Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

29. Darstellung gewundener Körper.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

rotirt und dabei mit dieser Achse stets in einer Ebene liegt, d. i. zur horizontalen Tafel senkrecht steht. Die Horizontalprojectionen der verschiedenen Stellungen sind Gerade, wie z. B. ae oder $fo\ldots$, die Verticalprojectionen der verschiedenen Stellungen sind aus den Horizontalprojectionen abgeleitet, und die Höhen der Flächenfiguren sind in allen Stellungen der Verticalprojection stets gleich. Da jeder Punkt einer solchen erzeugenden Flächenfigur eine Schraubenlinie um die Achse (M, M') beschreibt, so ergibt sich, nachdem zuerst die Fläche in ihren verschiedenen Lagen gezeichnet ist, durch Verbindung ihrer Ecken u. s. w. in entsprechender Ordnung der Umriss der Verticalprojection. Das Weitere ist aus der Zeichnung leicht ersichtlich.

Darstellung gewundener Körper.

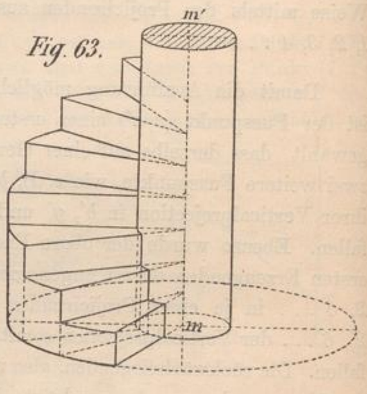
Tafel XXXIV. Figur I—III.

§ 191. In Fig. I ist ein Stück eines gewundenen Säulenschaftes mit Kannelirungen dargestellt. Dazu wurde die vordere Hälfte eines regulären Achteckes gezeichnet, dessen Seiten durch einspringende Kreisbögen ersetzt sind. Denkt man sich nun dieses Bogenachteck mit seinem in der Achse $(M, M' M'')$ liegenden Mittelpunkte um dieselbe, d. i. um sich selbst so gedreht, dass die Achtecksebene stets senkrecht zur Achse steht und dabei nach aufwärts schreitet, so entsteht der gewundene Säulenschaft, wie ihn Fig. I zeigt.*)

Angenommen, es wäre die Strecke $0\ VI$ gleich einer Viertels-Ganghöhe, d. h. die Achtecksfläche habe während des Fortschreitens von 0 bis VI eine Viertelsdrehung gemacht, so wird dabei eine Ecke $(0, 0')$ den Weg $0'\,1'\,2'\,3'\,4'\,5'\,6'$, eine Ecke 3 den Weg $3''\,4''\,5''\,6''\,7''\,8''\,9''\ldots$ u. s. w. zurückgelegt haben. Um nun die Hilfspunkte $0', 1', 2', 3'\ldots$ und $3'', 4'', 5'', 6''\ldots$ u. s. w. zu bestimmen, theile man in der Horizontalprojection die Viertelskreise $0\,6$, $6\,12$ und ebenso die Ganghöhe $0\ VI$ in eine Anzahl gleicher Theile, z. B. in je sechs, ziehe aus den Theilpunkten $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\ldots$ Senkrechte und aus $0, I, II, III, IV\ldots$ Horizontale, so liegen auf deren Schnittpunkten die verlangten Curvenpunkte $0', 1', 2'\ldots$, $3'', 4'', 5''\ldots$, $6''', 7''', 8'''$ u. s. w., welche, wenn in gehöriger Ordnung von links nach rechts wie $0', 1', 2', 3'\ldots$ verbunden, die gewundenen Kanten ergeben. Der Säulenschaft ruht hier ferner auf einer kegelförmigen Basisfläche, und die gewundenen Kanten haben ihre Fusspunkte auf derselben in $0', 3'', 6'''\ldots$ Die Verticalprojectionen des Schnittes der gewundenen Hohlkehlen auf der Kegelfläche, wie z. B. $3''\,x'\,a'\,6'''$ einen solchen darstellt, wurden gefunden, indem man in der Horizontalprojection tangirend an die einspringenden Bögen einen Kreis $a\,d\,g\ldots$ beschrieb und dessen Verticalprojection auf der Kegelfläche bestimmte. Zieht man nun aus den Punkten, wie $a, d, g, \ldots$ die Senkrechten, so schneiden diese auf der durch a' gehenden Horizontalen (d. i. der Kreisprojection) die verlangten Punkte der Kehlenvertiefungen ab. Weitere Zwischenpunkte, wie z. B. (x, x') konnten ebenfalls durch Annahme eines weiteren Hilfskreises auf der Kegelfläche gefunden werden. Derselbe wurde hier durch x in der Horizontalprojection so beschrieben, dass er die einspringenden Bögen $3\,a\,6$, $6\,d\,9\ldots$ schneidet; auf seiner Verticalprojection liegt nun x' u. s. w. Eine Linie $(a\,b\,c\,d\,e\,f\ldots,\ a'\,b'\,c'\,d'\,e'\,f')\ldots$ zieht sich längs der tiefsten Stelle in einer der Hohlkehlen hinauf; ihre Projection wurde dadurch bestimmt, dass man den Viertelskreis $a\,g$ gleichfalls in sechs gleiche Theile $a\,b$, $b\,c$, $c\,d\ldots$ theilte, aus diesen Theilpunkten Senkrechte zog und oben auf den wagrechten aus $0, I, II, III\ldots$ die Punkte $a', b', c', d', e'\ldots$ markirte, sowie letztere durch eine hier punktirte Curve verband.

§ 192. In Fig. II ist ein Stück einer sog. Treppenwange oder Treppenspindel dargestellt, wie solche als Träger der Stufen auf der inneren oder Achsenseite einer Wendeltreppe vorkommen kann. (Im einfachsten Falle ist die Spindel einer Wendeltreppe ein gerader Cylinder, s. Fig. 63.)

Fig. 63.



Eine solche Spindel könnte nun nach der in Fig. III, Tafel XXXIII angeführten Methode gezeichnet werden, oder die erzeugende Fläche konnte, statt senkrecht zur horizontalen Tafel, auch normal zur Leitspirale, d. i. senkrecht zu derselben stehen und dabei stets gleiche Lage zur horizontalen Tafel einnehmen. Angenommen, es solle nach letzterer Bedingung der gewundene Körper gezeichnet werden, und Fig. II^a sei die geometrische Form der erzeugenden Fläche, welche in stets normaler Stellung zur Leitspirale etwa mit dem Punkte 3 auf dieser fortgleiten und damit den gewundenen Körper erzeugen soll, so bestimme man zunächst die Leitlinie $III'''\ II'''\ I'\ II'\ III'\ IV\ldots$ (siehe § 179), lege an einen Punkt (I, I') derselben die Tangente $(I\,R,\ I'\,R')$, welche also die Richtung bezeichnet, welche die Schraubenlinie bei (I, I') hat, und bringe zuerst in Punkt (I, I') die Fläche Fig. II^a in die zur Tangente, also auch zur Curve normale Lage $(0'\,I'\,5',\ 0\,I\,5)$. Die Fläche steht nun in Punkt (I, I') senkrecht zur verticalen Tafel und projicirt sich daher in dieser als die

*) Diese Art der Erzeugung wird meistens nur dann angewendet, wenn die Ganghöhe im Verhältniss zum Umfange sehr gross ist.

Gerade $0' I' 5'$. Man zeichne daher in I' eine Normale zur Tangente, trage auf diese von I' aus die Theile $3\,2$, $2\,1$, $1\,0$ aus Fig. I^a in $3'2'$, $2'1'$, $1'0'$, und ebenso $3\,4$, $4\,5$ aus Fig. I^a in $3'4'$, $4'5'$ der Verticalprojection über, ziehe ferner aus den Punkten $0', 1', 2', 3'$, [$(3, 3')$ fällt mit (I, I') zusammen] $4', 5'$ die Projicirenden herab, und trage von der Geraden $0\,I\,5$ die Breiten $0\,a$, $0\,b \ldots 5\,c$, $5\,d$ der Fig. II^a nach beiden Seiten in $0\,a$, $0\,b \ldots 5\,c$, $5\,d$ der Fig. II in entsprechender Ordnung an, wodurch sich dann in der Horizontalprojection die Lage einer ersten, normal zur Curve liegenden Fläche ergeben hat.

Da nun während der Fortbewegung die Fläche zur horizontalen Tafel stets die gleiche Stellung einnehmen wird, so bleiben die Horizontalprojectionen ihrer verschiedenen Lagen gleich; die Profile bei II'', I, $II \ldots$ sind also congruent.*) Was die Ausführung derselben in der Verticalprojection betrifft, so sind die verschiedenen Höhenabstände der einzelnen Profilpunkte [wie z. B. (a''', b''', a^4, b^4), $(e, f, e' f')$, $(g, h, g' h')$ u. s. w.] von den auf der Leitspirale liegenden Punkten $(II', I, II \ldots II''', I', II' \ldots)$ bei allen Lagen der Profilsflächen gleich, so dass z. B. der Höhenabstand der Punkte a^4, b^4 oder der Horizontalen $a^4\,b^4$ von II' gleich dem Höhenabstand a' (b') von I', d. i. gleich $3''\,a'$ (b') und ebenso die Höhenabstände wie $e'\,f'$, $g'\,h'$, $i'\,k' \ldots$ von II' gleich $3''\,1''$, $3''\,2''$, $3''\,4'' \ldots$ sind u. s. w. Sind auf solche Weise die durch (III'', III'''), (II'', II'''), (I, I'), (II, II'), (III, III') gehenden Flächen in ihrer Verticalprojection bestimmt, so finden sich die übrigen durch IV', V', VI', $VII' \ldots$ gehenden Flächenlagen sehr einfach dadurch, dass man die durch III''', I', II' gehenden Symmetrieachsen der Flächenfiguren nach aufwärts bis zur Horizontalen $4\,S''\,S'\,III'$ verlängert, und aus IV', V', $VI' \ldots$ nach $6'$, S', S'' die Geraden $IV'\,6'$, $V'\,S'$ $VI'\,S'' \ldots$ zieht. Die Schnittprofile können von diesen Symmetrieachsen aus völlig gleich den schon vorhandenen, jedoch in entgegengesetzter Lage gezeichnet werden. Das mit $0'\,I'\,5'$ als Mittellinie gezeichnete Profil $a''\,b''\,c''\,d''$ ist als die zur verticalen Tafel parallele Umlegung der Flächenprojection $a'\,b' \ldots c'\,d'$ zu betrachten und ist ganz dieselbe Figur wie Fig. II^a, so dass man also von dem Zeichnen der Fig. II^a Umgang hätte nehmen können.

§ 193. Fig. III zeigt ein Stück einer gewundenen Säule, welche dadurch entstanden ist, dass sich ein gegebenes Profil $I\,II\,III\,IV\,3'''\,V \ldots$, welches mit der Achse $(M, M'\,M'')$ in einer Ebene liegt, um diese Achse von links nach rechts dreht und dabei nach aufwärts fortschreitet; die Erzeugung ist also ähnlich wie bei Fig. III, Taf. XXXIII, da auch hier die Ebene des Profiles in allen ihren verschiedenen Lagen zur Drehachse stets senkrecht zur horizontalen Tafel bleibt. Man zeichne zuerst die Achse $(M, M'\,M'')$, bestimme sodann etwa $a'\,i'$ oder $0\,8$ als eine Ganghöhe und in der Horizontalprojection $a\,b\,c\,d\,e$ als den halben Umfang einer Leitspirale; $(a\,b\,c\,d\,e \ldots a'\,b'\,c'\,d'\,e' \ldots)$ sind sodann die Projectionen derselben. Nunmehr zeichne man innerhalb der Ganghöhe $a'\,i'$ das Profil $II\,III\,IV \ldots XII$*), denke sich dasselbe nach rechts um die Achse gedreht, bis dessen Ebene (deren Horizontalprojection $c\,M$) senkrecht zur verticalen Tafel ist und daher in dieser als eine mit der Achse zusammenfallende Gerade erscheint, wobei dann ein Punkt II des Profiles während des Fortschreitens nach B und ein Punkt a' nach c' zu liegen kommt. Trägt man nun die Grössen $B''\,C''$, $C''\,D''$, $D''\,E'' \ldots$ auf der Senkrechten $M'\,M''$ von B aus in gleicher Ordnung nach abwärts und aufwärts entsprechend oft an, so ergeben sich auf derselben für die Contur der Säule eine Reihe von Hilfspunkten. Ferner sind während einer halben Drehung die Punkte II' und a' nach 4 und e' und mit ihnen auch das ganze Profil hinaufgerückt, so dass dasselbe auf der rechten Seite nunmehr dem linksseitigen gerade gegenüberliegt, wodurch sich auch rechts weitere Punkte für das Zeichnen der Conturen ergeben, u. s. w. Verbindet man nun die Eckpunkte der verschiedenen Profilstellungen, so erhält man zunächst die Projectionen der gewundenen Plättchen, welche in einer Cylinderfläche liegen und deren Horizontalprojection $a\,b\,c\,d \ldots$ ist; zieht man auch noch berührend an die halbkreisförmigen convexen Theile der verschiedenen Profilstellungen eine stetige Curve, so erhält man damit die Umrisse der Wulste, und diese im Vereine mit den vorhin gezeichneten bandförmigen Plättchen vollenden die Verticalprojection, wobei wie

*) Durch die Ecken derselben u. s. w. sind auch die horizontalen Projectionen der als Kreise sich darstellenden Kanten zu zeichnen; in Fig. II sind die durch a und b der Horizontalprojection gehenden Linien desshalb nicht angegeben, um die Deutlichkeit der Schnittfiguren daselbst nicht zu beeinträchtigen.

*) Da während eines Umganges der den Wulst erzeugende Halbkreis $I\ II\ III$ nach $XI\ XII\ XIII$ zu liegen kommt, so muss demgemäss ein angenommener zweiter Halbkreis $VI\ VII\ VIII$ in der Mitte zwischen den beiden erstgenannten liegen, und nach diesen richtet sich dann auch die übrige Eintheilung der Plättchen und Hohlkehlen u. s. w.; bei entsprechend grösserer Ganghöhe hätte man natürlich zwischen derselben die Gliederung des Profiles auch öfter wiederholen können. Die Eintheilung ist im Allgemeinen eine beliebige, und ist von dieser, wie leicht erklärlich, die Form der gewundenen Säule abhängig. Ferner sei noch bemerkt, dass, obwohl die Entstehung der Fig. III streng genommen nicht ganz correct, d. i. nicht gleich der Entstehung etwa einer hölzernen Säule auf der Drehbank ist, obiges Verfahren dennoch für das Zeichnen oder Entwerfen einer solchen hinlänglich ist. Bei der Erzeugung auf der Drehbank würde z. B. das hier in einer Cylinderfläche liegende gewundene Plättchen einer windischen Fläche angehören, deren Krümmung an der betreffenden Stelle indess so gering ist, dass sie für die Ausführung der Zeichnung kaum in Betracht kommen kann.

aus der Zeichnung ersichtlich, die Umrisse dieser Wulste einen Theil der Plättchen verdecken.

Die Linien $1'' 2'' 3'' 4'' \ldots$ und $1''' 2''' 3''' 4''' \ldots$ ziehen sich längs der tiefsten Stelle der Hohlkehle, d. h. in der Mitte derselben hinauf, und soll damit angedeutet sein, in welcher Weise sich eine an dieser Stelle eingedrehte Ritze oder kleine Vertiefung darstellen würde.

In der Horizontalprojection ist die durch den gelben Ton abgegrenzte Flächenfigur der Schnitt der gewundenen Säule mit der horizontalen Tafel. Statt, wie anfänglich erklärt wurde, die Ganghöhe $a'i'$ zuerst und dann die Eintheilung des Profiles auf der linken Seite zu bestimmen, hätte man ebenso gut das Profil zuerst zeichnen und nachträglich eine Grösse $a'i'$ als die Ganghöhe bestimmen können.

In Fig. III ist ferner der Normalschnitt $ABCDE$ des Wulstes, Plättchens und der halben Hohlkehle eingezeichnet. Man lege hierzu in (c, c') eine Tangente an die Leitspirale (siehe § 180, Fig. I, Taf. XXXI) errichte über dem Punkte R' eine Senkrechte, zeichne sodann die zur Tangente $c'R'$ rechtwinklige Gerade $ABCDE$, ziehe aus $III, IV, 3'''$ Horizontale und aus $B'', C'', D'' \ldots$ Parallele mit der Tangente $R'c'$, und mache BB' gleich $a'II$ u. s. w., so ist $AB'CDE'$ der parallel zur verticalen Tafel um die Normale AC umgeklappte Normalschnitt. Die Aufgabe hätte aber auch umgekehrt gestellt werden können, d. h. man hätte gleich anfänglich, nachdem die Leitspirale gegeben war, die Tangente $(cR, c'R')$ und die Normale $Ac'C$, sowie den umgelegten Normalschnitt, jedoch nur von A bis D bestimmen und aus den Punkten A, c', C, D die zur Tangente parallelen Geraden $DD'', CC'' \ldots$ bis zu einer in R' errichteten Senkrechten ziehen können.

Damit waren dann in B'', C'', D'' die Höhen der einzelnen Profilstheile und durch $c'B'$ die Ausladung des Wulstes bestimmt. Um also das zur horizontalen Tafel senkrechte Profil von I bis IV aus dem Normalschnitt $AB'CD$ abzuleiten, brauchte man nur aus $D'' C'' \ldots$ Horizontale zu ziehen, welche auf der Senkrechten aus a' die Punkte $IV\,III \ldots$ ergaben, ferner $a'II$ gleich $c'B'$ zu machen und durch IV, III, II, I das Profil zu zeichnen. Ist nun $I\,II\,III\,IV$ auf solche Weise bestimmt worden, so muss dieselbe Linienfigur in $X\,XI\,XII \ldots$ sich wiederholen. Daraus erhellt, dass die Höhe $IV\,V$ einer Hohlkehle in diesem Falle nicht vorausbestimmt werden kann, sondern von der angenommenen Grösse des Wulstes und Plättchens abhängig ist.

Darstellung einer körperlichen Volute.

Tafel XXXV. Figur I—IV.

§ 194. Eine körperliche Volute, wie sie Fig. I darstellt, wird zum Theil durch eine Wendelfläche, zum Theil durch eine spiralförmige Cylinderfläche begrenzt; als Leitlinie dient eine räumliche Schneckenspirale.*) Denkt man sich auf dieser:

1. eine gerade Erzeugende $(aa'', a'a''')$ (Fig. I) so fortbewegt, dass sie stets senkrecht zu einer durch den Mittelpunkt (O, O') des Schneckenauges gehenden Achse ist, so entsteht die Wendelfläche (vgl. § 188, Fig. I, Tafel XXXIII). Denkt man sich:

2) durch die Leitspirale eine zweite Erzeugende von (a, a') aus so fortbewegt, dass sie stets parallel mit der durch (O, O') gehenden Achse ist, so entsteht hierdurch die spiralförmige Cylinderfläche, deren Erzeugende von (e, e') angefangen zunächst diejenige verticale Ebene oder Wandfläche schneiden, von welcher aus die Leitspirale bei (a, a') ihren Anfang genommen (d. i. eine Ebene, welche hier mit der verticalen Tafel parallel und deren Horizontalprojection AF ist), sodann aber von (i, i') in ihrer weiteren Aufeinanderfolge nach links die Wendelfläche nach einer zweiten Spirale durchschneiden, deren Horizontalprojection in Fig. I $ab''c''e''g''i \ldots$ ist.

Daraus ergibt sich für die Construction einer solchen Volute folgendes Verfahren:

Man zeichne in der Verticalprojection (Fig. I) zuerst eine geometrische Schneckenlinie $a'b'c'd' \ldots$ etwa nach der in § 86 (Fig. II, Tafel VIII) angegebenen Methode**), betrachte dieselbe als die Verticalprojection einer räumlichen Spirale und bestimme deren Horizontalprojection $abcdefghi \ldots$ etwa nach folgender Methode: Man trage die wahre Länge der Curve $a'b'c'd'e' \ldots$ auf eine gegebene Gerade ap in Fig. IV von a nach rechts auf, d. h. man strecke die Curve. Die Entfernungen $ab, bc, cd \ldots$ in Fig. IV sind also gleich den Bogenlängen $a'b', b'c', c'd' \ldots$ in Fig. I. In den so erhaltenen Theilpunkten $a, b, c, d, e, f, g \ldots$ errichte man Senkrechte und bestimme am Ende rechts die Grösse pp' gleich der räumlichen Entfernung, welche ein letzter Punkt (p, p') in Fig. I von der Wandfläche AF haben soll (pp' in Fig. IV gleich ap in Fig. I), sodann verbinde man a mit p' durch eine stetig ansteigende Linie, welche sich bei p' etwas verflacht***),

*) Die Linie hat Aehnlichkeit mit der in Fig. II, Tafel XXXI dargestellten Kegelspirale.

**) Es wurde hier die Gerade aV in fünf gleiche Theile getheilt u. s. w., aus IV nach S gezogen und der Abschnitt $p'O'$ als Radius des Schneckenauges angenommen. Die Schneckenspirale hat von a' bis zu dem Punkte p', d. i. bis zum Auge, somit zwei Umgänge, und für jeden Umgang sind acht Hilfspunkte in bekannter Weise gefunden worden.

***) Man ziehe z. B. von a bis k' eine Gerade und verbinde k' mit p' durch eine von k' ohne Bruch oder Ecke sich fortsetzende Curve, welche sich bei p' horizontal verflacht, also pp' unter rechtem oder doch nahezu rechtem Winkel trifft. Hierbei sei noch bemerkt, dass die zwischen $n'o'$ und $o'p'$ auf den Geraden $5O'$, $7O'$ liegenden Punkte in Fig. I übergangen und daher auch