Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

28. Darstellung der geraden und schiefen Schraubenfläche und eines gewundenen Körpers.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

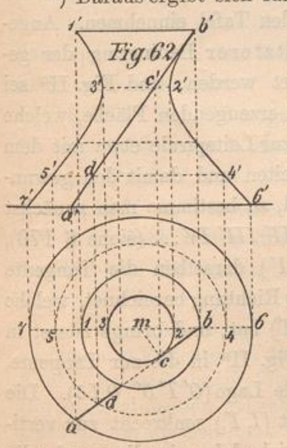
binde dieselben in gleicher Ordnung durch Gerade, so sind die beiden Projectionen des windischen Paraboloides gefunden. Auf der linken Seite wurde diese Fläche durch eine Ebene ($ABIII$, $A'B'II'I'$) begrenzt. Ferner bildet der kleine Bogen, dessen Verticalprojection $i'k'$ ist, den Schnitt der windischen Fläche mit der verticalen Tafel.

§ 187. In Fig. III wurde bei der Darstellung des Drehungshyperboloides zunächst die Achse (AB, $A'B'$) und sodann die Lage ($a\,1$, $a'\,1'$) einer ersten Erzeugenden bestimmt; da während der Drehung dieser Geraden jeder Punkt derselben einen Kreis um die Achse beschreibt*), so liegen auch die Endpunkte ($a, 1$, $a', 1'$) je in einem Kreise, deren Ebenen senkrecht zur Achse sind, und ($a, b, c, d, e \ldots a', b', c', d', e'$) . . ., sowie ($1, 2, 3, 4 \ldots 1', 2', 3', 4'$) . . . sind deren Projectionen. Theilt man nun den Basiskreis von a aus in eine Anzahl gleicher Theile, z. B. 24, ebenso den zweiten Kreis von 1 aus in dieselbe Anzahl gleicher Theile und verbindet a mit 1, b mit 2, c mit 3 u. s. w., so ist damit die Horizontalprojection dieser windischen Fläche bestimmt. Die Verticalprojection ergibt sich auf bekannte Weise mittels der Projicirenden aus $a, b, c, d \ldots$ und $1, 2, 3, 4 \ldots$

Damit die Ausführung möglichst einfach werde, ist der Fusspunkt (a, a') einer ersten Erzeugenden so gewählt, dass derselbe auf einer Geraden $n\,A\,a$ und je zwei weitere Fusspunkte, wie z. B. b, y und $c, x \ldots$, in ihrer Verticalprojection in b', y' und c', x' zusammenfallen. Ebenso wurde der obere Endpunkt ($1, 1'$) der ersten Erzeugenden derart angenommen, dass 1, 7 und 2, $6 \ldots$ in je einer Projicirenden liegen, $1'$, $7'$ und $2'$, $6' \ldots$ der Verticalprojection somit wieder zusammenfallen. Die rückwärtsliegenden, also unsichtbaren Theile der Erzeugenden wurden punktirt. Dasselbe gilt auch von Fig. I und II.

---

*) Daraus ergibt sich für die Ausführung der beiden Projectionen noch ein zweites und kürzeres Verfahren. Man braucht nämlich nur eine Reihe solcher Kreise, welche von Punkten (a, a'), (b, b'), (c, c') . . . der Erzeugenden beschrieben werden, in den beiden Projectionen zu bestimmen (siehe Fig. 62) und an die Verticalprojectionen dieser Kreise die Umrisslinien $1'\ 3'\ 5'\ 7'$ und $b'\ 2'\ 4'\ 6'$ zu zeichnen. In der Horizontalprojection bildet ausser dem untern und obersten auch der die Gerade $a\,b$ in c berührende Kreis eine Umrisslinie des windischen Hyperboloides.



Darstellung der geraden und schiefen Schraubenfläche und eines gewundenen Körpers.

Tafel XXXIII. Figur I—III.

§ 188. Fig. I und II sind Darstellungen von Schraubenflächen. Eine Schraubenfläche entsteht, wenn eine gerade Erzeugende über eine Schraubenlinie oder Cylinderspirale sich derart bewegt, dass die Erzeugende die Achse der Spirale unter constantem Winkel schneidet. Ist dieser Winkel ein rechter, d. h. steht die Erzeugende in allen ihren Lagen, welche sie während der Bewegung einnimmt, stets senkrecht gegen die Achse, so entsteht eine sog. gerade Schrauben- oder Wendelfläche (siehe Fig. I); schneidet hingegen die Erzeugende die Achse stets unter einem constanten (gleichen) schiefen Winkel, so entsteht die schiefe Schraubenfläche (siehe Fig. II). Die Schraubenfläche ist bestimmt, wenn die Leitspirale oder Schraubenlinie, die Achse und die Lage einer Erzeugenden gegen die Achse gegeben sind. Man beschreibe daher mit ma als Radius einen Kreis oder auch, wie in Fig. I, nur die vordere Hälfte desselben, theile denselben in eine Anzahl gleicher Theile, sodann theile man auch die angenommene Ganghöhe az' in ebenso viele gleiche Theile, als solche auf dem ganzen Kreise angenommen wurden, ziehe durch diese horizontale Gerade und aus den Theilpunkten der Horizontalprojection die Projicirenden, so ergeben sich die Punkte a', b', c', d', $e' \ldots$ der Leitlinie, welche sodann durch eine stetige Curve zu verbinden sind. Nimmt man als Achse statt einer Geraden einen Cylinder an (wie in Fig. I) und zeichnet man die verschiedenen Lagen der Erzeugenden nur bis zu ihren Durchgangspunkten auf der Cylinderfläche, so entsteht auf derselben durch Verbindung der Durchgangspunkte eine zweite, mehr gestreckte Schraubenlinie $1'\,g'\,2' \ldots$ In Fig. I wurde ausserdem noch eine mittlere, auf der Schraubenfläche liegende Linie angegeben.

§ 189. Die Aufgabe bei Fig. II ist ähnlich wie bei Fig. I. Der Unterschied besteht nur darin, dass eine erste Erzeugende $a\,1$ schief gegen die Achse angenommen ist. Da hier $a\,1$ so gewählt wurde, dass 1 auf den Schnitt der Achse mit der dritten Horizontalen (von unten an gerechnet) fällt, so sind hier des weiteren nur noch b' mit 2, c' mit 3, d' mit 4, e' mit 5, f' mit 6, g' mit 7 u. s. w. zu verbinden, wobei die Durchgangspunkte dieser einzelnen Geraden durch den als körperliche Achse angenommenen Cylinder in ihrer Verbindung eine zweite auf dem Cylinder liegende und mehr gestreckte Schraubenlinie ergeben.

§ 190. In Fig. III ist ein gewundener Körper dargestellt, wie er ähnlich bei einem Treppengeländer vorkommt. Der Körper entsteht, wenn eine Flächenfigur wie $a'\,a''\,a'''\,b''\,c' \ldots$ um eine Achse (M, M')

rotirt und dabei mit dieser Achse stets in einer Ebene liegt, d. i. zur horizontalen Tafel senkrecht steht. Die Horizontalprojectionen der verschiedenen Stellungen sind Gerade, wie z. B. ae oder $fo\ldots$, die Verticalprojectionen der verschiedenen Stellungen sind aus den Horizontalprojectionen abgeleitet, und die Höhen der Flächenfiguren sind in allen Stellungen der Verticalprojection stets gleich. Da jeder Punkt einer solchen erzeugenden Flächenfigur eine Schraubenlinie um die Achse (M, M') beschreibt, so ergibt sich, nachdem zuerst die Fläche in ihren verschiedenen Lagen gezeichnet ist, durch Verbindung ihrer Ecken u. s. w. in entsprechender Ordnung der Umriss der Verticalprojection. Das Weitere ist aus der Zeichnung leicht ersichtlich.

Darstellung gewundener Körper.

Tafel XXXIV. Figur I—III.

§ 191. In Fig. I ist ein Stück eines gewundenen Säulenschaftes mit Kannelirungen dargestellt. Dazu wurde die vordere Hälfte eines regulären Achteckes gezeichnet, dessen Seiten durch einspringende Kreisbögen ersetzt sind. Denkt man sich nun dieses Bogenachteck mit seinem in der Achse $(M, M' M'')$ liegenden Mittelpunkte um dieselbe, d. i. um sich selbst so gedreht, dass die Achtecksebene stets senkrecht zur Achse steht und dabei nach aufwärts schreitet, so entsteht der gewundene Säulenschaft, wie ihn Fig. I zeigt.*)

Angenommen, es wäre die Strecke $0\ VI$ gleich einer Viertels-Ganghöhe, d. h. die Achtecksfläche habe während des Fortschreitens von 0 bis VI eine Viertelsdrehung gemacht, so wird dabei eine Ecke $(0, 0')$ den Weg $0'\,1'\,2'\,3'\,4'\,5'\,6'$, eine Ecke 3 den Weg $3''\,4''\,5''\,6''\,7''\,8''\,9''\ldots$ u. s. w. zurückgelegt haben. Um nun die Hilfspunkte $0', 1', 2', 3'\ldots$ und $3'', 4'', 5'', 6''\ldots$ u. s. w. zu bestimmen, theile man in der Horizontalprojection die Viertelskreise $0\,6$, $6\,12$ und ebenso die Ganghöhe $0\ VI$ in eine Anzahl gleicher Theile, z. B. in je sechs, ziehe aus den Theilpunkten $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\ldots$ Senkrechte und aus $0, I, II, III, IV\ldots$ Horizontale, so liegen auf deren Schnittpunkten die verlangten Curvenpunkte $0', 1', 2'\ldots$, $3'', 4'', 5''\ldots$, $6''', 7''', 8'''$ u. s. w., welche, wenn in gehöriger Ordnung von links nach rechts wie $0', 1', 2', 3'\ldots$ verbunden, die gewundenen Kanten ergeben. Der Säulenschaft ruht hier ferner auf einer kegelförmigen Basisfläche, und die gewundenen Kanten haben ihre Fusspunkte auf derselben in $0', 3'', 6'''\ldots$ Die Verticalprojectionen des Schnittes der gewundenen Hohlkehlen auf der Kegelfläche, wie z. B. $3''\,x'\,a'\,6'''$ einen solchen darstellt, wurden gefunden, indem man in der Horizontalprojection tangirend an die einspringenden Bögen einen Kreis $a\,d\,g\ldots$ beschrieb und dessen Verticalprojection auf der Kegelfläche bestimmte. Zieht man nun aus den Punkten, wie $a, d, g, \ldots$ die Senkrechten, so schneiden diese auf der durch a' gehenden Horizontalen (d. i. der Kreisprojection) die verlangten Punkte der Kehlenvertiefungen ab. Weitere Zwischenpunkte, wie z. B. (x, x') konnten ebenfalls durch Annahme eines weiteren Hilfskreises auf der Kegelfläche gefunden werden. Derselbe wurde hier durch x in der Horizontalprojection so beschrieben, dass er die einspringenden Bögen $3\,a\,6$, $6\,d\,9\ldots$ schneidet; auf seiner Verticalprojection liegt nun x' u. s. w. Eine Linie $(a\,b\,c\,d\,e\,f\ldots, a'\,b'\,c'\,d'\,e'\,f')\ldots$ zieht sich längs der tiefsten Stelle in einer der Hohlkehlen hinauf; ihre Projection wurde dadurch bestimmt, dass man den Viertelskreis $a\,g$ gleichfalls in sechs gleiche Theile $a\,b$, $b\,c$, $c\,d\ldots$ theilte, aus diesen Theilpunkten Senkrechte zog und oben auf den wagrechten aus $0, I, II, III\ldots$ die Punkte $a', b', c', d', e'\ldots$ markirte, sowie letztere durch eine hier punktirte Curve verband.

*) Diese Art der Erzeugung wird meistens nur dann angewendet, wenn die Ganghöhe im Verhältniss zum Umfange sehr gross ist.

§ 192. In Fig. II ist ein Stück einer sog. Treppenwange oder Treppenspindel dargestellt, wie solche als Träger der Stufen auf der inneren oder Achsenseite einer Wendeltreppe vorkommen kann. (Im einfachsten Falle ist die Spindel einer Wendeltreppe ein gerader Cylinder, s. Fig. 63.)

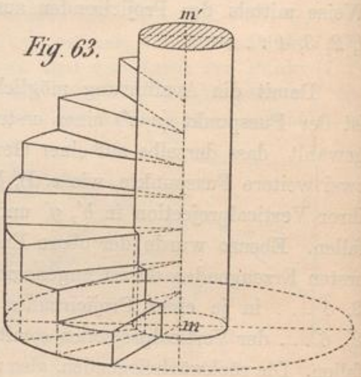


Fig. 63.

Eine solche Spindel könnte nun nach der in Fig. III, Tafel XXXIII angeführten Methode gezeichnet werden, oder die erzeugende Fläche konnte, statt senkrecht zur horizontalen Tafel, auch normal zur Leitspirale, d. i. senkrecht zu derselben stehen und dabei stets gleiche Lage zur horizontalen Tafel einnehmen. Angenommen, es solle nach letzterer Bedingung der gewundene Körper gezeichnet werden, und Fig. II^a sei die geometrische Form der erzeugenden Fläche, welche in stets normaler Stellung zur Leitspirale etwa mit dem Punkte 3 auf dieser fortgleiten und damit den gewundenen Körper erzeugen soll, so bestimme man zunächst die Leitlinie $III'''\ II'''\ I'\ II'\ III'\ IV\ldots$ (siehe § 179), lege an einen Punkt (I, I') derselben die Tangente $(I\,R, I'\,R')$, welche also die Richtung bezeichnet, welche die Schraubenlinie bei (I, I') hat, und bringe zuerst in Punkt (I, I') die Fläche Fig. II^a in die zur Tangente, also auch zur Curve normale Lage $(0'\,I'\,5', 0\,I\,5)$. Die Fläche steht nun in Punkt (I, I') senkrecht zur verticalen Tafel und projicirt sich daher in dieser als die