructionen der Parabel und Hyperbel.*) Die Parabel besteht, wie schon gesagt, aus einem einzigen offenen Aste. Ihre Achse Fas (Fig. III) theilt sie in zwei symmetrische oder congruente Hälften. Der Parabelpunkt a, welcher auf der Achse liegt, heisst ihr Scheitelpunkt; ihr Brennpunkt F, welcher ebenfalls auf der Achse liegt, hat vom Scheitel a dieselbe Entfernung wie eine Gerade nh, welche zur Achse senkrecht steht und die Leitlinie (directrix) der Parabel heisst. Die Curve selbst hat die Eigenschaft, dass die Entfernung eines jeden Punktes derselben von dem Brennpunkte gleich ist der Entfernung dieses Punktes von der Leitlinie (z. B. $eF = en$, $fF = fh$ u. s. w.). Daraus ergibt sich für die Construction einer Parabel folgendes Verfahren: Man bestimme zunächst die Achse Fas, und auf derselben a als Scheitelpunkt, sodann entweder zuerst den Brennpunkt F oder zuerst die Leitlinie ausserhalb des Scheitelpunktes ($aF =$ der Entfernung der Leitlinie von a), zeichne sodann beliebige Gerade ed, fc, und gb durch F, rechtwinklig zur Achse, nehme die Entfernungen dieser Geraden von der Leitlinie in den Zirkel und beschreibe mit denselben als Halbmessern aus F Kreisbögen, welche diese Geraden in de, cf, bg schneiden, wodurch $Fe = ne$, $Ff = hf\ldots$ geworden sind. Durch die so erhaltenen Punkte zeichne man mit freier Hand die Curve. Die Geraden Fe, en, Ff, fh . . . heissen die Fahrstrahlen der Parabel; eine Tangente an irgend einem Punkte, z. B. f, halbirt den Winkel, welchen die Fahrstrahlen an diesem Punkte bilden. (Vergl. § 69, Fig. 33.)

*) Diese hätten eigentlich der Ordnung halber gleich nach den Constructionen der Ellipsen in Tafel VI gebracht werden können. Es wurde jedoch vorgezogen, dieses erst hier zu thun, nachdem der Lernende diese Curven als Kegelschnittlinien bereits erkannt hat, und somit auch sein Interesse für die Eigenschaften dieser Curven grösser ist, als es von Anfang an der Fall gewesen sein würde.

§ 154. Die Hyperbel besteht aus zwei offenen Aesten, welche symmetrisch sich gegenüberliegen. In Fig. IV heisst ab die Hauptachse, M der Mittelpunkt, eine auf der Achsenmitte zu aMb Senkrechte die Nebenachse; FF'' sind die Brennpunkte, ab die Scheitelpunkte der Hyperbel; die Entfernungen der Brennpunkte von den Scheitelpunkten a und b sind gleich. Die Curve selbst hat die Eigenschaft, dass der Unterschied der Entfernungen eines jeden Punktes von den beiden Brennpunkten stets gleich der grossen Achse ist ($Fg - gF'' = Fm - mF'' = ab$). Hieraus ergibt sich für die Construction einer Hyperbel folgendes Verfahren: Man bestimme zunächst etwa die Hauptachse ab, sowie die Brennpunkte F, F'', ziehe aus den Brennpunkten F, F'' mit beliebigem Halbmesser, welcher jedoch grösser als ab ist, Bögen in der Nähe des Hyperbelumrisses (z. B. Fg, $Fh = F''f$, $F''e$), trage diesen Halbmesser von einem der Scheitelpunkte, z. B. von b aus, in die Achse nach $b1$, nehme die Strecke $a1$ in den Zirkel und beschreibe damit aus F und F'' weitere Bögen, so ergeben diese auf den zuerst aus F, F'' gezeichneten die Punkte g, h, e, f der Hyperbel. In gleicher Weise bestimmen sich auch die Punkte m, l u. s. w. ($Fm = b2$, $F''m = a2$; daher $Fm - mF'' = b2 - a2 = ab$). Die Geraden Fg, gF'', Fm, mF'', $F''f$, fF u. s. w. heissen Fahrstrahlen. Eine Tangente an einem beliebigen Punkte f halbirt den spitzen Winkel, welcher durch zwei Fahrstrahlen an diesem Punkte gebildet wird. Die Normale fN steht senkrecht zur Tangente.

Eine durch M an die Hyperbel gelegte Tangente berührt dieselbe erst in unendlicher Entfernung und heisst daher eine Asymptote, d. i. nie berührende Linie. Um die Lage der Asymptoten zu bestimmen, beschreibe man um FF'' als Durchmesser einen Kreis, ferner an die Scheitelpunkte a und b die Tangenten parallel der Nebenachse, welche den Kreis in t, u und in r, s schneiden. Zieht man nun durch u, r und t, s Gerade, so sind diese die verlangten Asymptoten.

Hieraus ergibt sich, dass die Hyperbel auch durch die Lage der beiden Asymptoten und durch die grosse Achse aMb bestimmt gewesen wäre. Man hätte in diesem Falle zunächst die Geraden tau, rbs durch a und b gezeichnet, damit u, t, s, r auf den Asymptoten erhalten und die Entfernungen der Brennpunkte F, F'' von M nun gleich Mu oder Mt . . . gemacht. Wären ausser den Asymptoten statt der Scheitelpunkte die Brennpunkte F, F'' bestimmt worden, so wäre die

Hyperbel, wie leicht ersichtlich, gleichfalls bestimmt und das Resultat dasselbe gewesen.*)

Darstellung der Kugel und ihrer Schnitte.

Tafel XXIII. Fig. I—IV.

§ 155. Die Kugelfläche gehört ebenso wie Kreiscylinder und Kreiskegel zu den Rotationsflächen**), und entsteht, wenn ein Kreis um seinen Durchmesser rotirt. Der Kreis ist also die Erzeugende, der Durchmesser die Drehungsachse. Die verschiedenen aufeinanderfolgenden Lagen, welche der erzeugende Kreis während der Drehung einnehmen kann, heissen die Meridiane, die Kreise, welche von den einzelnen Punkten der Erzeugenden beschrieben werden, Parallelkreise. (Ueber weitere Umdrehungsflächen siehe § 161.) Die orthogonalen Projectionen einer Kugel stellen sich stets als grösste Kugelkreise dar, da die projicirenden Cylinderflächen dieselben nach einem grössten Kreise berühren. Jeder ebene Schnitt einer Kugel ist ein Kreis.

§ 156. Fig. I zeigt die beiden Projectionen einer Kugel, welche durch zwei Ebenen geschnitten wird, von welchen die eine senkrecht zur verticalen und parallel zur horizontalen Tafel, die andere umgekehrt, senkrecht zur horizontalen und parallel zur verticalen Tafel ist. Die Schnitte projiciren sich, da sie je parallel zu einer Tafel sind, in diesen als geometrische Kreise, in den anderen als Gerade. Ein ebener Kugelschnitt ($abcd$, $a'b'c'd'$), welcher durch die Mitte der Kugel parallel zur horizontalen Tafel gelegt wird, fällt in $abcd$ mit dem Umfang der Horizontalprojection zusammen, und umgekehrt: ein grösster Kugelschnitt ($aecf$, $a'e'c'f'$), dessen Lage mit der verticalen Tafel parallel ist, projicirt sich in dieser ebenfalls als Kugelumfang. Angenommen, es sei I ein in der Horizontalprojection zuerst bestimmter Punkt auf der Kugelfläche, so wird man seine Verticalprojection dadurch erhalten, dass man durch I eine, etwa zur verticalen Tafel parallele Hilfsebene legt, deren Schnitt im Aufriss sich als ein geometrischer Kreis projicirt. Zieht man nun aus I die Projicirende hinauf, so schneidet diese den Kreis in zwei Punkten und I' liegt, je nachdem man sich den Punkt auf der untern oder obern Kugelhälfte denkt, oben oder unten in der Kreislinie. Nimmt man, wie in vorliegender Zeichnung, den Punkt auf der obern Kugelhälfte an, so bestimmt sich die Verticalprojection von I in I' oben. Ebenso hätte man I' auch finden können, indem man durch (I, I') die Hilfsebene sich parallel zur horizontalen Tafel gelegt dachte, d. h. aus m mit einem Halbmesser mI einen Kreis beschrieb und diesen in der Verticalprojection verzeichnete; seine Projection ist dann die durch I' gehende wagrechte Gerade u. s. w. (II, II') und (III, III') sind weitere Projectionen zweier Punkte, wobei (II, II') auf dem zur verticalen Tafel parallelen und grössten Kreise oder Meridian und (III, III') auf dem zur horizontalen Tafel parallelen und grössten Kreise (Parallelkreis oder Aequator) liegt.

Eine durch das Kugelcentrum gehende und zu beiden Tafeln senkrechte Ebene schneidet die Kugel nach einem grössten Kreise, dessen Projectionen ($debf$, $d'e'b'f'$) sich je als eine Senkrechte zur Projectionsachse darstellen und deren Längen gleich dem Kugeldurchmesser sind.

Die Kreisebenen, deren Projectionen ($abcd$, $a'b'c'd'$), ($aecf$, $a'e'c'f'$) und ($edfb$, $e'd'f'b'$) sind, stehen senkrecht zu einander und schneiden sich je paarweise nach einem Durchmesser.

§ 157. In Fig. II sind zunächst wieder die Projectionen jener senkrecht zu einander stehenden grössten Kreise ($abcd$, $a'b'c'd'$), ($aecf$, $a'e'c'f'$) und ($edfb$, $e'd'f'b'$) bestimmt worden.*)

Man betrachte $e'h'i'g'$ als die zuerst gegebene Verticalprojection eines Kugelschnittes, dessen Lage senkrecht zur verticalen und schief zur horizontalen Tafel ist. Seine Horizontalprojection gestaltet sich zu einer Ellipse $ehig$, deren grosse Achse hng gleich $i'n'e'$ der Verticalprojection, und deren kleine Achse ine mittels der Projicirenden aus i' und e' gefunden wurde.**) Eine aus dem Kugelcentrum gegen die Kreisebene gefällte Senkrechte schneidet die Kreisebene in ihrem Mittelpunkte (n, n'), bildet also ein Mittelloth zu derselben. Sollten auf projectivem Wege für die Horizontalprojection mehrere Curvenpunkte gefunden werden, so brauchte man nur mehrere Hilfsebenen oder Kugelschnitte etwa parallel zur horizontalen Tafel

*) Die schiefe Projection Fig. 48 veranschaulicht die Ableitung der Asymptoten auf projectivem Wege. Denkt man sich nämlich durch den Scheitelpunkt S des Kegels eine zur Hyperbel parallele Ebene, so schneidet diese, wie schon erwähnt, denselben nach den Erzeugenden $I\,II$, $III\,IV$; legt man ferner an diese Erzeugenden tangirende Ebenen (deren horizontale Tracen IR, $III\,R$ sind), so schneiden letztere die Ebene der Hyperbel nach den als Asymptoten sich darstellenden Geraden AB, CD, sowie sich selbst nach der Geraden SMR.

**) Eine Rotationsfläche überhaupt wird erzeugt, indem sich irgend eine Linie als Erzeugende um eine feste Gerade als Achse dreht, und zwar so, dass jeder Punkt der Erzeugenden einen Kreis beschreibt, dessen Ebene senkrecht zur Achse steht. Die Erzeugende heisst dabei in ihren verschiedenen Lagen ein Meridian, und die Kreise, welche von den einzelnen Punkten der Erzeugenden beschrieben werden, heissen Parallelkreise. Die Erzeugenden von Rotationscylinder- und Kegelfläche könnten somit ebenfalls als Meridiane bezeichnet werden; doch ist diese Bezeichnung hierfür nicht üblich.

*) Diese drei grössten Kreise sind bei allen Kugelprojectionen gleich anfänglich zu bestimmen.

**) Diese Ellipse könnte nun auch, nachdem die Achsen gefunden sind, nach der in § 72, Fig. III Tafel VI, angegebenen Methode gezeichnet werden.