Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

23. Durchdringung von Prisma und Kugel, Pyramide und Kugel, Cylinder und Kugel.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

schneidet, gefunden werden. $(5, 6, 5'6')$, $(5'', 6'', 5'6')$ sind deren Durchgangspunkte in den beiden Projectionen.

Durchdringung von Prisma und Kugel, Pyramide und Kugel, Cylinder und Kugel.

Tafel XXVIII. Figur I—III.

§ 172. In Fig. I ist die Durchdringung einer Kugel durch ein regelmässiges sechskantiges Prisma dargestellt. Das Kugelcentrum (m, m') liegt in der Achse des Prismas, die Hilfsebenen sind senkrecht zur horizontalen Tafel und mit den Seiten des Prismas zusammenfallend angenommen, ihre Schnitte mit der Kugel sind Kreise, deren Horizontalprojection Gerade und deren Verticalprojection entsprechend der Stellung beider Körper Kreise und Ellipsen bilden, welche je paarweise hintereinander liegen, somit je in eine Projection zusammenfallen. Die weitere Ausführung ist aus der Zeichnung leicht ersichtlich.

§ 173. In Fig. II ist die Durchdringung einer Kugel und eines senkrechten Kreiscylinders dargestellt. Die Hilfsebenen durch beide Körper wurden parallel zur verticalen Tafel angenommen und durchschneiden daher den Cylinder nach geraden Erzeugenden, die Kugel nach Kreisen, deren Verticalprojectionen sich in wahrer Grösse darstellen. Besondere Aufmerksamkeit erfordern in der Verticalprojection die auf den Umrissen des Cylinders und der Kugel liegenden Punkte der Körperdurchschnitte, z. B. $5'$ und $7'$ u. s. w. Die Durchschnitte beider Körper bilden, wie aus der Verticalprojection ersichtlich, zwei in sich geschlossene Curven, deren Horizontalprojection mit der gleichen Projection des Cylinders zusammenfällt.

§ 174. In Fig. III ist die Durchdringung von Kugel und regelmässiger Pyramide dargestellt. Das Kugelcentrum (m, m') liegt in der Achse der sechsseitigen Pyramide. Die Durchgangspunkte der Pyramidenkanten liegen daher in gleichen Abständen von der horizontalen Tafel, d. i. je auf einem wagrechten Kugelkreise.

Hat man daher die Durchgangspunkte einer Pyramidenkante, z. B. $(aS, a'S')$ in $(1, 1')$, $(7, 7')$ gefunden und legt durch $(1, 1')$, $(7, 7')$ eine wagrechte Hilfsebene, so schneidet letztere sämmtliche Durchgangspunkte $1', 7', 2', 8', 3', 9' \ldots$ der Kanten $(aS, a'S')$, $(bS, b'S') \ldots$ in der Verticalprojection ab. Die Punkte $(1, 1')$ und $(7, 7')$ konnten aber ohne Weiteres bestimmt werden, da $(aS, a'S')$ mit dem Hauptmeridian $(o\,7\,10\,p \ldots o'\,7'\,10'\,p' \ldots)$ schon in einer zur verticalen Tafel parallelen Hilfsebene liegt. Da übrigens alle durch die Kanten $(bS, b'S')$, $(eS, e'S')$ und $(cS, c'S')$, $(fS, f'S')$ zur horizontalen Tafel senkrecht gelegten Hilfsebenen die Kugel nach einem grössten Kreise durchschneiden, so würden die Schnittlinien dieser Ebenen mit den beiden Körpern, falls man sie um die Pyramidenachse parallel zur verticalen Tafel drehte, mit $(aS, a'S')$, $(dS, d'S')$ und dem Hauptmeridian $(o\,7\,10\,p \ldots o'\,7'\,10'\,p' \ldots)$ zusammenfallen und damit auch alle gedrehten Durchgangspunkte nach $(1, 7, 1', 7')$ u. s. w. zu liegen kommen.

Um ausser den Durchgangspunkten der Pyramidenkanten auch noch Zwischenpunkte, wie z. B. (v, w, v', w') u. s. w., zu finden, denke man sich beide Körper durch eine zur horizontalen Tafel senkrechte Ebene in der Richtung $g\,v\,w\,S\,k$ durchschnitten, zeichne die Verticalprojection $g'S'$, $k'S'$ der hierdurch auf der Pyramide entstandenen Schnittlinie, drehe die Schnittlinie um die Pyramidenachse, bezw. um das Kugelcentrum parallel zur verticalen Tafel nach $(g''S, g'''S')$, markire in der Verticalprojection die Durchschnitte der Geraden $g'''S'$ mit dem Hauptmeridian (d. i. mit dem gleichfalls gedrehten grössten Kugelkreise) und lege durch diese Schnittpunkte v''' und w''' wagrechte Kreise*), so liegen auf diesen die Zwischenpunkte v' und $w' \ldots$ Zieht man noch die auf den Pyramidenseiten liegenden Geraden $(hS, h'S')$, $(iS, i'S')$, $(kS, k'S') \ldots$,**) so schneiden letztere auf den durch v''' und w''' gelegten wagrechten Kreisen weitere Zwischenpunkte ab. Die Horizontalprojectionen dieser Kreise und Punkte wurden sodann aus der Verticalprojection abgeleitet.

Durchdringung von Cylinder und Ringfläche, Kegel und Kugel.

Tafel XXIX. Figur I—II[a].

§ 175. In Fig. I wird ein Wulstring von einem senkrechten Kreiscylinder durchdrungen. Die Hilfsebenen wurden hier parallel zur horizontalen Tafel angenommen, durchschneiden also den Ring nach Kreisen, deren verticale Projectionen als Gerade und deren horizontale Projectionen als geometrische Kreise in wahrer Grösse sich darstellen. Der Cylinder wird durch diese Hilfsebenen gleichfalls nach Kreisen, und zwar von gleicher Grösse geschnitten, deren Horizontalprojectionen mit der gleichen Projection des Cylinders, also mit $a\,1\,y\,x\,b \ldots$ zusammenfallen.

Die Durchschnittsfigur beider Körper bildet eine einzige, in sich geschlossene Raumcurve, deren Horizontalprojection $1\,2\,t\,u\,3\,4\,5\,6 \ldots$ mit der gleichen Projection des Cylinders zusammenfällt und deren Verticalprojection als eine geschlossene Curve $1'\,t'\,3'\,5'\,v'\,9'\,w' \ldots$ erscheint. Besondere Beachtung erfordern die Punkte $(3, 4, 3', 4')$ und (b, b'', b''') derselben, welche in der Verticalprojection auf dem Cylinderumriss, und ebenso

*) Diese Kreise berühren die Mittellinien der Pyramidenseiten, liegen also innerhalb der Pyramide.

**) Die Punkte (g, g'), (h, h'), (i, i'), $(k, k') \ldots$ wurden je auf der Mitte einer Basisseite angenommen.