



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der gotischen Konstruktionen

Ungewitter, Georg Gottlob

Leipzig, 1890-

Ermittlung der Drucklage durch Zeichnung oder Rechnung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](#)

Zerlegung der Kräfte, welche neuerdings von der graphischen Statik zu so hoher Bedeutung erhoben ist, giebt ein äusserst bequemes und leicht verständliches Mittel dazu an die Hand, das für vorliegende Zwecke um so wertvoller ist, als es selbst dem der Mathematik nahezu ganz Unkundigen zugänglich ist, es setzt als Vorkenntnis eigentlich nichts weiter voraus als die Lehre vom Parallelogramm der Kräfte, die da besagt, dass die Diagonale eines Parallelogramms die Grösse und Richtung einer Mittelkraft (Resultante) darstellt, welche sich in zwei durch die Parallelogrammseiten dargestellte Seitenkräfte zerlegen lässt, oder welche umgekehrt an die Stelle zweier solcher Seitenkräfte gesetzt werden kann.

2. Grösse und Lage des Widerlagsdruckes der Gewölbe.

Handelt es sich darum, die Kräfte oder richtiger die Spannungen in einem Widerlagskörper zu ermitteln, so muss man zunächst den vom Gewölbe ausgeübten Widerlagsdruck kennen. Wenngleich derselbe aus den früher besprochenen statischen Eigenschaften des Gewölbes resultiert, soll er an dieser Stelle, soweit er für die Widerlager in Frage kommt, des besseren Zusammenhangs wegen zur Besprechung gelangen.

Jedes Gewölbe übt eine schräg gerichtete Pressung gegen sein Widerlager aus, die um so flacher geneigt ist, je flacher das Gewölbe ist (vergl. Fig. 356 und 357). Dieser Widerlagsdruck W lässt sich in eine wagerechte und senkrechte Seitenkraft H und V zerlegen, die erste nennt man den Horizontalschub, die zweite ist die Widerlagsbelastung. Man kann ganz nach Belieben entweder den schrägen Druck W oder seine beiden Seitenkräfte in Rechnung setzen.

Die Widerlagslast V ist immer gleich dem Gewicht des auf diesem Widerlager ruhenden Gewölbstückes.

Der Horizontalschub H wechselt nicht allein mit der Grösse und Verteilung des Gewichtes, sondern ganz besonders mit dem Pfeilverhältnis des Gewölbes. In den Abbildungen 356 und 357 ist V als gleich vorausgesetzt, H fällt dagegen wegen der ungleichen Steilheit sehr verschieden gross aus, was auf die erforderliche Widerlagsstärke natürlich vom grössten Einfluss ist.

Um den Widerlagsdruck zu ermitteln, können mehrere Wege eingeschlagen werden, die, soweit sie bereits bei den Gewölben erwähnt, hier noch einmal in Kürze mit aufgezählt werden mögen.

1. Durch Konstruktion der Stützlinie, die unter den Gewölben (S. 52) näher erläutert ist, gewinnt man das klarste und zuverlässigste Bild von dem Verlauf der Druckspannungen im Gewölbe selbst, gleichzeitig liefern die Endkräfte der Drucklinien unmittelbar den schräg gerichteten Widerlagsdruck nach Grösse und Richtung.

Beim Tonnengewölbe ermittelt man die Linie für einen Streif von vielleicht 1 m Breite, beim Kreuzgewölbe sucht man jede Drucklinie in den Rippen und dem Gurt für sich auf und setzt am Gewölbanfang aus ihnen die gemeinsame Widerlagskraft zusammen.

Ermittlung
des Wider-
lagsdruckes.
1. Mit Hülfe
der
Stützlinie.

In jedem Bogen oder Gewölbe ist eine grosse Anzahl von Stützlinien möglich (Fig. 358). Als die günstigste I ist diejenige zu bezeichnen, welche sich möglichst wenig von der Mittellinie entfernt (genauer gesagt, welche die geringsten Kantenpressungen ergiebt — über letztere weiter unten). Neben dieser giebt es steilere und flachere Stützlinien, erstere liefern einen geringeren, letztere einen grösseren Widerlagsdruck. Ist der Mörtel nicht zugfest, so darf keine der durch die zu erwartenden Belastungen hervorgerufenen Stützlinien das Gewölbe irgendwo verlassen, besser wird die Bedingung gestellt, dass die Linien im Kern (mittleren Drittel) bleiben sollen. Als zulässige Grenzlagen würden danach einerseits die steilste „im Kern liegende“ Stützlinie II in Fig. 558, anderseits die flachste III anzusehen sein.

Will man für die Widerlagsstärke eine recht gewissenhafte Untersuchung anstellen, so empfiehlt es sich, dieselbe getrennt für die beiden Grenzlagen II und III vorzunehmen. Die steilere wird etwas schwächere, die flache etwas stärkere Widerlager fordern. Bei dünnen und hohen Gewölben fallen beide Werte gewöhnlich ziemlich nahe zusammen.

Für gewöhnlich empfiehlt es sich, die Widerlagsstärke nach der flacheren Linie III festzusetzen, man ist dann sicher, die Widerlager jedenfalls nicht zu schwach zu bekommen.

2. angenehmeres graphisches Verfahren.

2. Eine angenehmere graphische Ermittlung des Wölbschubes ergiebt sich sehr einfach, wenn man nicht die ganze Stützlinie, sondern nur deren Endkräfte benutzt. Diese Endkräfte kann man angenehmt ermitteln, sie müssen stets die Seitenkräfte sein zu einer Resultierenden aus allen äusseren auf das Gewölbe wirkenden Kräften. Letztere bestehen gewöhnlich nur aus dem Eigengewicht mit den etwaigen Oberlasten der Wölbung.

Hat man es mit einem symmetrisch gebildeten und belasteten Gewölbe zu thun, so betrachtet man nur die eine Hälfte (Fig. 359). Die obere Endkraft im Scheitel muss in diesem Falle horizontal sein, außerdem muss sie durch den Kern des Querschnittes gehen. Man legt sie zur Sicherheit in die innere Grenze d des Querschnittkerne. Zieht man hier eine horizontale Linie, so hat man die Lage und Richtung der oberen Endkraft H, aber noch nicht ihre Grösse. Man bestimmt nun das Gewicht G der Gewölbehälften, welches senkrecht durch den Schwerpunkt führen muss, es schneidet die Horizontale im Punkte O. Durch diesen Punkt O muss auch die Widerlagskraft W gehen, deren Richtung man erhält, sobald ihr Durchgangspunkt e durch das Widerlager angenommen ist; als solcher sei hier die äussere Kerngrenze (in ein drittel Abstand von der Aussenkante der Aufstandsfläche) gewählt. Um ausser der so gewonnenen „Lage“ auch die „Grösse“ der Kräfte H und W zu erhalten, trägt man die berechnete Schwerkraft G von o aus nach einem bestimmten Massstab (z. B. 100 kgr = 1 cm) nach unten ab und zieht durch den Endpunkt e Parallele zu den Seitenkräften, wodurch man das Parallelogramm O i c b erhält, dessen Seitenlängen O i und O b die gesuchte Grösse der Kräfte H und W nach dem gleichen Massstab bezeichnen.

Liegt ein unsymmetrisches Gewölbe vor, so schlägt man das entsprechende Verfahren für das ganze Gewölbe statt für die Hälfte ein. Fig. 360 (vergl. darüber auch vorn S. 57 und Fig. 128, 129).

3. angenehmeres rechnerisches Verfahren.

3) Die angenehmere rechnerische Ermittlung des Widerlagsdrückes ist der vorigen nahe verwandt. Man berechnet zuächst Grösse und Lage der an der Wölbhälfte (Fig. 361) auftretenden Schwerkraft G und nimmt dann nach Schätzung die wahrscheinlichen Durchgangspunkte d und e der Endkräfte an. Für den unteren Punkt e stellt man nun die Momentengleichung auf. Letztere stützt sich

darauf, dass ein Konstruktionsteil (hier die Wölbhälften) sich nur im Gleichgewicht befindet, wenn für irgend einen Punkt sich die Momente (Kraft mal Hebelarm) aller vorhandenen Kräfte aufheben. Hier kommen nur die drei Kräfte G , H und W in Frage, von denen die letzte ausfällt, da sie durch den Punkt e geht und daher einen Hebel gleich Null liefert. Somit lautet die Momentengleichung: $G \cdot a = H \cdot h$, woraus sich der obere Horizontalschub H berechnen lässt als $H = \frac{G \cdot a}{h}$.

Da sich in senkrechter und wagerechter Richtung alle Kräfte gegenseitig ausgleichen müssen, ist aber bei jedem nur senkrecht belasteten Gewölbe der Horizontalschub oben und unten gleich, man hat somit zugleich den unten auf das Widerlager wirkenden Horizontalschub gefunden. Die senkrechte Widerlagslast V kennt man auch, da sie ebenso gross wie G . Hat man aber die Seitenkräfte H und V , so hat man auch ihre Mittelkraft W .

Man erkennt, dass die angeneherte Ermittlung des Widerlagsdruckes eine sehr leichte Sache ist, eine gewisse Schwierigkeit liegt nur darin, die Durchgangspunkte d und e möglichst zutreffend zu wählen. Wäre ihre Lage eindeutig bekannt, so hätte man es überhaupt nicht mit einem angeneherten sondern mit einem bestimmten Verfahren zu thun. Eine exakte Kräfteausmittelung ist nun aber für ein Gewölbe überall nicht möglich, da viele Zufälligkeiten mitreden, man kann daher die angegebenen Wege als durchaus hinlänglich für die Praxis ansehen. Ist man im Zweifel, wie man die Punkte d und e annehmen soll, so kann man sich durch die Konstruktion einer oder mehrerer Stützlinien (Verfahren 1) einen klareren Aufschluss verschaffen. In den meisten Fällen wird es sich empfehlen, den Durchgangspunkt im Scheitel d näher nach der inneren Laibung, den Punkt e dagegen mehr nach der äusseren Laibung zu schieben.

Durchgang
des Druckes
im Scheitel
und am
Widerlager.

Ist der Gewölbanfang hintermauert und in die Wand eingebunden, dann ist es schwer, eine bestimmte Aufstandsfläche des Widerlagers anzugeben. Man kann dieselbe unter Umständen bis zur ersten schrägen Fuge hinaufgerückt denken, in der man dann einen Durchgangspunkt e_1 festlegt (Fig. 361). Meist ist es aber in solchen Fällen einfacher, den Durchgangspunkt e in die senkrechte Wandflucht $M M$ zu legen, dabei aber darauf zu achten, dass derselbe zur Sicherheit eher etwas zu hoch denn zu tief gewählt wird. Es kann sehr leicht der Fall eintreten, dass die Hintermauerung zum Ueberleiten der Wölbsschübe mit benutzt wird und sich eine viel flachere Stützlinie bildet als der erste Anblick des Gewölbes vermuten lässt. Der wahrscheinlichste Punkt e liegt gewöhnlich um $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ oft gar $\frac{1}{3}$ der Pfeilhöhe oberhalb des Kämpfergesimses.

Bei einem unsymmetrisch geformten oder belasteten Gewölbe (Fig. 360 bez. 360a) ist die Kraftausmittelung durch Rechnung auch wieder derjenigen durch Zeichnung ähnlich, man betrachtet das Gewölbe als Ganzes und berechnet zunächst Grösse und Lage seines Gesamtgewichtes G . Sodann nimmt man die Durchgangspunkte e_1 und e_2 und die ungefähr tangentiale Richtung der Endkräfte W_1 und W_2 schätzungsweise an und hat nun deren Grösse zu bestimmen. Beim graphischen Verfahren geschah das durch Konstruktion des Parallelogrammes der Kräfte, hier stellt man erst die Momentengleichung für den Punkt e_1 auf, um die Kraft W_2 zu

bekommen, und darauf die Momentengleichung für e_2 um die Widerlagskraft W_2 zu finden. Zu beachten ist dabei, dass man nicht die Widerlagsdrücke selbst, sondern die schräg nach oben gerichteten Gegendrücke der Widerlager (Widerlagsreaktionen) in Rechnung zu setzen hat (Fig. 360a).

Kräfte im Innern eines Körpers oder an der Berührungsfläche zweier Körper treten bekanntlich immer paarweise auf, so ruft ein Druck, den ein Körper auf einen anderen ausübt, stets einen gleich grossen entgegengesetzten gerichteten Gegendruck des anderen Körpers hervor. Will man an irgend einem Körper oder einem Teil eines solchen statische Untersuchungen vornehmen, so denkt man ihn aus seiner Umgebung herausgeschnitten und dafür an jeder Schnittfläche die hier wirkenden Gegenkräfte zugefügt. Es müssen sich sodann alle Kräfte im Gleichgewicht halten, dieses ist aber der Fall, wenn die folgenden drei Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind.

Allgemeine
Gleich-
gewichts-
bedingungen.

1. Für einen jeden beliebigen Punkt als Drehpunkt muss die Summe aller rechts drehenden Kraftmomente gleich der Summe aller links herumdrehenden Momente sein.
2. In senkrechter Richtung muss die Summe der nach unten gerichteten gleich der Summe der nach oben gerichteten Kräfte sein.
3. In wagerechter Richtung muss die Summe der nach rechts gekehrten Kräfte gleich der Summe der nach links gekehrten sein.

Um die beiden letzten Bedingungen auf schräg gerichtete Kräfte anwenden zu können, muss man diese zuvor in ihre senkrechten und wagerechten Seitenkräfte zerlegen.

Mit Hülfe dieser drei Bedingungen löst bekanntlich die Statik ihre meisten Aufgaben, auch bei der vorstehenden einfachen Ermittlung der Widerlagskräfte bei Fig. 361 sind sie angewandt worden, dazu ist noch nachzutragen, dass die Endkräfte H und W nicht in der in Fig. 361a gezeichneten Richtung sondern in der durch Fig. 361b veranschaulichten Richtung als Gegendrücke anzusetzen sind. Liegt der Fall weniger einfach, liegen z. B. statt des Gewichtes G die äusseren Kräfte in grösserer Anzahl vor, so ist der einzuschlagende Gang dessen ungeachtet immer derselbe.

Bei Darstellung der drei Wege zur Ermittelung des Widerlagsschubes ist es unerörtert geblieben, welche Gewölbegattung vorausgesetzt ist, für das Tonnengewölbe gelten sie ohne weiteres, sie lassen sich aber auch unmittelbar auf das Kreuzgewölbe übertragen.

Schub der
Kreuz-
gewölbe mit
geradem
Scheitel.

Für ein einfaches Kreuzgewölbe mit geradem Scheitel ohne Ueberhöhung Fig. 362 und 362a ergiebt sich, wie man leicht erkennt, etwa dieselbe Widerlagskraft, wie für ein Tonnengewölbe gleichen Querschnittes und gleicher Grundfläche. Es wirken bei beiden Gewölben dieselben drei Kräfte G H und W . Die resultierende Schwerkraft G ist bei beiden nach Grösse und Lage ziemlich gleich. (Beim Kreuzgewölbe ist sie wegen der kleineren Hintermauerung oft etwas kleiner, ihr Hebel dafür aber etwas grösser — bei überschütteten Gewölben kann der Unterschied am meisten merklich werden). Der Horizontalschub H oben muss bei beiden Gewölbarten in der Scheitelfuge in gleicher Höhe d liegen. Die Höhenlage e des Durchgangspunktes vom resultierenden untern Gewölbschub wird gleichfalls nur geringe Schwankungen zeigen. Der einzige wesentliche Unterschied besteht nur darin, dass sich der Schub beim Tonnengewölbe auf die ganze Widerlagslänge $m p$ im Grundriss 362 verteilt, während er beim Kreuzgewölbe sich an einer Stelle bei C überträgt.

Schub
busiger
Kreuz-
gewölbe.

Liegt ein stark busiges Kreuzgewölbe vor mit vortretenden Gurt- und Rippenbögen, das zugleich auch eine Ueberhöhung des Schlusspunktes aufweisen kann, so ist in derselben Weise zu verfahren, nur ist es schwieriger, die durchschnittliche Höhenlage des oberen Horizontalschubes festzulegen. Fig. 363 zeigt ein solches Gewölbe in Querschnitt und Längsschnitt. Der Schub wird sich auf die ganze