# Das projective Zeichnen

**Kleiber, Max**

**Stuttgart, [1886]**

42. Uebungsbeispiele in dimetrisch und trimetrisch schiefer Projection.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

jection, bei welcher jede Gerade des Achsenkreuzes sich nach ihrer wahren Länge projicirt. Da bei der Parallelstellung des Körpers die $x'$ Achse, ebenso wie die $z'$ Achse, ohnedies in ihrer wahren Grösse erscheint, und die Coordinate $y$ demnach senkrecht zur Projectionsebene steht (siehe § 227, Fig. II dieser Tafel), so braucht man nur eine Achse $y'$ oder $(A)A'$ gleich $AA'$, d. i. gleich der Orthogonalprojection dieser Coordinatenachse zu bestimmen, wobei es gleichgiltig ist, welchen Winkel die Gerade $(A)A'$ mit der Projectionsachse bildet.*)

In Fig. IX sind $A$, $A'$ die orthogonalen Projectionen des Anfangspunktes der Coordinaten, $Aa$, $A'(A)$ die orthogonalen Projectionen der schief projicirenden Geraden, $(A)$ die schiefe Projection des Coordinatenpunktes und $(A)a'$ gleich $(A)c$ gleich $(A)A'$ [oder $(A)b$] das Achsenkreuz, welches hier zugleich die Kanten eines hohlen Körpers mit quadratischen Grund- und Seitenflächen bildet.

Obwohl die bisher erörterten Aufgaben im Wesentlichen Alles enthalten, was zur Darstellung einer schiefen Projection nothwendig ist, so gehört doch die Anführung von Beispielen, welche das bisher Gesagte noch weiter illustriren, mit zu den unerlässlichen Bedingungen, um auch die für diese Projectionsart erforderliche Fertigkeit und Uebung zu erlangen. Solche Uebungsbeispiele bieten die Blätter XLVI bis XLIX, wobei in Blatt XLIX noch zwei weitere, bisher nicht erwähnte Projectionsarten mit inbegriffen sind.

*) Ist dieser Winkel wie in Fig. IX gleich 45°, so nennt man die isometrisch schiefe Projection auch Cavalierperspective, eine Benennung, die vielfach in ältern Werken vorkommt und ihren Ursprung aus der Benennung und Darstellung gewisser Festungstheile hat. Das Wort „Cavalier“ bedeutet dabei ein erhöhtes Werk in den Bastionen einer Festung. Eine weitere, isometrisch schiefe Projectionsart, welche in § 248, Fig. V und VI, Tafel XLIX ausgeführt ist, heisst aus ähnlichen Gründen auch Militärperspective (siehe daselbst).

## Uebungsbeispiele in dimetrisch und trimetrisch schiefer Projection.

Tafel XLVI. Figur I—VII.

§ 236. Die Figuren I, II, III und IV sind dimetrische Projectionen in gerader Ansicht oder Parallelstellung zur Projectionsebene (vgl. § 227, Fig. II und II[a]). Ihre Grundflächen u. s. w. sind quadratisch und ihre Ausführung bedarf wohl kaum einer weitern Erklärung. Bemerkt sei hier nur, dass in Fig. II zum Zwecke der Achtecksconstruction der 45° Winkel Fig II[a] als Hilfsfigur derart benützt wurde, dass man, um in das Quadrat $efgh$ den Grundriss eines regulären Achteckes einzeichnen zu können, eine Strecke $ne$ oder $nf$ der Fig. II in Fig. II[a] von $S$ nach $h'$ trug, aus $h'$ eine Senkrechte $h'o'$ gegen den andern Schenkel fällte und die so erhaltene Strecke $So'$ in Fig. II von $n$ aus in $no$, $np$ übertrug. Zieht man nun aus $o$ und $p$ Parallele mit $fg$, d. h. mit einer Richtung $y'$ des Achsenkreuzes, so schneiden diese die Diagonalen $eg$, $fh$ in vier Punkten, und zieht man durch diese Schnittpunkte die Parallelen zu den Diagonalen, so bilden erstere vier Achtecksseiten; die übrigen vier Achtecksseiten fallen mit den Quadratseiten zusammen (vgl. § 47, Fig, III, Taf. IV).

In Fig. III ist der durch Pyramidenflächen etc. begrenzte Körper aus dem zur Projectionsebene parallelen Schnitt abgeleitet, dessen rechte Hälfte hier mit $ihgfeS$ bezeichnet ist.

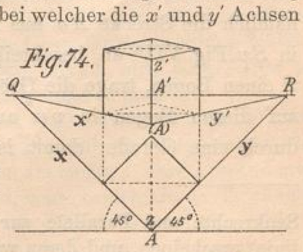
In Fig. IV sind, nachdem die Höhe des Cylinders sowie die Durchmesser $ki$, $k'i'$ der Cylinderkreise bestimmt waren, zunächst durch $k$, $i$ Parallele zu $bc$ gezeichnet worden, und diese ergaben auf den Diagonalen $ac$, $bd$ des ersten Quadrates $abcd$ die Punkte $efgh$ eines zweiten, in welches ein Achteck ebenso wie bei Fig. II mittels der Hilfsfigur IV[a], und in dieses der Basiskreis des Cylinders einbeschrieben wurde. In gleicher Weise ward auch der obere in dem Quadrat $opqr$ u. s. w. eingeschlossene Kreis gefunden. Die Projection eines dritten innern concentrischen Kreises wurde nach der in § 133 erörterten Methode gefunden. Wie leicht ersichtlich musste, falls dies nothwendig wird, für jede der Figuren ein eigener Winkel- oder Längenmassstab gefertigt werden, da die Verkürzungen der mit einer $y'$-Achse parallel laufenden Geraden u. s. w. hier bei jeder Figur anders gewählt sind. Der Massstab für die Verkürzungen $y'$ ist hier übrigens dadurch vollständig bestimmt, als man in jeder der Figuren eine Kante $bc$ als in Wirklichkeit gleich einer Kante $ab$ angennmmen hat.

Aus den Seiten $ab$, $bc$ könnte also je ein Winkelmassstab für die betreffende Figur hergestellt werden (vgl. Fig. II, Taf. XLV).

§ 237. In Fig. V sind die orthogonalen Projectionen eines Sockelgesimses u. s. w. und in Fig. VI dessen dimetrisch schräge Darstellung gefertigt worden, wobei wie aus der Zeichnung Fig. VI ersichtlich, die Richtung $x$ des Achsenkreuzes gleich $z$ unverkürzt erscheint*) (vgl. § 233, Fig. VIII, Taf. XLV).

*) Ausser dieser dimetrisch schrägen Darstellung gibt es noch eine zweite, bei welcher die $x'$ und $y'$ Achsen sich gleichartig verkürzen, und wobei die Stellung eines nach diesem letzteren Achsensystem gezeichneten Körpers, z. B. Würfels, eine zur Projectionsebene symmetrische wäre, d. h. der Würfel hat eine sog. Uebereckstellung, wobei die schiefen Projectionen der in den horizontalen Quadratflächen liegenden Diagonalen als

Fig. 74.



Man bestimme zunächst den Winkel $Q(A)R$, den zwei Achsen $x$ und $y$ miteinander bilden sollen, zeichne an beliebiger Stelle eine Wagrechte $QR$, beschreibe über $QR$ als Durchmesser einen Halbkreis, etwa nach abwärts, und beschreibe, da $x$ sich nicht verkürzen soll, aus $Q$ mit dem Radius $Q(A)$ einen Bogen, bis dieser den Halbkreis in $A$, d. i. in einer Orthogonalprojection dieses Punktes schneidet. Die Strecke $Q(A)$ ist damit gleich $QA$, gleich der wahren Grösse.

Auf die mit $x$ parallelen Richtungen können nun die entsprechenden, aus Fig. V entnommenen Grössen direct aufgetragen werden. Als Winkelmassstab für die Verkürzungen $y$ kann auch ein Dreieck wie Fig. VI$^a$ dienen.

Man mache dabei $a'r'$ gleich $(A)R$, zeichne in $r'$ eine rechtwinklige $r'S$ zu $a'r'$, nehme die Grösse $AR$ aus Fig. VI in den Zirkel und beschreibe damit als Radius aus $a'$ einen Bogen, welcher $r'S$ in $S$ schneidet. Es verhält sich demnach $a'r' : a'S$ gleich $(A)R : AR$. Um daher mittels dieses Massstabes Grössen wie z. B. $bc$, $de$ ... aus Fig. V nach $bc$, $de$ ... in Fig. VI zu übertragen, verfahre man nach der schon in § 41, Fig. IV$^a$, Taf. III angegebenen Methode. Die Richtung der Diagonalen $bs$, $cs'$, $ds''$ ... wurden parallel mit $(A)Dg$ gezeichnet und $Dg$ wurde durch Halbiren des Winkels bei $A$ erhalten. (Vergl. Fig. I, III, VIII, Taf. XLV.)

§ 238. Fig. VII ist eine trimetrisch schiefe Projection, wobei die schief projicirende Gerade ohne seitliche Abweichung von oben gegen die Projectionsebene einfällt (vgl. § 228, Fig. III, Taf. XLV). Die schiefen Projectionen der Meridian- und Parallelkreise einer Kugel, welche auf einer quadratischen Platte ruht, wurden bestimmt, indem man zuerst über $P$ eine Senkrechte $PP'$ als Polarachse und Kugeldurchmesser bestimmte und um diesen einen geometrischen Kreis $P'bPa$ als den zur Projectionsebene parallelen Hauptmeridian zeichnete. Theilt man nun den Halbkreis $aP'b$ z. B. in sechs gleiche Theile und zieht aus diesen Theilpunkten Senkrechte gegen einen Durchmesser $ab$, so ist damit der grösste durch $ab$ gehende Parallelkreis (Aequator) entsprechend eingetheilt. Um die Verkürzung dieser Kreise, bezw. Ellipsen zu bestimmen, construire man in Fig. VII$^a$ mit den aus Fig. VII entnommenen Strecken $Aa$, $(A)a$ einen Winkelmassstab. Man trage nämlich die Strecke $Aa$ aus Fig. VII auf eine Gerade in $Sv$ Fig. VII$^a$ an, beschreibe mit $Sv$ als Radius aus $S$ einen Bogen, trage die Grösse $(A)a$ von $v$ als Sehne auf diesen Bogen in $vw$ an und verbinde $S$ mit $w$ durch eine Gerade; damit ist dann in Fig. VII$^a$ der Massstab für alle mit $(A)a$ parallelen Geraden, man könnte sagen, der Massstab für die Verkürzungen $v$ gefunden.

Die weitere Construction der Parallel- und Meridiankreise könnte z. B. nach der in Fig. 75 näher angegebenen Weise ausgeführt werden.

§ 239. Man theile etwa die obere Hälfte $aP'b$ des gegebenen Hauptmeridians in sechs gleiche Theile, fälle von diesen Theilpunkten $1, 2, 3$ ... die Senkrechten $1I$, $2II$, $3III$*), $4IV$, $5V$, nehme die Strecken $I1$, $II2$ ... in den Zirkel, beschreibe damit aus dem Scheitelpunkte $S$ des auf die schon erwähnte Weise gefundenen Winkelmassstabes in Fig. 76 die Bögen $11'$, $22'$, $33'$, und trage die Sehnen dieser Bögen in Fig. 75 von den Punkten $I, II, III$ ... in $I1'$, $I1''$, $II2'$, $II2''$ u. s. w. an (vgl. § 70, Fig. I, Taf. VI), so sind damit für den grössten durch $ab$ gehenden Parallelkreis die Punkte $1', 2', 3', 4'$ ..., durch welche gleichzeitig auch die Meridiane gehen, bestimmt.

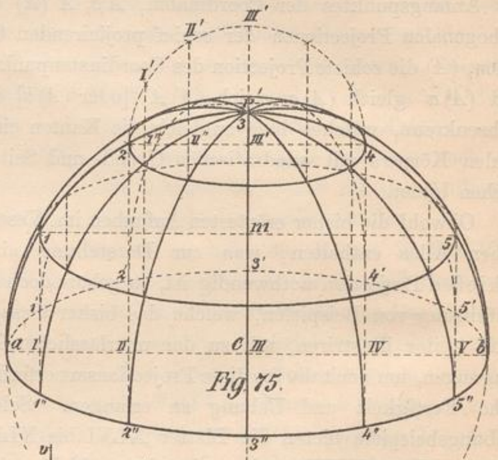


Fig. 75.

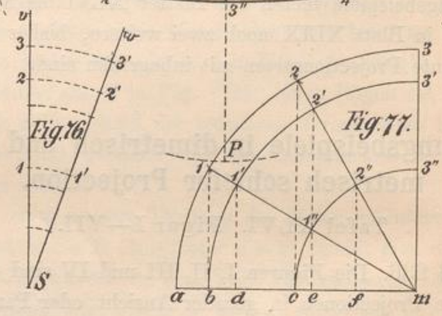


Fig. 76. Fig. 77.

In ähnlicher Weise hätte man auch für die übrigen Parallelkreise solche Punkte bestimmen können, indem man z. B. über $m'2$ als Halbmesser den Viertelskreis $2III'$ zeichnete, denselben in drei gleiche Theile theilte und aus diesen ebenfalls die Senkrechten gegen den Halbmesser $m'2$ des betreffenden Kreises fällte, mit den Entfernungen der Punkte $I', II', III'$ von dem

Senkrechte und Parallele zur Projectionsachse (Grundlinie) erscheinen, und deren wirkliche Lagen somit ebenfalls senkrecht und parallel zur Projectionsebene sind (vergl. Fig. 74).

*) $3III$ fällt mit der schon vorhandenen Polarachse $PP'$ zusammen; ebenso Punkt $III$ mit dem Centrum $C$ der Kugel.

Halbmesser Bögen aus $S$ in den Winkel Fig. 76 beschrieb, und deren Sehnengrössen wieder in entsprechender Ordnung von dem Halbmesser $m'2$ nach unten und oben, d. i. von $I''$, $II''$, $m'$... antrug. Um in der Zeichnung nicht allzuviel Constructionslinien zu erhalten, könnte ein Bogen $2\,III'$ auch als Hilfsfigur nebenan in Fig. 77 gezeichnet und wie vorhin verfahren werden; also $c\,3''$ in Fig. 77 ist der gleiche Bogen und statt der Grössen $I''\,I'$, $II''\,II'$..., reducire man die gleichen Grössen $e\,1''$, $f\,2''$, $m\,3''$ der Hilfsfigur etc.

In Fig. 77 wurde auch der Bogen $b\,1'\,2'\,3'$, dessen Radius $m\,b$ gleich $m\,1$ aus Fig. 75 entnommen ist, als Hilfsfigur gezeichnet, und damit ebenso wie vorhin verfahren, also mit $d\,1'$, $e\,2'$... aus Fig. 77 in den Winkel $v\,S\,w$ Bögen gezeichnet und deren Sehnen zu beiden Seiten von $1\,m$ in Fig. 75 angetragen. Bei einiger Uebung im Zeichnen von Ellipsen ist auch folgendes Verfahren sehr praktisch. Man bestimme, nachdem der grösste Parallelkreis $a\,1'\,2'\,3'\,4'\,5'\,b\,5''$... gezeichnet ist, etwa mittels des Winkelmassstabes Fig. 76 die Verkürzungen der kleinen Ellipsachsen, indem man mit $m\,1$, $m'\,2$ der Fig. 75 aus $S$ Bögen beschreibt, deren Sehnen als halbe kleine Ellipsachsen in entsprechender Ordnung von $m$ und $m'$ aus anträgt, und sodann die Ellipsen in bekannter Weise zeichnet. Um nun auf den bereits gezeichneten Projectionen der Parallelkreise (Ellipsen) nachträglich Punkte für die Meridiankreise zu erhalten, nehme man einen Papierstreifen, markire darauf die Abschnitte $a\,I$, $I\,II$, $II\,III$ des Halbmessers $C\,a$ und verschiebe den Papierstreifen so, dass z. B. Punkt $a$ nach $1$ und Punkt $III$ auf der Senkrechten $P'\,P$ zu liegen kommt, markire auf der Zeichenfläche die Punkte $I$ und $II$ des Papierstreifens und ziehe aus diesen Senkrechte, welche sodann auf derjenigen Ellipse, deren grosser Durchmesser $1\,m\,5$ ist, die verlangten Punkte abschneiden. Dasselbe Verfahren wiederhole man mit dem gleichen Papierstreifen auch bei der Ellipse, deren grosse Achse $2\,m'\,4$ ist, d. h. man lege den Papierstreifen so, dass $a$ nach $2$, und $III$ wieder auf die Gerade $P\,P'$ zu liegen kommt u. s. w. Die Constructionen sind hier nur auf der linken Seite ausgeführt, und es braucht wohl kaum gesagt zu werden, dass, wenn einmal eine Seite construirt, die einzelnen Hilfspunkte für die Kreisprojectionen auf der anderen Seite leicht durch Hinübercopiren erhalten werden.

## Uebungsbeispiele in trimetrischer schräger Ansicht.

### Tafel XLVII. Figur I—IV.

§ 240. In Fig. I sind die orthogonalen Projectionen eines Troges im Massstabe von 1 : 25 gezeichnet (siehe Anmerkung zu § 14) und es soll nach diesen eine trimetrisch schräge Projection Fig. II und zwar vergrössert, z. B. im Massstab von 1 : 10 gefertigt werden. Man bestimme zunächst das Achsenkreuz $x$, $y$, $z$, oder da $z$ ja immer senkrecht bleibt, den Winkel, welchen die Achsen $x$ und $y$ bilden sollen, z. B. den Winkel $a\,b\,c$ in Fig. II.*) Um unnöthige Constructionslinien in Fig. II zu vermeiden, zeichne man nebenan in Fig. II$^a$ $x$ parallel $b\,a$, $y$ parallel $b\,c$, ziehe an beliebiger Stelle eine Wagrechte $Q\,R$, beschreibe über dieser als Durchmesser einen Halbkreis, z. B. darüber, bestimme $A$ auf dem Kreise senkrecht über dem Anfangspunkte des Achsenkreuzes**) und ziehe $A\,Q$, $A\,R$ (vgl. § 228 Fig. III, Taf. XLV), halbire den Winkel $Q\,A\,R$ und verbinde den Schnittpunkt $D$ (Diagonalpunkt) mit dem Anfangspunkte ($A$) des Achsenkreuzes. Nun zeichne man die für die Verkürzungen $x$ und $y$ nöthigen Winkelmassstäbe Fig. II$^b$ und Fig. II$^c$, und ebenso in $z\,(w)$ einen unverkürzten Längenmassstab im Verhältniss von 1 : 10 (d. i. 10 cm = 1 M.), bestimme mittels der Winkelmassstäbe Fig. II$^b$ und Fig. II$^c$ die Reductionen der Längenmassstäbe $x$ und $y$, d. h. man nehme etwa einen halben Meter aus $z\,(w)$ in den Zirkel, beschreibe damit aus $S$ in Fig. II$^b$ einen Bogen $m\,l$, so ist dessen Sehne gleich der reducirten Länge eines halben Meters, mit welcher nunmehr auf der Geraden bei $x$ der Massstab hergestellt wurde. Das Gleiche gilt auch für die Herstellung des reducirten Längenmassstabes bei $y$ (vgl. Fig. VIII, VIII$^a$, VIII$^b$, Taf. XLV).

Damit sind nun alle Vorbereitungen getroffen, um die nach dem gleichen Achsensystem dargestellten Beispiele Fig. II, III und IV zur Ausführung zu bringen. Das Beispiel in Fig. II könnte hierbei mittels der Längenmassstäbe $z\,(w)$, $x$ und $y$ gezeichnet werden, indem man die Längenmasse der einzelnen Kanten in Fig. I mittels des darunter gezeichneten Massstabes misst, die betr. Masseinheiten aus den Massstäben der Fig. II entnimmt und in entsprechender Ordnung in Fig. II aufträgt; z. B. die halbe Länge einer obersten, äusseren Kante beträgt hier 80 cm, die ganze also 160 cm, welche, da die Länge sich auf die Richtung $y$ bezieht, demgemäss auch aus dem Massstabe $y$ zu entnehmen, und von $z$ aus hier nach rechts anzutragen ist. Eine von $z$ ausgehende Kante $x$ hat die Länge von 80 cm, welche demgemäss mit dem Massstabe $x$ zu messen ist u. s. w.

---

*) Der Winkel, den eine Achse $x$ mit einer Wagrechten $(A)\,w$, z. B. mit der Lage der Reissschiene bildet, wurde hier gleich 30°, der Winkel, den eine Achse $y$ mit dieser bildet, gleich 15° angenommen.

**) Diese Projectionsart ergibt die besten Bilder und eignet sich sowohl für die Darstellung eckiger als auch insbesondere runder Formen am meisten. Ihre Anwendung ist nur dann nicht rathsam, wenn es sich um das Zeichnen rechtwinkliger Körper in Parallelstellung oder gerader Ansicht handelt, da in diesem Falle gewisse Flächen sich zu geraden Linien verkürzen (siehe Fig. 73).