



Lehrbuch der gotischen Konstruktionen

Ungewitter, Georg Gottlob

Leipzig, 1890-

Druckverteilung in den Kappen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-80225)

theoretisch richtige Bogenform wird als die „Stützlinie“ oder „Drucklinie“ des Bogens bezeichnet. Die graphische Statik konstruiert diese Linien in einfacher Weise durch mannigfache Anwendung des Parallelogrammes der Kräfte (vgl. MÜLLER-Breslau, Elemente der graphischen Statik und andere). Dabei findet man nicht nur die Richtung der Kräfte, sondern auch ihre Grösse. Eine Ausdehnung der graphischen Statik auf die räumlichen Netzformen ist für die meisten Fälle nicht so sehr einfach, da sie ihre Konstruktionen nur in der Ebene ausführen kann. Hat man z. B. mit drei von einem Punkte ausgehenden Kräften im Raum zu thun, so wird man zunächst zwei durch eine Resultierende ersetzen müssen, welche mit der dritten in einer Ebene liegt.

Für besondere Fälle der Praxis könnte es sich thatsächlich empfehlen, kleine Netzmodelle (vielleicht in $1/10$ d. nat. Gr.) aus Seilen oder Fäden anzufertigen, deren Herstellung gar nicht so übermäßig schwierig ist, wie Versuche des Bearbeiters gezeigt haben. Handelt es sich nur um die Festlegung der Kreuzpunkte, so würde man auf diese die ihnen zukommenden Belastungen der Umgebung in geeigneter Weise vereinigen können. Die von Punkt zu Punkt laufenden Fäden würden dann als straffe gerade Linien erscheinen.

Wollte man auf diese Art auch die theoretisch richtigste Krümmung der Rippen (von der unten noch die Rede sein wird) ermitteln, so hätte man das jeder Rippe zugehörige Seilstück in eine angemessene Zahl einzelner Teile zu zerlegen und an jedem Teile eine ihm zukommende Kraft anzubringen, berechnet aus Gewicht der Rippe, Schub und Schwere des zugehörigen Kappenseilstückes sowie der etwaigen Oberlast. Auf diese Art bekäme man genau die theoretisch richtige Rippengestaltung. Wäre eine wechselnde Last anzunehmen, so würde man auch die Belastung des Modells entsprechend ändern und die Verschiebungen beobachten. Alle dabei sich ergebenden Seillagen müssen natürlich mit genügender Sicherheit im Innern des späteren Rippenkörpers Platz finden.

Im Mittelalter hat ein gesundes konstruktives Gefühl, zeitweis geschärft durch üble Erfahrungen, immer die richtige Form selbst für die reichsten Rippengewölbe finden lassen. Wenn das Rippennetz ziemlich dicht wird und die Belastung nicht Engmaschige gar zu ungleichmäßig verteilt ist, dann nimmt das Geripp eines Netzgewölbes eine Gewölbnets. ziemlich regelmässig gebogene Gesamtform an, die um so einheitlicher ist, je enger die Maschen werden. Bei zentralen Feldern ergeben sich meist kugelähnliche, über langgestreckten Räumen tonnenartige Bildungen. Sehr dichte Netze kann man ihrer konstruktiven Gestalt nach dreist als einfache vollflächige Gewölbe behandeln, es ist damit aber durchaus nicht gesagt, dass man bei ihnen unbedingt zu der genauen Kugel oder dem halben Kreiseylinder der Römer zurückkehren müsse. Andere Scheitelhöhen ergeben andere Gestalten, überdies erfordern jene römischen Formen eine Verschwendug an Wölbstärke, da sie mit den theoretischen Gleichgewichtsformen wenig genau übereinstimmen. Ueber letztere siehe weiter hinten (Seite 53 und folg.).

Zwischen den ursprünglichen Gewölbrippen und den späteren Maschenreihungen ist ein merklicher Abstand zu erkennen. Jene waren stark belastete Tragbögen, welche als festes Gerüst das ganze Gewölbfeld in Einzelgewölbe zerlegen; diese ziehen sich schliesslich als Netz unter einer einheitlich gebogenen Fläche hin, die Kappen oft weniger tragend als zeitweis verstärkend, wodurch aber immer noch leichte Wölbung, leichtes Lehrgerüst und eine ästhetische Teilung erzielt ist.

b. Druckverteilung in den Kappen.

Im Vorstehenden handelte es sich um die Gesamtgestalt des Gewölbes, besonders um die gegenseitige Lage der Schlusspunkte. Die Rippen sind nur nebenher und die zwischen ihnen ausgespannten Kappenflächen noch gar nicht zur Besprechung

gelangt. Bei einem grossen Teil der Wölbsysteme — den gewöhnlichen Kreuz- und Sternformen — konnte man in den durch die aufgestellten Bedingungen gebotenen Grenzen über die Lage der Schlusspunkte frei verfügen. Je mehr man aber diese Freiheit ausnutzt, um so schärfer muss man sein Augenmerk auf eine richtige Gestaltung der Rippen und Kappen lenken.

Auf streng wissenschaftlichem Wege die Kräfte zu ermitteln, die in dem tausendfältig gestalteten Kappen auftreten können, würde zu äusserst schwierigen, und doch nur bedingungsweise löslichen Aufgaben der Statik führen. Damit ist dem praktischen Baukünstler wenig gedient, für ihn ist es wichtig, dass er sich ein Gesamtbild von den Kraftwirkungen verschafft und dass er auf vereinfachtem, aber doch möglichst zutreffendem Wege sich Rechenschaft über seine Werke geben kann. Dazu gehört vor allem eine klare Vorstellung von den einschläglichen Verhältnissen; wird diese erworben, so kann man selbst ein nach dem ersten Anschein so unwegsames Gebiet, wie das der reichen gotischen Wölbbildungen, leicht entwirren und durchwandeln, wie es im folgenden versucht werden mag.

Sehr verbreitet ist die Täuschung, dass die Richtung des Wöldruckes immer von der Lage der gemauerten Kappenschicht abhänge. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall, für den Widerlagsdruck eines Tonnengewölbes ist es z. B. bei sonst gleicher Form ohne viel Belang, ob die Schichten liegend oder „auf den Schwabenschwanz“ gemauert sind. Die Schichtenlage hat ihre grosse Bedeutung für die Ausführung der Gewölbe, später tritt sie ziemlich zurück (wenngleich sie immer noch bei etwaigen Verdrückungen eine gewisse Rolle spielen kann, wenigstens dann, wenn der Winkel zwischen der Druck- und Schichtrichtung ein zu spitzer ist. Näheres siehe hinten unter Kappengemäuer). In altchristlicher, romanischer und auch gotischer Zeit ist demgemäß ein mannigfaltiger Wechsel in der Schichtenlage zu beobachten. (Ueber die Schichtenlage bei den Byzantinern siehe vorn Fig. 12—13 und über diejenige der gotischen Gewölbe hinten Fig. 298—319).

Der wesentliche Faktor für die Druckverteilung ist nicht die Schichtenlage, sondern die Gestalt des Gewölbes, aber auch diese ist nicht ganz allein entscheidend, es können verschiedene Nebenumstände, selbst Zufälligkeiten einen ganz erheblichen Einfluss üben.

Wenige Konstruktionen sind so sehr wie gerade die Wölbungen abhängig von Zufälligkeiten. Einige mögen hier aufgezählt werden. Auf die Spannungen im Gewölbe haben Einfluss: 1. Unrichtig verteilte Widerlagsstärken, die ein gewisses Fortweichen der schwachen und ein Feststehen der starken Teile ergeben. 2. Verschieden starkes Einspannen der Widerlager durch äussere Kräfte z. B. die Schubkräfte benachbarter Gewölbe, welche sich auf das in Frage kommende Gewölbe übertragen. 3. Verschiedenes Setzen der Widerlager. 4. Ungleich zusammengesetzter oder ungleich steifer Mörtel, der an ein und demselben Gewölbe verwandt wird. 5. Unterbrechungen und verschieden schnelles Vorgehen beim Aufmauern. 6. Festes Einspannen einzelner Schichten, während andere beweglich im vollen Mörtel stehen. 7. Mehr- oder weniger grosse Beweglichkeit des Lehrgerüstes und Art oder Zeitpunkt der Ausrüstung. All derartige Umstände können kleine Verschiebungen oder Bewegungen bewirken, die bei der geringen Elastizität der verwandten Baustoffe sofort eine merkliche Druckänderung nach sich ziehen. Findet bei starken Verdrückungen eine Zertrennung einzelner Wölbteile durch auftretende Risse statt, so wird dabei die Kraftübertragung um so mehr beeinflusst.

Bei all diesen Nebenumständen spielt der Mörtel eine gewisse Rolle, er kann

Einfluss der Schichtenlage.

Unregelmässige Druckverteilung.

Einfluss des Mörtels auf die Druckverteilung. ausgleichend oder auch verstärkend auf sie einwirken, es ist dabei besonders von Einfluss, ob der Mörtel noch weich oder bereits erhärtet ist. Im allgemeinen trägt der weiche Mörtel dazu bei, eine gleichmässige, der Form des Gewölbes folgende Druckverteilung zu begünstigen, während nach Erhärtung des Mörtels sich der Druck vorwiegend dorthin fortpflanzt, wo er den grössten Widerstand findet.

Es hängen diese Erscheinungen mit den plastischen und elastischen Eigenschaften der in Frage kommenden Stoffe zusammen. Um sie zu verstehen, denke man sich eine zähflüssige, dem Erhärten nahe Masse (Mörtel, Asphalt) einen Abhang herabgleiten und sodann durch einen ausgezackten Körper aufgehalten (Fig. 110). Die Hauptlast wird auf die vortretenden Zacken *a* ausgeübt, durch Verdrückungen und Verschiebungen in der Masse wird eine geringere Belastung auch noch den Vertiefungen *b* mitgeteilt, die Lücken *c* dagegen gehen ganz leer aus. Es wird die Masse nach der stattgehabten Formänderung zur Ruhe kommen und erhärteten. Je starrer der Körper war, um so mehr wird er seinen ganzen Druck nur auf wenige vortretende Zacken bringen, je dünnflüssiger oder schmiegsamer er war, um so mehr wird er seine Last auch den Vertiefungen mitteilen.

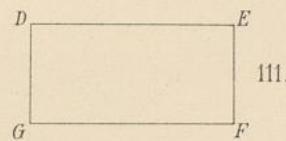
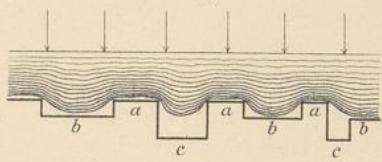
Aehnliche Vorgänge spielen sich in einem Gewölbe ab. Denkt man sich ein Rechteck durch eine bauchige Tonne oder böhmische Kappe überspannt, so wird diese sowohl den Längs- als den Querseiten Druck übermitteln. Wie sich dieser Druck aber auf beide Richtungen verteilt, ist nach Erhärtung des Mörtels nicht immer bestimmt zu sagen, es hängt das zum Teil von Zufälligkeiten ab. Werden die Mauern der kurzen Seiten *DG* und *EF* (vgl. Fig. 111) beseitigt (vielleicht auch nur durch ein Setzen der Grundmauern gesenkt —), so wird sich der darüber befindliche Gewölbeteil herabschieben, das untere Stück fällt vielleicht ganz herab, darüber bilden sich schräge Risse, allmählig kommt das Gewölbe zur Ruhe und wird lediglich durch die Längswände getragen (Fig. 111 a). Sind umgekehrt bei dem gleichen Gewölbe die kurzen Wände äusserst fest (Fig. 111 b), während die langen, zwar vorhanden aber zu schwach sind, (da völliges Fehlen im skizzirten Fall wohl nicht mehr thunlich), so werden die dünnen Längswände unter dem Wölbdruck sich setzen oder ausweichen. In Folge dessen wird das Gewölbe nachrücken, bis es seiner Hauptmasse nach sich auf die festen kurzen Seiten gestützt hat. Diesmal tragen also gerade die kurzen Seiten, die vorhin leer ausgingen. Auf die Längswände kommt nur ein geringer Teil des Druckes und zwar so viel, wie diese aufnehmen können. Würde ihnen mehr zugemutet, als sie tragen können, so würde sich die Bewegung noch bis zur weiteren Entlastung fortsetzen. So wird das Verdrücken und Verschieben bis zu einer neuen Ruhelage mit anderer Lastverteilung stattfinden. Natürlich dürfen die Widerlager nicht gar zu unvollkommen sein, da sich sonst keine Ruhelage bilden kann, sondern die Verschiebungen sich bis zum Einsturz fortsetzen.

Je mehr der Mörtel erhärtet ist und je besser er angebunden hat um so mehr lässt er zu, dass ein stärkeres Widerlager für ein schwaches eintritt; je weicher er aber ist, um so weniger ist dieses möglich. Die Umlagerung des Druckes in Folge von Widerlagsverschiebungen bei erhärteten Gewölben ist in alten Bauten oft ganz erstaunlich, man kann an den Rissen verfolgen, dass sich die Wölblast auf gänzlich

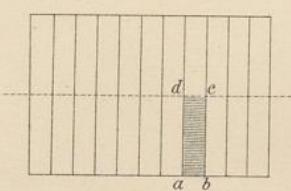
Tafel XIV.

Druckverteilung in den Gewölben.

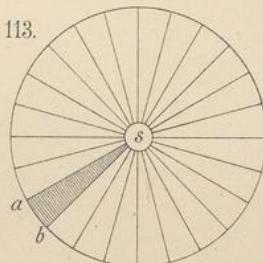
110.



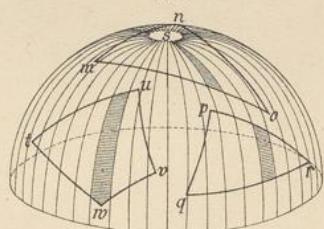
112.



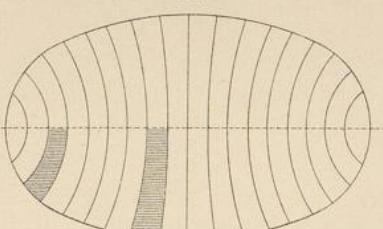
113.



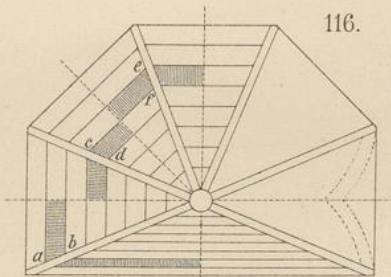
114.



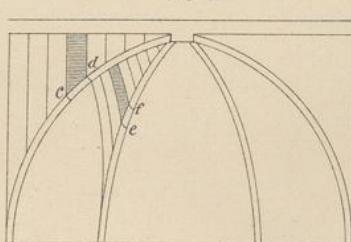
115.



116.



116 a.



andere Punkte übertragen hat. Unter Umständen kann eine solche Umlagerung von Nutzen sein, im Allgemeinen ist es aber dem Bauwerk dienlich, dass es dauernd in derjenigen Weise seine Beanspruchung empfängt, die man ihm von vornherein zugemutet hat.

Dass aber von vornherein eine günstige allseitige Druckverteilung stattfindet, ist gerade durch den „weichen Mörtel“ zu erreichen. Wenn ein Widerlagesteil etwas weicht, so wird er bei weichem Mörtel nicht entlastet, es rückt vielmehr ein Teil des Gewölbes unter gewissen Verdrückungen nach, bis eine Ruhelage eintritt. Ist ein wichtiger Widerlagesteil so schwach konstruiert, dass er überhaupt nicht mehr zur Ruhe kommt, so rückt ein weiches Gewölbe bis zum Einsturz nach. Das ist eine Eigenschaft des weichen Mörtels, die schlechten Konstruktionen zwar verhängnisvoll werden kann, die aber für richtige Anlagen willkommen ist, für diese will man gerade erreichen, dass einem jeden Widerlagesteil der Druck zugeführt wird, der ihm nach der Wölbform gebührt.

Welcher Grad der Weichheit für den Mörtel günstig ist, kann nur von Fall zu Fall entschieden werden, einen gar zu beweglichen Mörtel wird man besser meiden, da er unerwünscht starke Verdrückungen erzeugen kann. Gewöhnlich reicht es hin, wenn nur noch ein ganz geringer Grad von Dehnbarkeit beim Ausrüsten vorhanden ist. Beim freihändigen Mauern genügt der dazu übliche steife Mörtel noch, um die Kappen bei der fortwährend wechselnden Last immer in einer entsprechenden Bewegung zu erhalten, so dass, wenn nicht ein gewaltsames Einkeilen einzelner Schichten stattfindet, schliesslich die Druckverteilung der Form des Gewölbes folgt.

Es geht aus diesen Betrachtungen hervor, dass ein Baumeister mit reinem Gewissen sein Gewölbe nicht zu spät ausrüstet, um die günstige Thätigkeit des Mörtels auszunützen. Einer unsicheren Konstruktion kann dagegen „unter Umständen“ durch längeres Erhärten gedient sein, da dann „vielleicht“ die Arbeit der weichenden faulen Konstruktionsteile durch andere reichlich kräftig konstruierte mit geleistet wird. Im Nachfolgenden wird vorausgesetzt, dass eine der Wölbform zukommende regelrechte Druckverteilung, begünstigt durch die plastischen Eigenschaften des Mörtels, stattfindet. Man kann dann allgemein die Hypothese aufstellen, dass in einer gewölbten Kappenfläche jedes Kappenteilchen vorwiegend in derjenigen Abhängigkeit des Druckes von der Wölbform. Richtung seinen Druck nach dem Widerlager fortpflanzt, welche eine rollende Kugel verfolgen würde, oder mit anderen Worten, dass der Druck sich immer in der steilsten Richtung zu übertragen sucht.

Die Kappengestalten, welche das Mittelalter verwandt hat, sind ungezählte, für die meisten giebt es keinen mathematischen Namen. Teile liegender, steigender und bauchiger cylinderartiger Flächen, Kegeausschnitte und alle möglichen kugelähnlichen oder busigen Formen kommen vor, sie lassen sich bei aller Verschiedenheit vorwiegend in zwei Abteilungen zerlegen, in die nach einer Richtung gekrümmten, tonnenartigen Flächen und die nach allen Richtungen gebogenen, busigen Flächen.

Nimmt man gemäss der vorstehenden Hypothese die Fortpflanzung des Gewölbe-Druckes an, so wird sich für Tonnenflächen eine parallele Streifenteilung (Fig. 112) Zerlegung der Kappen in Streifen. und für eine Kuppel eine radiale Flächenzerlegung (Fig. 113 und 114) ergeben.

Für busige Flächen, welche sich von der Umdrehungskuppel nicht weit entfernen, kann man ohne grossen Fehler die gleiche radiale Zerlegung vom höchsten Punkte (Gipfelpunkt) aus vornehmen. Für beliebige Teilstücke einer solchen Fläche wie die gebogenen Dreiecke mno und pqr sowie das Viereck $tuvw$ in Fig. 114 bleibt natürlich die Streifenteilung die gleiche. Nötigenfalls sind solche Flächenstücke erst bis zu ihrem Gipfelpunkt zu ergänzen, damit man von diesem aus die Teilung vornehmen kann. Liegen Flächen vor, welche sich sowohl von der Tonne als von der Kuppel weit entfernen, z. B. die zwischen beiden stehende Form Fig. 115, so ergibt sich nach Massgabe der Bahnen herabrollender Kugeln eine abweichende Streifenteilung, wie sie für den vorliegenden Fall in die Figur eingetragen ist. Meist wird man aber hinlangende Genauigkeit erzielen, wenn man nach den Vorbildern 112 und 113 parallel oder radial teilt oder auch beides vereint.

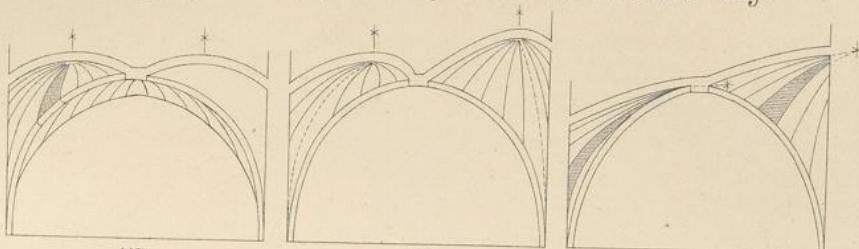
Nach diesen Angaben ist es spielend leicht, bei einem Kreuzgewölbe irgend welcher Art die Kappenflächen in geeigneter Weise in Streifen zu zerlegen und dadurch die Art der Druckverteilung nach den einzelnen Richtungen zu bestimmen. Es sei dies an mehreren Abbildungen gezeigt, die sich fast ohne jede Erläuterung verstehen lassen.

1. Kreuzgewölbe mit geradem Scheitel. Die Kappenflächen haben eine tonnenartige Form und werden daher senkrecht zum Scheitel in parallele Streifen zerlegt. Als Beispiel (Fig. 116, 116a) ist ein halbpolygonales Chorgewölbe gewählt, es ist gleichgültig ob die Schildbögen bez. Kappenflächen nach dem Halbkreis, dem Spitzbogen oder einer anderen Linie gebogen sind. Jeder Kappenstreif trägt seinen Anteil an Gewölbblast und Schub auf das zugehörende Rippenstück, so dass der Rippenteil ab die beiden hier zusammenstossenden schraffierten Streifen aufnimmt. In gleicher Weise ist die Belastung der Rippenstücke cd und ef durch Schraffur angedeutet. Damit die Rippe nicht seitwärts ausbaucht, muss der Schub, den die beiderseitigen Streifen ausüben, sich in der Richtung senkrecht zur Rippe aufheben, es wird davon noch die Rede sein. Bei Gewölben mit steigendem Scheitel werden die Streifen die an der rechten Seite von Fig. 116 durch gestrichelte Linien angedeutete Richtung nehmen.

2. Kreuzgewölbe mit busigen Kappen (Fig. 117, 118, 119). Man sucht für jedes Kappenfeld den höchsten Punkt s auf und zieht von diesem aus im Grundriss Strahlen, welche die Fläche in dreieckige Teilstreifen zerlegen. Auf ein Stück vw einer Rippe (Fig. 117) kommt Gewicht und Schub der schraffierten Dreiecke. In Fig. 117 liegen die Gipfelpunkte etwa in der Mitte der Kappenflächen, es verteilt sich der Druck daher etwa zu gleichen Teilen auf die Rippen und die Schildbögen. Rückt der Kappengipfel dicht an den Schlussstein (Fig. 118 links), so bekommt der Schildbogen den grössten Druck, umgekehrt erhalten die Rippen den Hauptanteil, wenn der Gipfelpunkt in die Nähe des Schildbogens rückt (118 rechts). Es kann sogar die Kappe sich so sehr nach einer Seite heben, dass der Gipfel gar nicht mehr im Kappendreieck liegt, sondern ausserhalb desselben ergänzt werden muss. In dem linksliegenden Dreieck der Fig. 119 erhält nur der Schildbogen eine senkrechte Last von den Teilstreifen, die Rippen werden nicht belastet, ausser dem nie fehlenden Horizontalschub erhalten sie vielmehr eine nach oben gerichtete Kraft,

Tafel XV.

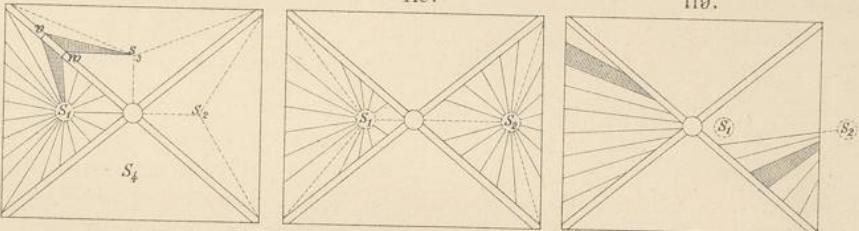
Zerlegung der Kappen entsprechend der Druckrichtung.



117.

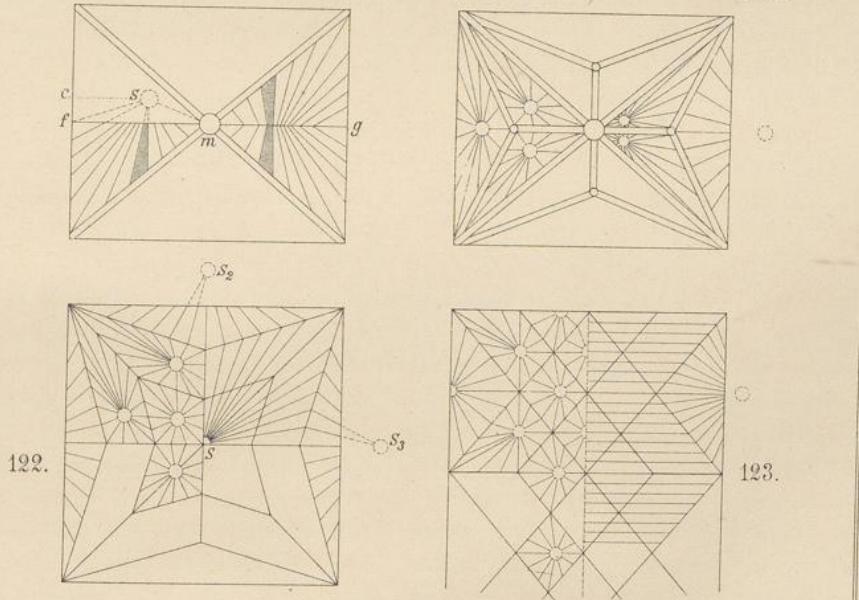
118.

119.



120.

121.



122.

123.

sie werden getragen. Umgekehrt werden in dem rechts liegenden Kappendreieck die Rippen stark belastet, während der Schildbogen einen Druck nach oben bekommt.

Man hat es in dieser Weise ganz in der Hand, je nach Wahl der Kappenform den Wölbdruck nach dem einen oder anderen Bogen zu lenken, was für die Ausführung solcher Gewölbe grosse Bedeutung hat. Wichtig ist es, immer darauf zu sehen, dass die Rippen möglichst von beiden Seiten gleich geschoben werden, was sich am vollkommensten erzielen lässt, wenn man die benachbarten Kappenwipfel symmetrisch zur Rippe legen kann. Der Punkt s wird in der Grundrissprojektion etwa seitwärts von dem Mittelpunkt c des Scheitelbogens zu suchen sein.

3. Kreuzgewölbe mit zugeschräferten Kappenfirsten (Fig. 120). Das Gewölbe entsteht, wenn von spitzen Schildbögen aus gekrümmte Firstkanten fm und gm zur Mitte geführt werden, gegen welche sich dachartig die Kappenflächen zusammenschneiden. Jede der Kappenhälften ist anzusehen als ein aus einer kuppelähnlichen Fläche geschnittenes Dreieck (vgl. pqr in Fig. 114). Den mutmasslichen Gipfelpunkt s muss man ergänzen und von hier aus die Teilstrahlen ziehen, wie solches in der Abbildung geschehen.

4. Sterngewölbe. Es ergeben sich hier ganz entsprechende Abwandelungen wie bisher, einige derselben sind in der Fig. 121 dargestellt. Je nach der Lage der Gipfelpunkte kann man auch hier mehr die eine oder andere Rippe oder schliesslich auch den Schildbogen belasten. Gleicher Schub von beiden Seiten der Rippen ist natürlich auch hier zu erstreben.

5. Netzgewölbe. Es kann wie bei vorigen Gewölbarten jedes einzelne Kappenstück für sich in mannigfacher Weise gebaucht sein (siehe linke Seite von Fig. 122 und Fig. 123); oder es kann, wie schon an anderer Stelle besprochen, für das ganze Gewölbe eine gemeinsame gebogene Kappenfläche angenommen werden. Es pflanzt sich im letzteren Falle der Druck von Kappenfeld zu Kappenfeld direkt fort, ohne dass den Rippen eine besondere Bedeutung dabei zufällt. Die Flächen teilung würde bei langgestreckten Netzgewölben auf eine Parallelstreifung wie bei der Tonne hinauslaufen (Fig. 123 rechts); bei zentralen Netzwölbungen würde dagegen eine strahlenförmige Teilung (Fig. 122 rechts) von dem Mittelpunkt s ausgehen, die sich über alle Felder zieht mit alleiniger Ausnahme der äusseren Dreiecke, welche gewöhnlich nach den Schildbögen hin anzusteigen pflegen (Wipfelpunkt s_2 und s_3).

c. Die richtige Form der Kappen.

Die Zerlegung der Kappen in einzelne Streifen, die sich sonach nicht nach der Richtung der Steinschichten sondern nach der Gestalt der Kappen richtet, war sehr einfach durchzuführen, nunmehr handelt es sich darum, die zweckmässige Krümmung eines solchen Kappenstreifen festzustellen und den Widerlagsdruck, den er auf die ihn tragende Rippe ausübt. Die Wöldicke der Kappen sucht man so gering wie irgend möglich zu machen, sie beträgt meist 10—15 cm, kann selbst noch weiter eingeschränkt sein. Soll nach der üblichen Annahme die Mittellinie des Druckes überall in dem mittleren Drittel der Wöldicke liegen, so bleibt kein grosser Spielraum, d. h. mit anderen Worten, will man dünne Kappen wölben, so hat man sich genau an die theoretisch ermittelte Drucklinie mit der