# Das projective Zeichnen

Kleiber, Max

Stuttgart, [1886]

44. Weitere Beispiele in trimetrisch und dimetrisch schiefer Projection.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77566

Alle senkrechten, sowie alle mit $QR$ in Fig. II$^a$ parallelen Kanten und Linien werden mit dem unverkürzten Massstabe $z(w)$ gemessen, da ihre Lage parallel zur Projectionsebene ist.

Da ferner wie schon erwähnt, auch die Beispiele Fig. III und IV nach dem gleichen Achsensystem gezeichnet sind, so folgt daraus, dass auch die darin vorkommenden, von links nach rechts ansteigenden Diagonalen oder Winkelhalbirungslinien mit $(A)D$ in Fig. II$^a$ parallel sind. Wie die Richtungen weiterer Diagonalen gefunden werden, ist aus der Zeichnung, z. B. bei Fig. III, unschwer zu ersehen. Für die Darstellungen in Fig. III und IV sind keine bestimmten Masseinheiten angenommen worden.

§ 241. Es erübrigt nun noch, auf ein Verfahren aufmerksam zu machen, nach welchem sich das Zeichnen der Kreisprojectionen bei den cylindrischen Theilen der Fig. III und IV wesentlich vereinfacht.

Angenommen, es soll in Fig. III innerhalb des Quadrates *1 2 3 4* der Basiskreis *5 7 6 8* eines Cylinders gezeichnet werden, so könnte dies erstens nach der schon früher erwähnten Methode (siehe Fig. IV, Taf. XLVI) geschehen, indem man eine Strecke *1 7* auf den Schenkel eines 45$^0$ Winkels in $Sa$ Fig. III$^a$ aufträgt, von $a$ rechtwinklig gegen den andern Schenkel zieht, die dadurch abgeschnittene Strecke $Sb$ von *7* nach rechts und links auf die Gerade *1 2* in Fig. III anträgt, und aus diesen Punkten Parallele zu *1 4* oder *2 3* zieht, welche auf den Diagonalen *1 3*, *2 4* Punkte des Kreises ergeben; zieht man ferner parallel mit den Diagonalen Gerade durch diese Punkte, so bilden diese Tangenten des Kreises, welcher somit durch acht Punkte und ebenso viele Tangenten hinlänglich genau bestimmt ist. Eine durch $m$ mit $QR$ in Fig. II$^a$ gezogene Parallele ergibt hierbei den wahren Durchmesser des Kreises als grosse Ellipsachse, zu welcher, wie bekannt, die kleine senkrecht steht und in diesem Falle daher, wie aus der Zeichnung ersichtlich, mit den Richtungen $z$ parallel erscheint.

Man hätte dabei also die weiter oben liegende zweite Kreisprojection mittels ihrer grossen und kleinen Ellipsachsen $ef$, $gh$ in bekannter Weise bestimmen können, oder man beachte zweitens für die in Fig. IV vorkommenden Kreisprojectionen folgendes Verfahren: Man zeichne, nachdem die Achse $mm'$ des runden Körpers gegeben ist, z. B. $emf$ parallel mit $QR$ in Fig. II$^a$ als den wahren Durchmesser des Cylinders. Soll nun entsprechend dem gewählten Achsensystem*) die Verkürzung eines zweiten, zum ersten rechtwinkligen Durchmessers, d. i. die kleine Ellipsachse direct bestimmt werden, so ist vor allem ein für diese Verkürzung brauchbarer Massstab zu fertigen. Man entnehme zu diesem Zwecke aus Fig. II$^a$ die Strecke $vA$, trage sie in Fig. IV$^a$ auf eine Gerade in $Sv'$ an, und beschreibe mit $Sv'$ als Radius aus $S$ einen Bogen $v'e$, mache dessen Sehne gleich $(A)v$ in Fig. II$^a$, und ziehe aus $S$ durch $e$ den zweiten Schenkel des Winkels $v'Se$, so ist dieser der verlangte Winkelmassstab für die Verkürzungen $v$, d. i. für alle Geraden, welche zur Projectionsebene senkrecht stehen und deren schiefe Projectionen nach dem hier gewählten Achsensystem mit der Richtung der $z$ Achse parallel erscheinen.*)

Um die Verkürzungen der Kreishalbmesser $m'h$, $m'g$, d. i. die halben kleinen Ellipsachsen zu erhalten, nehme man die wahre Grösse $m'e$ oder $m'f$ eines Halbmessers in den Zirkel, beschreibe damit aus $S$ in Fig. IV$^a$ einen Bogen**) und trage dessen Sehne von $m'$ nach $h$ und $g$ in Fig. IV an; damit ist dann die Kreisprojection bzw. Ellipse durch ihre Achsen bestimmt, und ihre weitere Ausführung kann nach der schon öfter erwähnten Methode bewerkstelligt werden. Weitere Kreisprojectionen konnten auf die gleiche Weise gezeichnet werden; übrigens sind in Fig. IV alle Kreisprojectionen mit Ausnahme des oberen Gesimskreises congruente Figuren. Die Eintheilung der cylindrischen Fläche unterhalb dem Gesimse wurde hier von der Senkrechten aus *2* (welche die Pyramidenkante in Punkt *3* schneidet) begonnen, so dass die Verlängerung von *2 3* nach aufwärts zugleich eine Theillinie des Cylinders bildet. Um von hier aus die Theilung gleichartig fortzusetzen, zeichne man um den Durchmesser $5'5''$ einen Halbkreis, etwa nach abwärts***), theile dessen Hälfte, d. i. den Viertelskreis $1''5'$, z. B. in vier gleiche Theile†), trage alsdann einen solchen Theil von $2'$ aus nach links auf den Halbkreis in $2'3'$, $3'4'$, $4'5'$..., sowie nach rechts in $2\,1''$, $1''2''$, $2''3''$... wiederholt an und ziehe durch diese Theilpunkte die Senkrechten u. s. w.

*) Nur bei diesem Achsensystem, d. h. wenn die schiefe Projection des Anfangspunktes $(A)$ mit den orthogonalen Projectionen $A$, $A'$ in einer Senkrechten liegt, wird die grosse Achse als Wagrechte und die kleine Achse als Senkrechte erscheinen; in allen anderen Fällen trifft dieses nicht zu.

*) $Av$ (Fig. IIa) ist dabei die Orthogonalprojection einer solchen Geraden, und ihre schiefe Projection $(A)v$ fällt mit der Richtung der orthogonalen Projection zusammen, da der schief projicirende Strahl hier ohne seitliche Abweichung gegen die Projectionsebene einfällt (vgl. § 228, Fig. III, Tafel XLV).

**) Dieser Bogen u. s. w. ist hier nicht angegeben.

***) d. h. man klappe den vorderen Theil der betreffenden Kreisprojection nach abwärts parallel zur Projectionsebene.

†) Diese Theilung ist hier nicht markirt.

## Weitere Beispiele in trimetrisch und dimetrisch schiefer Projection.

Tafel XLVIII. Figur I—V.

§ 242. In Fig. I ist ein Kreuzgewölbe dargestellt. Hierbei wurde zuerst das Quadrat *1 2 3 4* mit den Diagonalen $13$, $24$ bestimmt, sodann an beliebiger Stelle die Wagrechte $QR$ gezeichnet, um $QR$ als Durchmesser ein Kreis beschrieben, aus dessen Mittelpunkt $M'$ die Senkrechte $M'E$, sowie aus $E$ durch den Schnittpunkt $D$ der Diagonalen $13$ mit der Grundlinie $QR$ die Gerade $EDA$ gezeichnet, welche nun nachträglich die orthogonale Projection des Coordinatenpunktes $A$, sowie in $AQ$, $AR$ die wahren Längen der verkürzten Strecken $(A)Q$, $(A)R$ des Achsenkreuzes ergab (vergl. § 232, Fig. VII, Tafel XLV). Nun construire man die Winkelmassstäbe Fig. $I^a$ und $I^b$; man mache also in Fig. $I^a$ die Strecke $Sa$ gleich $R(A)$, ziehe $aa'$ und schneide durch einen Bogen, dessen Radius gleich $RA$ in Fig. I aus $S$ auf der Wagrechten $aa'$ den Punkt $a'$ ab. Es verhält sich also in Fig. $I^a$ $Sa : Sa'$ gleich $R(A) : RA$ in Fig. I. In gleicher Weise wurde auch der Winkelmassstab Fig. $I^b$ gezeichnet; d. h. es ist auch hier wieder $Sa$, $Sa'$ in Fig. $I^b$ gleich $Q(A)$, $QA$ in Fig. I. Für die Genauigkeit der Ausführung wäre es noch besser, jede Strecke, wie z. B. hier angegeben ist, doppelt zu nehmen und damit das Dreieck $Sbb'$ statt $Saa'$ zu bilden.

Soll ferner die Höhe $m''i$ oder $a1$ u. s. w. eines Halbkreises oder Rundbogens, dessen Durchmesser $ab$ gleich einer gegebenen Quadratseite $12$ ist, bestimmt werden, so ist zunächst die wahre Grösse einer Strecke $am''$ oder $1i$ zu finden und diese sodann von $1$*) aus nach abwärts in $1a$ anzutragen; man nehme hierzu die Hälfte von $12$, d. i. $1i$ in den Zirkel, trage diese Grösse in Fig. $I^a$ von $S$ nach $b$, ziehe aus $b$ parallel mit $aa'$, so ergibt sich auf der Geraden $Sa'$, $Sb'$ als die wahre Grösse des Halbmessers, welche nunmehr von $1$ nach $a$ in Fig. I übertragen wird. Zeichnet man von $a$ aus das Quadrat $abcd$, so liegen nunmehr in den Vierecken $a12b$, $a14d$ . . . die Rundbögen $aeifb$, $agohd$ . . .; zur Bestimmung der Hilfspunkte $ef$ und $gh$ wurde der 45° Winkel Fig. $I^c$ benützt.

Man trage z. B. $m'o$ in die Fig. $I^c$ von $S$ nach $n$, ziehe $no$, trage die Strecke $So$ aus Fig. $I^c$ von $m'$ in $m'n'$, $n's'$ zweimal auf und ziehe durch $n'$ parallel mit $ad$, sowie aus $1$ und $4$ nach $m'$, so ergeben sich in $gh$ zwei Hilfspunkte für den Bogen. Zieht man noch $s'g$, $s'h$, so sind letztere die Tangenten an diesen Punkten; ebenso wurden auch die übrigen, über $ab$, $bc$, $cd$ liegenden Rundbogen bestimmt. Denkt man sich durch je zwei gegenüberliegende Bogen die Cylindererzeugenden, so schneiden sich diese Cylinderflächen nach den über den Diagonalen $ac$, $bd$ liegenden elliptischen Bögen $aSc$ und $bSd$; die Höhe $mS$ dieser Bögen ist gleich der Höhe der übrigen. Sollten z. B. für einen solchen, etwa für den Bogen $bSd$, Hilfspunkte $h'$ und $l$, sowie die Tangenten an diesen Punkten gefunden werden, so verfahre man wie vorhin, d. h. man mache $mn'''$, $n'''s$ gleich $m'n'$, $n's'$, ziehe durch $n'''$ parallel mit einer Diagonalen $bmd$, zeichne ferner $2m$, $4m$, so ergibt sich $h'$ und $l$, und die aus $s$ durch $h'$ und $l$ gezeichneten Geraden sind Bogentangenten an diesen Punkten u. s. w. Die Geraden $a'b'$, $a'd'$ wurden nachträglich gezeichnet.

§ 243. Der in Fig. II dargestellte Thurm zeigt ein Beispiel der Anwendung. Die Richtungen der Achsen sind mit denen in Fig. I parallel; statt der Winkel sind hier Längenmassstäbe angewendet. Der Thurm ist quadratisch und im Massstabe von 1 : 50 gezeichnet. Die Kanten $y$ und $x$ haben z. B. je eine Länge von ca. 4,500 m. Die Gerade $z$ ist der unverkürzte Massstab für alle Senkrechten; die Längenmassstäbe $y$ und $x$ wurden mittels der Figuren $I^a$, $I^b$ gefunden. $a'c$ und $b'c$ in Fig. $I^a$ und $I^b$ sind gleich einem Meter aus $z$, und $cd$ in Fig. $I^a$ gleich $01$ in $y$, sowie $cd$ in Fig. $I^b$ gleich $01$ in $x$ u. s. w. Die weitere Ausführung der Fig. II ist aus der Zeichnung unschwer ersichtlich.

§ 244. Fig. III zeigt ein Capitäl mit Deckplatte (Abacus). Ein erster, oberster Kreis wurde, nachdem das Durchschnittsprofil $ABCD$ gegeben war, in bekannter Weise mit acht Punkten und Tangenten bestimmt (vgl. Fig. III, Tafel XLVII), und liegt in dem Quadrat $1234$. Die weiteren durch das Profil gehenden Kreise wurden mit Hilfe der grossen und kleinen Ellipsachsen gezeichnet. Um deren Lage zu bestimmen, beschreibe man aus $M$ etwa durch $e$ einen Bogen, welcher die Ellipse bezw. Kreisprojection in einem zweiten Punkte $f$ schneidet, ziehe $Mf$, halbire den Winkel $eMf$, so ist $gMh$ die grosse Achse. Zieht man nun durch $M$ senkrecht zu $gh$, so ergibt sich in $ki$ die kleine Achse (vergl. § 77, Fig. VI, Tafel VI). Alle übrigen Ellipsen haben nun gleiche Achsenverhältnisse, können somit durch das zweite Profil $ghml$ in bekannter Weise gezeichnet werden (vergl. Fig. III, Tafel XIX). Ein bestimmter Massstab für die Ausführung dieses Beispieles ist hier nicht angenommen worden.

§ 245. Fig. IV zeigt ein Gesimsstück, dessen geometrisches Schnittprofil $A$ ist, in gerader dimetrischer Darstellung und bietet wie die übrigen Beispiele eine Daruntersicht. Fig. $IV^a$ ist der Winkelmassstab für etwa herauszumessende oder hineinzutragende Grössen. Derselbe ist jedoch für die Ausführung des Gesimses nicht nothwendig. Die Construction des Winkels ist bekannt; es ist nämlich wieder $ab$ gleich $he$, $ac$ gleich $hi$ oder $ef$, da $fehi$ als ein Quadrat, oder $fbh$ als Halbirungslinie des Winkels $efi$ angenommen wurde.

§ 246. In Fig. V ist die Vase und deren Sockel in dimetrisch schiefer Projection bei schräg symmetrischer Stellung zur Projectionsebene, d. i. so gezeichnet, dass sich die $x$ und $y$ Achsen gleichartig verkürzen (siehe Anmerkung zu § 237).

*) Punkt $1$ ist hier mit dem Anfangspunkte $(A)$ des Achsenkreuzes identisch.

$A\,Q$ gleich $A\,R$ sind die wahren Grössen der Verkürzungen $(A)\,Q$, $(A)\,R$ und mittels der Grössen $(A)\,R$, $A\,R$ wurde der Winkelmassstab Fig. $V^a$ construirt ($S\,a$, $S\,a'$ in Fig. $V^a = (A)\,Q$, $A\,Q$ oder $(A)\,R$, $A\,R$ in Fig. V). Das zur Projectionsebene parallele Durchschnittsprofil $e\,a\,g\,h\,b\,f$ der Vase konnte geometrisch und in wahrer Grösse gezeichnet werden.

Die Kreisprojectionen bzw. Ellipsen wurden mittels ihrer Achsen in bekannter Weise bestimmt (vergl. Fig. $II^a$ Taf. XVIII und Fig. III Tafel XIX etc.).

Um das Achsenverhältniss einer ersten Ellipse, z. B. $a\,b\,c\,d$ zu bestimmen, brauchte man nur aus $a$ und $b$ Parallele mit $(A)\,Q$ zu ziehen, wodurch sich in $c\,d$ die kleine Ellipsachse ergeben hatte. Ein unterster, auf der quadratischen Platte liegender Kreis, dessen Durchmesser $g\,h$ ist, wurde berührend an die Quadratseiten $(A)\,Q$, $(A)\,R$ angenommen und der Durchmesser $g\,h$ dadurch gefunden, dass man aus $A'$ als Mittelpunkt einen Halbkreis berührend an die orthogonalen Projectionen $A\,Q$, $A\,R$ dieser Quadratseiten zeichnete. Die weitere Ausführung und Eintheilung der Vase ist aus der Zeichnung leicht ersichtlich (vergl. Fig. VII und IV in Tafel XLVI und XLVII). Dass man hier ebenso wie bei Fig. VII, Tafel XLVI, die Verkürzungen $m\,c$, $m\,d$ u. s. w. mittels eines Winkelmassstabes hätte bestimmen können, braucht wohl kaum mehr erwähnt zu werden; derselbe wäre aus der Strecke $A'\,(A)$ als der verkürzten und aus der Strecke $A'\,Q$ oder $A'\,R$ als der unverkürzten zu fertigen.

## Uebungsbeispiele in isometrischer Projection.

Tafel XLIX. Figur I—VI.

§ 247. Die Figuren I und II sind in isometrisch schiefer Projection und in Parallelstellung zur Projectionsebene gezeichnet (vgl. § 235, Fig. IX, Tafel XLV). Fig. $I^a$ zeigt, in welcher Weise nachträglich die orthogonalen Projectionen $A\,a$, $A'\,(A)$ des schief projicirenden Strahles gefunden werden konnten. Ist nämlich $(A)\,A'$ als die unverkürzte Projection der $y$ Achse angenommen, so ist $A'A$ gleich $(A)\,A'$ als die orthogonale Projection der $y$ Achse anzunehmen und die orthogonale Lage der projicirenden Geraden $a\,A$ und $(A)\,A'$ damit bestimmt. In Fig. II sind Hilfspunkte für die Kreise und Kreisbögen wieder mittels der Hilfsfigur $II^a$ gefunden worden; die Aufgabe ist im Uebrigen gleich der in Fig. IV Tafel XLVI.

Wie aus den beiden gewählten Beispielen ersichtlich, ist die Darstellung von Gegenständen in dieser Projectionsart wohl sehr bequem, ergibt aber besonders in ihrer Anwendung auf runde Formen immer mehr oder weniger verzerrte und unnatürlich aussehende Bilder. So scheint z. B. in Fig. I auf den ersten Blick eine Kante $g\,i$ u. s. w. grösser zu sein als $a\,b$, obwohl sie thatsächlich mit dieser gleiche Länge hat. Das Auge ist eben gewöhnt, schrägliegende Kanten, welche sich vom Beschauer aus entfernen, stets verkürzt zu sehen.

§ 248. Die Figuren V und VI sind isometrisch schiefe Projectionen mit unverändertem Grundriss, d. h. die Grundrisse können wie bei der orthogonalen Projection, nach ihrer geometrischen Form gezeichnet und dabei die darüber stehenden Höhenkanten u. s. w. ebenfalls unverkürzt und nach ihrer wahren Grösse aufgetragen werden. In Fig. V ist die Entstehung dieser isometrischen Projectionsart*) veranschaulicht. Hierbei sind zunächst die beiden orthogonalen Projectionen eines einfachen Körpers, sodann eine Gerade $b''\,a'\,g''$ als horizontale und verticale Projection der Bildfläche (Tafel) gegeben. Zeichnet man nun von allen Ecken des Körpers die Projicirende unter einem Winkel von $45^0$ gegen die Bildfläche, und zwar so, dass die Ebenen dieser Winkel senkrecht zu beiden Tafeln sind, die Horizontalprojectionen der projicirenden Strahlen somit als Senkrechte zur Bildfläche $a'b''$ sich darstellen, so ergibt die schiefe Projection z. B. der rechtwinkligen Grundfläche ($a\,b\,c\,d$, $a'\,b'\,c'\,d'$) in $a^4\,b^4\,c^4\,d^4$ wieder das gleiche geometrische Rechteck wie $a\,b\,c\,d$; da ferner die Höhenkanten, wie z. B. ($b\,f$, $b'\,f'$), ($c\,g$, $c'\,g'$) u. s. w. parallel der Bildfläche oder Projectionsebene sind, so ergeben sich auch ihre schiefen Projectionen wieder in wahrer Länge (vgl. § 221), also $a^4e'''$ gleich $a'e'$, $b^4f'''$ gleich $b'f'$ u. s. w.).

Die Treppe in Fig. VI zeigt ein Beispiel der Anwendung. Der Grundriss $a\,b\,c\,d\,e\,f\,g\,h\,i\,k$ . . . ist zuerst bestimmt und darüber sind die einzelnen Kanten, wie z. B. $b\,b'$, $c\,c'$, $d\,q$, $1\,p\,o$ u. s. w., nach ihren wahren Grössen errichtet worden. Da sich, wie schon erwähnt, alle horizontal liegenden Flächenfiguren nach ihrer wahren Form und Grösse projiciren, so können vorkommende Kreise oder Kreisbögen hier mit dem Zirkel gezeichnet werden.

§ 249. Die Figuren III und IV sind ebenfalls isometrische Projectionen; doch sind diese von den bisher genannten insoferne zu unterscheiden, als ihre Entstehung nicht das Ergebniss schief projicirender Geraden, sondern das einer bestimmten Lage ist, welche der Körper zur Projectionsebene einnimmt und wobei die Projicirenden stets senkrecht gegen die Projectionsebene einfallen, so dass also die Figuren III und IV als gewöhnliche Orthogonalprojectionen zu betrachten

*) Dieselbe wird besonders in älteren Werken auch Militärperspective genannt. Diese Bezeichnung hat zwar keine wissenschaftliche Berechtigung, und ist nur dadurch zu motiviren, dass Befestigungswerke häufig in dieser Projectionsart dargestellt wurden, wie sich denn auch dieselbe noch am besten für die Darstellung von Gebäuden auf Situationsplänen, Stadtplänen u. s. w. eignet; auch die Bezeichnung Vogelperspective wird öfter dafür angewendet.