



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der gotischen Konstruktionen**

**Ungewitter, Georg Gottlob**

**Leipzig, 1890-**

3. Ermittlung der Stützlinie und der Spannungen im Widerlager

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-80225)

halb so gross annimmt wie denjenigen auf  $C$ . Statt der Seitenschübe  $Dk$  und  $Dg$  kann man natürlich den Diagonalschub  $Dd$  einführen in der Richtung der Rippe. Derselbe ist immer kleiner als der Schub auf  $C$  (7:10).

Bei rechteckigen Feldern (Fig. 367) wird der Schub auf die Punkte  $C$  und  $E$  verschieden. Auf beiden Punkten lastet zwar ein halbes Feld  $mnp$  bez.  $rtqu$ , aber die Spannweiten  $CF$  und  $EF$  sind ungleich, infolgedessen hat das Gewölbe bei gleicher Pfeilhöhe in der kurzen Richtung ein schlankeres Pfeilverhältnis und daher einen kleineren Schub. An der Ecke  $D$  fällt bei nicht überhöhten Gewölben auch beim Rechteck die Schubrichtung in die Diagonale. Die Tabelle giebt für sehr gestreckte Felder keine genaue Werte mehr, Gewichte und Schübe werden dann bei der Längsrichtung ein wenig zu klein und bei der Querrichtung reichlich gross. Weichen rechteckige Felder aber nicht gar zu weit vom Quadrat ab, so kann man immerhin die Tabelle auf sie anwenden, für das Pfeilverhältnis hat man dabei immer die Spannweite in der Richtung des gesuchten Schubes in Betracht zu ziehen.

### 3. Ermittlung der Stützlinie und der Spannungen im Widerlager.

Sicherheit gegen Gleiten, Umsturz und Zerdrücken.

Hat man durch Berechnung, Konstruktion oder die Tabelle I den Widerlagsdruck  $W$  eines Gewölbes oder was dasselbe sagt, seine beiden Seitenkräfte  $H$  und  $V$  (vergl. Fig. 368) gefunden, so ist danach die Widerlagsfähigkeit des Stützkörpers zu untersuchen. Derselbe muss gegen Gleiten, Umsturz und Zerdrücken gesichert sein.

Ein Gleiten oder Fortschieben des Widerlagers ist bei den üblichen Baustoffen und Konstruktionen selten zu fürchten. Es kann eintreten, wenn bei weichem Mörtel der Winkel zwischen Druckrichtung und Fuge kleiner ist als 45 bis 60°, bei erhärtetem Mörtel, wenn dieser Winkel unter 30 bis 45° beträgt. Durch veränderte Fugenlage, weniger gut durch Dollen kann man das Gleiten verhüten. Vorsicht ist den Isolierschichten aus weichen harzigen Stoffen entgegenzubringen, da dieselben schon ein Gleiten ganzer Mauerkörper veranlassen haben. Solche Isolierfugen dürfen nur da angeordnet werden, wo der Druck fast senkrecht gegen die Fuge trifft, ausserdem ist durch Wahl der Stoffe und Zusätze dafür zu sorgen, dass die Isoliermasse nicht zu weich oder glatt bleibt.

Die Sicherheit gegen Umsturz ist leicht zu prüfen. Man stellt für die äussere gefährdete Kante ( $A$  in Fig. 340) die Momentengleichung auf. Dabei muss sich ergeben, dass die Summe der im günstigen Sinne drehenden Momente (Kraft mal Hebel) grösser ist als die Summe der in umgekehrter Richtung drehenden Momente (Umsturzmomente). Für einen einfachen Fall ist die Untersuchung auf Umsturz bereits Seite 124 (Fig. 340) besprochen. — Für den in Fig. 368 gezeichneten, von beiden Seiten geschobenen Mauerkörper würde ein Umsturz um die Kante  $A$  nicht eintreten, so lange:  $G_1 \cdot a_1 + G_2 \cdot a_2 + W_2 \cdot n > W_1 \cdot m$  ist.

Will man untersuchen, ob nicht um die andere Kante  $B$  ein Umsturz erfolgen könne, so kann man auch für diese die Momente aufsuchen.

Gleiten der  
Widerlager.

Umsturz.



Statt der Widerlagskräfte  $W_1$  und  $W_2$  hätte man natürlich auch deren horizontale und vertikale Seitenkräfte in Rechnung setzen können, ähnlich wie bei Fig. 340.

Ein Umsturz kann am leichtesten erfolgen an der Fundamentsohle (Fläche I in Fig. 369, Kippkante A) sodann an der Aufstandsfläche vom Mauerkörper auf das erbreiterte Fundament (II, Kippkante B), und schliesslich bei jeder plötzlichen Querschnittseinziehung (z. B. III Kippkante C). Für diese Stellen würde man die Standfähigkeit zu untersuchen haben. Zeigt sich, dass an einer Stelle das Umsturmmoment überwiegt, so wird sich ein Aufkippen des darüber befindlichen Mauerteiles nur durch besondere Mittel verhüten lassen, dahin gehört ein Verklammern der Mauer an der Rückseite. Auch das feste Anhaften eines zugfesten Mörtels kann das Aufkippen hindern, in der That wird manche gefährdete Mauer dadurch gehalten.

Mit der Zugfestigkeit des Mauerwerkes darf man aber selbst bei Zementmörtel nicht sicher rechnen, da schon kleine vielleicht gar nicht sichtbare Haarrisse, die durch die Art der Ausführung, Verdrückungen, Temperaturspannungen u. s. f. entstanden sind, den Zusammenhang aufheben können. An der Fundamentsohle kann ein Festhalten der Mauer überhaupt nicht statthaben, wenn hier das Umsturmmoment zu gross wird, könnte höchstens, die seitlich gegengelagerte Erde sich nützlich erweisen, die aber ein wenig zuverlässiger Faktor ist.

Festigkeit  
und zulässige  
Pressung.

Die Sicherheit gegen Umsturz genügt aber allein noch nicht; die Druckpressung darf an keiner Stelle die dem Baustoff entsprechende zulässige Grenze überschreiten. Bei Untersuchungen der in Frage kommenden Stoffe auf ihre Festigkeit hat man nachfolgende Werte erzielt.

	Zermalmt bei — kgr auf 1 qcm Druckfläche	Abgescheert bei — kgr auf 1 qcm Scheerfläche
Granit, Diorit . . . . .	500—1800 kgr	60—100 kgr
Kalkstein, Dolomit . . . . .	300—1000 „	{ a. 30—50 „ b. 50—70 „
Sandstein . . . . .	180—900 „	{ a. 13—40 „ b. 15—40 „
leichter Kalktuff . . . . .	80—200 „	30 „
Klinkerziegel . . . . .	250—700 kgr	40—60 kgr
gute Mauerziegel . . . . .	100—200 „	15—30 „
poröse oder Lochsteine . . . . .	40—100 „	—
Zementmörtel . . . . .	100—200 kgr	18—30 kgr
Kalkmörtel, erhärtet . . . . .	50—90 „	—

Anmerkung: a. Scheerfestigkeit in der Richtung des Lagers, b. senkrecht dazu.



Mit Rücksicht auf Fehler des Materials (Risse und Sprünge) und unvollkommene Auflagerung der Druckflächen muss man mit der „zulässigen Beanspruchung“ weit hinter der Druckfestigkeit zurückbleiben. Besonders soll man Steine mit geringer Scheerfestigkeit nicht zu stark belasten, da bei schlechter Druckübertragung leicht ein Abplatzen eintreten kann. Die Scheer- oder Schubfestigkeit ist aus diesem Grunde mit in die Tabelle aufgenommen. Da die Scheerfestigkeit in der Richtung des Spaltes geringer ist, pflegt man einige Steinarten ungern auf den Spalt zu stellen, jedoch braucht man bei ausgewählten fehlerlosen Stücken nicht zu ängstlich zu sein, wie zahllose Beispiele des Mittelalters erweisen.

Für Mauerwerk muss die Festigkeit von Mörtel und Stein gleichzeitig berücksichtigt werden. Für Kalk- oder Sandstein mit Zement oder Blei versetzt, pflegt man je nach dem Stein 16 bis 30 kgr auf den qcm zuzulassen, für Bruchstein in Kalkmörtel 5 bis 7 kgr, nach völliger Erhärtung bis 10 kgr, für Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel 7 kgr, für Ziegel in Zement 11 kgr, bei sehr gutem Material 14 kgr. Da man bei Kirchen Pfeiler und Wände sorgfältig auszuführen pflegt, kann man, wenn die Gewölblast erst nach genügender Erhärtung des Mörtels hinzutritt, gute Ziegel in Kalkmörtel unbedenklich bis 10 kgr, in Zement bis 20 kgr beanspruchen, vorausgesetzt, dass nicht behördliche Bestimmungen niedere Grenzen setzen. Alte Werke zeigen oft weit höhere Pressungen, 20 bis 30 kgr bei Ziegelstein und 30 bis 50 kgr bei Werkstein sind nicht selten.

Einen mässig guten Baugrund als Lehm oder Sand pflegt man bis  $2\frac{1}{2}$  oder 3 kgr auf den qcm zu belasten, auch hier lassen sich bei alten Werken (z. B. Turm zu Ulm) weit höhere Pressungen von 10 kgr und mehr nachweisen. Bei nachgiebigem Boden ist es von grösster Wichtigkeit die Fundamentbreiten so auszugleichen, dass möglichst unter allen Bauteilen der Boden die gleiche Belastung erfährt, da sonst verschiedenes Setzen unvermeidlich ist.

#### Lage der Stützlinie.

Wenn der resultierende Druck inmitten der Querschnittsfläche angreift, so verteilt er sich gleichmässig über dieselbe. Die Beanspruchung der Flächeneinheit ist sodann durch Division des Druckes durch die Fläche ohne weiteres zu finden. Ruhet z. B. mitten auf einem Pfeiler von  $\frac{1}{2}$  qm oder 5000 qcm Grundfläche und einem Eigengewicht von 6000 kgr eine Last von 11500 kgr, so ergibt sich an der Unterfläche des Pfeilers eine Pressung von  $(11500 + 6000) : 5000 = 3\frac{1}{2}$  kgr auf 1 qcm.

Nun geht aber bei Wölbwiderlagern der Druck selten gerade durch die Mitte des zu untersuchenden Querschnitts, er wird sich mehr oder weniger einer Kante nähern. Je dichter aber die Mittellinie des Druckes an eine Kante heranrückt, um so mehr wächst hier die Pressung, während sie an der entgegengesetzten Seite im gleichen Verhältnis abnimmt.

Damit man die Verteilung der Spannungen auffinden kann, ist es nötig, dass man den Durchgang der Stützlinie durch den betreffenden Querschnitt ermittelt, was sich auf rechnerischem oder zeichnerischem Wege leicht vollführen lässt.

Lage des resultierenden Druckes in einem Querschnitt.



1. Ermittlung durch Zeichnung.

1. Graphisches Verfahren (Fig. 370). Um Lage und Grösse des Druckes auf die Fläche  $AB$  zu finden, setzt man das Gewicht des darüber liegenden Widerlagskörpers  $G$  mit dem Wölbdruck  $W$  vom Schnittpunkt  $O$  aus nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammen. Dadurch findet man die Grösse und Richtung des gesuchten Druckes  $R$  und seinen Durchgang  $P$  durch die Fläche  $AB$ . Von dem schrägen Druck  $R$  kommt nur die senkrechte Seitenkraft  $D$  als eigentlicher Fugendruck in Frage, während der wagerechte Teil  $S$  durch die Reibung der Schichten auf einander aufgenommen wird.

2. Ermittlung durch Rechnung.

2. Rechnerisches Verfahren (Fig. 371). Man führt nicht den Wölbdruck sondern seine beiden Seitenkräfte  $H$  und  $V$  ein und stellt für den gesuchten Druckpunkt  $P$ , welcher den unbekannten Abstand  $x$  von  $B$  hat, die Momentengleichung auf, dieselbe lautet im vorliegenden Falle:

$$1) V \cdot x + G \cdot (x - m) = H \cdot k.$$

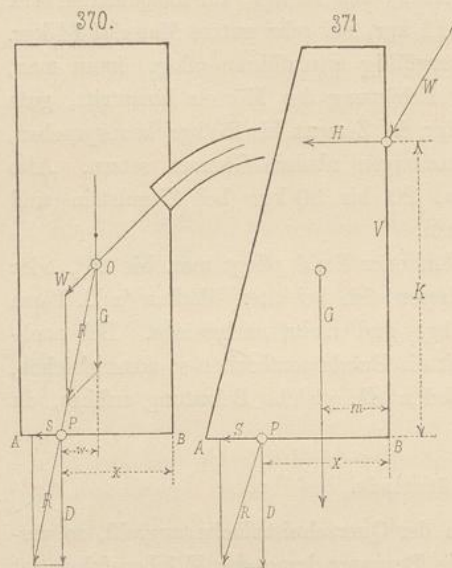
Daraus lässt sich die Länge  $x$  ermitteln und somit die Lage des Druckmittelpunktes  $P$  festlegen. Die Grösse der Druckkraft  $R$  geht aus derjenigen ihrer Seitenkräfte  $D$  und  $S$  hervor, diese aber sind leicht zu ermitteln.  $D$  muss die Summe aller senkrechten Kräfte sein, hier also:

$$2) D = G + V.$$

$S$  muss gleich der allgebraischen Summe der horizontalen Kräfte sein, hier nur  $H$  also:

$$3) S = H.$$

Treten mehr Kräfte auf als bei dem vorigen Beispiel, so sind sie beim graphischen oder analytischen Verfahren in der gleichen Weise mit hinzuzuziehen.



Der Gang ist immer der gleiche, möge eine Wand, ein Strebepfeiler oder Mittelpfeiler zu untersuchen sein, möge ein einzelnes Gewölbe oder eine beliebig grosse Zahl von Wölbungen in verschiedener Höhe und zu verschiedenen Seiten wirken.

Beispiel: Ein prismatischer Strebepfeiler von 10 m Höhe, 1 m Breite und 2 m Grundrisslänge in der Richtung des Schubes, der aus Bruchstein von 2400 kgr Gewicht für 1 kbm gemauert ist, nimmt in 8 m Höhe einen Gewölbdruck auf, dessen Schub  $H$  sich auf 3000 und dessen senkrechte Last  $V$  sich auf 9600 kgr berechnet. Die Schwerkraft  $G$  hat von der Innenkante einen Abstand  $m$  von 1 m. Die Momentengleichung für den gesuchten Punkt  $P$  lautet:

$$9600 \cdot x + G(x - 1,00) = 3000 \cdot 8,00.$$

Das Pfeilergewicht ist:  $G = 10,00 \cdot 2,00 \cdot 1,00 \cdot 2400 = 48000 \text{ kgr.}$

$$9600 \cdot x + 48000 \cdot x - 48000 = 3000 \cdot 8,05$$

$$57600 \cdot x = 72000$$

$$x = 1,25 \text{ m.}$$

Der Mittelpunkt des Druckes ist also von der Innenkante 1,25 m, von der Aussenkante 75 cm entfernt, vom Schwerpunkt 25 cm.



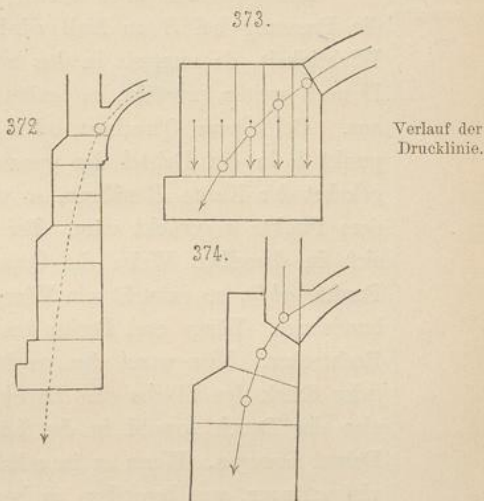
Die Grösse des Druckes ist in senkrechter Richtung:

$$D = G + V = 48\,000 + 9\,600 = 57\,600 \text{ kgr.}$$

in horizontaler Richtung:  $S = H = 3\,000 \text{ kgr.}$

Der horizontale Teil  $S$  ist verhältnismässig sehr klein, er wird mit voller Sicherheit durch den Reibungswiderstand aufgenommen. Der senkrechte Teil  $D$  liefert die in Frage kommende Pressung. Ginge der Druck durch die Mitte, so wäre die Pressung überall  $57\,600 : 20\,000 = 2,88 \text{ kgr}$  auf  $1 \text{ qcm}$ . Bei der vorliegenden Verschiebung des Druckes wird aber die Pressung an der Aussenkante grösser, wie etwas später gezeigt werden wird.

In der beschriebenen Weise kann man die Lage des Druckes in jedem beliebigen Querschnitt feststellen. Bei gerade aufsteigenden Pfeilern oder Mauern genügt es, die Aufstandsfläche auf dem Fundament oder die Unterfläche des Fundamentes zu untersuchen. Weist der Stützkörper oben Einziehungen auf (Höhe III in Fig. 369), so wird man auch unter diesen die Lage des Druckes zu prüfen haben. Will man die Mittellinie des Druckes in ihrem ganzen Verlauf von oben bis unten darstellen, so nimmt man nach Art der Fig. 372 eine wagerechte Streifenteilung vor und setzt für jede Fläche alle über ihr wirkenden Kräfte zu einer resultierenden Druckkraft zusammen. Verbindet man die Durchgangspunkte des Druckes durch eine Kurve, so stellt diese die Drucklinie dar.



Bei grosser Tiefe der Widerlager kann sich statt der wagerechten eine senkrechte Streifenteilung empfehlen (Fig. 373), es wird der Wölbdruck nacheinander mit der Last der Streifen zusammengesetzt. Je nach Gestalt des Widerlagers können auch noch weitere Streifenteilungen gewählt werden, z. B. die in Fig. 374 dargestellte.

Für einfache Fälle kann man aus der Lage der Drucklinie schon darauf schliessen, ob die Widerlagsstärke genügt oder nicht. Erscheint letztere zu schwach, so erbreitert man sie und sucht die Stützlinie vom Neuen. Für wichtige Fälle muss man sich ausserdem noch Rechenschaft von der Grösse und Verteilung der Spannungen geben.

#### Verteilung der Spannungen, Kern des Querschnittes.

Kehren wir wieder zu einem einzelnen Querschnitt zurück, für den die Lage und Grösse des resultierenden Druckes in der vorbeschriebenen Weise bestimmt sei, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, es kann der Druck entweder in dem Kern des Querschnittes liegen oder ausserhalb desselben, was das heisst, soll sogleich erläutert werden.

Geht der Druck durch die Mitte oder richtiger durch den Schwerpunkt des Querschnittes, so verteilt er sich gleichmässig über die ganze Fläche, was in Fig. 375 durch die kleinen gleich langen nach oben gerichteten Pfeile angedeutet wird (dieselben sollen nicht die nach unten gekehrten Pressungen, sondern die ebenso grossen von der Unterlage ausgeübten Gegenpressungen veranschaulichen). Jeder qcm



bekommt den Druck:  $p = D : F$ , worin  $D$  den Gesamtdruck in kgr,  $F$  die Querschnittsgrösse in qcm bezeichnet.

Rückt der Druck  $D$  von dem Schwerpunkt etwas fort und zwar zu einem näher bei  $A$  gelegenen Punkte (Fig. 376), so wächst bei  $A$  die Pressung, während sie sich bei  $B$  vermindert. Im Schwerpunkt selbst behält sie den durchschnittlichen Wert  $p = D : F$ .

Kern des Querschnitts.

Bewegt sich  $D$  noch weiter, so muss schliesslich der Fall eintreten, in welchem die Pressung bei  $B$  zu Null wird (Fig. 377). Diese Lage des Druckes ist von Wichtigkeit, da man sie in den meisten Fällen nicht gern überschreitet, denn wenn  $D$  noch weiter vorrückt, so breitet sich der Druck nicht mehr über die ganze Fläche aus. Bei einem Quadrat oder Rechteck (Grundriss 378) liegt dieser Grenzpunkt  $b$  in ein Drittel der ganzen Länge  $AB$ . Würde der Druck  $D$  sich umgekehrt der Kante  $B$  nähern, so würde bei  $A$  die Pressung zu Null, wenn  $D$  nach dem Punkte  $a$  gerückt wäre. Bei einer Verschiebung in seitlicher Richtung würden sich in derselben Weise die Grenzpunkte  $f$  und  $g$  ergeben. Verbindet man die Punkte  $abfg$ , so entsteht ein Viereck, welches man als Kern des Querschnittes bezeichnet. Länge und Breite des Kernes ist ein Drittel der Länge bez. Breite des Rechteckes. Nur wenn der resultierende Druck in dem Kern angreift, bekommt jedes Stück der Fläche eine Druckpressung, soll solches erzielt werden, so darf sich also der Druck sowohl in der Längs- als in der Breitenrichtung nur im mittleren Drittel bewegen. Wenn er in schräger Richtung abweicht, so ist ein Spielraum noch viel geringer, was besonders zu beachten ist; in der Diagonale beträgt die Kernweite sogar nur  $\frac{1}{6}$  der Diagonallänge.

Der Kern eines Kreises ist wiederum ein Kreis, dessen Durchmesser  $\frac{1}{4}$  des grossen ist. (Fig. 379).

Der Kern des Dreiecks ist ein ähnliches kleineres Dreieck, das nach den Längen  $\frac{1}{4}$ , nach dem Inhalt  $\frac{1}{16}$  des grossen ausmacht. Die Spitzen des Kern-dreiecks liegen auf den Mitten der drei Mittellinien des grossen Dreiecks (Fig. 380).

Wenn der Druck an die Grenze des Kernes rückt, so wird beim Rechteck und Kreis die grösste Kantenpressung doppelt so gross wie die Durchschnittspressung  $p$ ; beim Dreieck dagegen wird die grösste Kantenpressung nur  $1\frac{1}{2}$  der Durchschnittspressung.

Zwei weitere Grundrisse, die bei einem Zusammenwirken von Mauer und Strebe-pfeiler in Frage kommen können, sind in den Figuren 381 und 382 unter Ein-tragung der Hauptmasse für die Kerngrösse wiedergegeben.

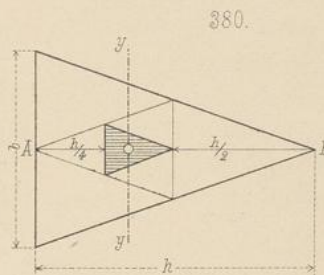
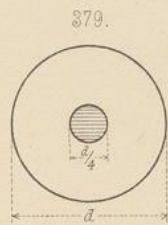
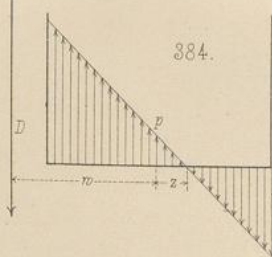
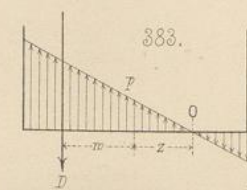
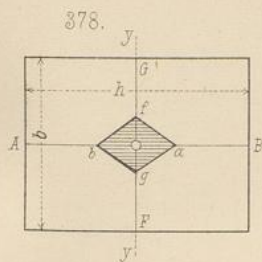
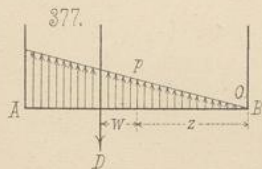
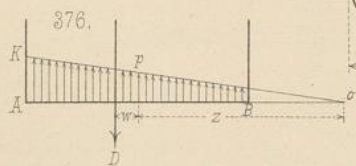
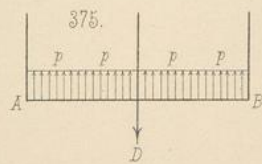
Will man für irgend einen Grundriss einen Grenzpunkt des Kernes finden, z. B. den Punkt  $P$  in Fig. 382, so verwendet man die Formel:

$$4) w = \frac{J}{F \cdot z}.$$

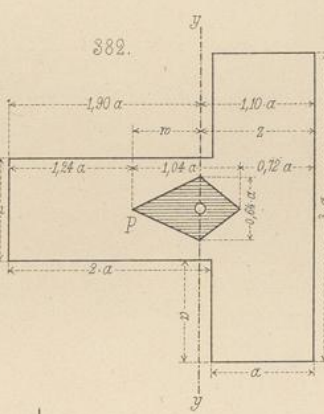
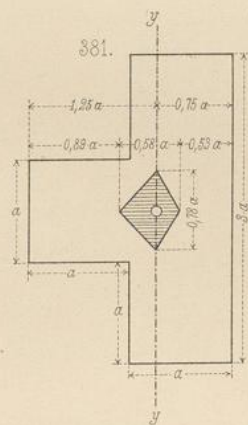
Darin ist  $w$  der Abstand des gesuchten Punktes vom Schwerpunkt,  $J$  das Trägheitsmoment auf die Schwerpunktsaxe  $YY$ ,  $F$  der Inhalt der ganzen Fläche und  $z$  der Abstand der pressungslosen Linie (neutralen Faser) vom Schwerpunkt. Mit dieser Formel kann man sich für einen beliebigen Querschnitt die Hauptpunkte der Kernfigur aufsuchen.



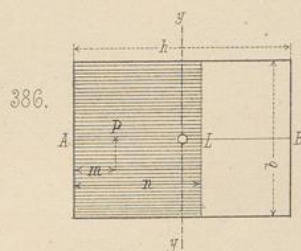
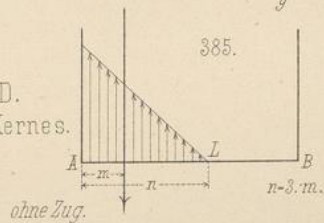
Verteilung der Druckspannungen  
über den Querschnitt.



Kernfiguren der Querschnitte.



Druckkraft D.  
ausserhalb des Kernes.









Liegt der Druck  $D$  weder auf der Kerngrenze noch im Schwerpunkt, sondern in irgend einem anderen Punkte der Kernfläche — vergl. Fig. 376 —, so muss man sich die pressungslose neutrale Faser in einem Punkte  $O$  ausserhalb der Fläche liegend denken. Kann man die Lage dieses Punktes  $O$  ermitteln, so kennt man die ganze Verteilung des Druckes, denn man braucht dann nur über dem Schwerpunkt  $s$  die durchschnittliche Pressung  $p$  nach einem bestimmten Massstab aufzutragen (z. B. 1 kgr = 1 mm oder 1 kgr = 5 mm) und durch den Endpunkt von  $p$  eine Verbindungslinie nach  $O$  zu ziehen. Die Höhenlage dieser Linie über der Grundfläche  $AB$  bezeichnet an jedem Punkte die Grösse der Pressung auf 1 qcm.

Die Lage der neutralen Faser  $O$  kennt man, wenn man ihren Abstand  $z$  vom Schwerpunkt kennt, diesen findet man aus Gleichung 4), die nach  $z$  aufgelöst lautet

$$4a) z = \frac{J}{F \cdot w}.$$

Darin ist wieder  $J$  das Trägheitsmoment,  $F$  die Fläche und  $w$  der Abstand der Kraft  $D$  vom Schwerpunkt. Das Trägheitsmoment bezogen auf die Schwerpunktsaxe  $YY$  ist für die in Frage kommenden Grundrisse das nachfolgende:

$$\text{für das Rechteck (Fig. 378)} J = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3;$$

$$\text{für das Quadrat (gerade oder übereck)} J = \frac{1}{12} \cdot b^4;$$

$$\text{für den Kreis (Fig. 379)} J = \frac{\pi}{64} \cdot D^4 \text{ oder: } 0,049 \cdot D^4;$$

$$\text{für das Dreieck (Fig. 380)} J = \frac{1}{36} \cdot b \cdot h^3;$$

$$\text{für das regelmässige Achteck } J = 0,055 \cdot d^4;$$

$$\text{für den Grundriss Fig. 381 } J = 1,083 \cdot a^4 \text{ (auf die } xx \text{ Axe: } J = 2\frac{1}{3} \cdot a^4);$$

$$\text{für den Grundriss Fig. 382 } J = 3,618 \cdot a^4 \text{ (auf die } xx \text{ Axe: } J = 2\frac{5}{12} \cdot a^4).$$

Beispiel: Bei dem auf vorletzter Seite besprochenen Beispiel — Druck auf die Grundfläche eines Strebepfeilers — war als durchschnittliche Pressung  $p = 2,88$  kgr ermittelt. Die Aenderung dieser Pressung nach den Kanten zu war noch nicht aufgesucht, jetzt ist sie nach der gegebenen Formel 4a zu finden. Der Durchgangspunkt  $P$  (Fig. 370) hatte sich bei diesem Beispiel in einem Abstand  $x = 1,25$  m von der Innenkante  $B$  ergeben, das ist aber 25 cm links von der Mitte oder dem Schwerpunkt, es ist also  $w = 25$ , ferner war die Grundfläche  $F = 200 \cdot 100 = 20\,000$  qcm und  $J = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 100 \cdot 200 \cdot 200 \cdot 200 = 66\,666\,667$  also ist  $z = \frac{66\,666\,667}{20\,000 \cdot 25}$

$$z = 133 \text{ cm.}$$

Diese Länge  $z$  trägt man rechts von der Mitte (vergl. Fig. 376) ab, von dem Endpunkt  $O$  zieht man in der angegebenen Weise die schräge Linie  $OK$  und kann man nun die Grösse der Pressung an jedem Punkte abmessen.

Will man das Zeichnen umgehen, so kann man die Pressung an einem beliebigen Punkte unmittelbar durch Anwendung der nachstehenden Formel durch Rechnung auffinden:

$$5) p_1 = \frac{D}{F} \pm \frac{D \cdot w \cdot c}{J}.$$

Darin ist wieder:  $D$  der resultierende Druck,  $w$  der Abstand desselben vom Schwerpunkt,  $F$  der Flächeninhalt,  $J$  das entsprechende Trägheitsmoment und schliesslich  $c$  der Abstand des auf seine Pressung zu untersuchenden Punktes von

Druck  
innerhalb  
des Kernes.



der Schwerpunktsaxe. Das Zeichen  $+$  ist für die stärker, das Zeichen  $-$  für die schwächer gedrückte Seite zu verwenden.

Beispiel: Es werde wieder das vorige Beispiel benutzt, in welchem die rechteckige Grundfläche von  $b = 100$  cm Breite und  $h = 200$  cm Länge einen Gesamtdruck  $D = 57\,600$  kgr bekommt, der in  $w = 25$  cm Abstand vom Schwerpunkt angreift. Das Trägheitsmoment auf die Queraxe war bereits zu  $66\,666\,667 = J$  berechnet.

Soll die grösste Pressung  $p_1$  für die Aussenkante gefunden werden, so ist für diese der Abstand  $c$  vom Schwerpunkt  $= 100$  cm also:

$$p_1 = \frac{57\,600}{20\,000} + \frac{57\,600 \cdot 25 \cdot 100}{66\,666\,667} = 2,88 + 2,16 = 5,04 \text{ kgr.}$$

Die grösste Kantenpressung beträgt also rund 5 kgr auf 1 qcm, die man bei der geplanten Ausführung des Strebepfeilers in Bruchstein mit Kalkmörtel als zulässig erachten kann.

Den Druck an der Innenkante findet man gerade so bei Anwendung des negativen Verzeichens zu  $p_1 = 0,72$  kgr. Die Pressung noch für weitere Stellen zu berechnen hat keinen Wert, da man ja weiss, dass sie von der Innenkante bis zur Aussenkante gleichmässig wächst.

Druck  
ausserhalb  
des Kernes.

Wenn die resultierende Druckkraft  $D$  ausserhalb des Kernes liegt, so rückt die pressungslose Linie in den Querschnitt hinein ( $O$  in Fig. 383). Dabei ergeben sich an der Kraftseite Druckpressungen, an der entgegengesetzten Seite aber Zugspannungen. An der Stelle des Schwerpunktes herrscht nach wie vor der durchschnittliche Druck  $p = D : F$ , der grösste Kantendruck ist bei symmetrischen Grundrissen (Rechteck, Kreis) um  $2 \cdot p$  grösser als der an der anderen Seite auftretende grösste Kantenzug. Zur Ermittlung der pressungslosen (neutralen Stelle und der Verteilung der Spannungen bleiben die Formeln 4 (oder richtiger 4a) und 5 in Gültigkeit.

Mauerwerk  
mit Zug-  
spannungen.

Wenn das Mauerwerk in der Lage ist Zugspannungen auszuhalten, so würde bei beliebiger exzentrischer Lage des Druckes sich die Spannungsverteilung in gleicher Weise ermitteln lassen. Es kann dann sogar der Druck  $D$  ausserhalb der Mauer liegen (Fig. 384), wobei allerdings der Kantendruck und Kantenzug immer mehr wächst, bis er bei unendlicher Entfernung der Kraft  $D$  auch in einen unendlichen grossen Wert übergehen würde.

Mauerwerk  
ohne Zug-  
spannungen.

Nun darf man aber aus den früher angegebenen Gründen dem Mauerwerk keinen Zug zumuten. Die nicht gedrückten Teile werden gar keinen Anteil an der Kraftübermittlung haben, sie werden spannungslos auf einander ruhen, unter Umständen wird sich hier sogar eine mehr oder weniger merkliche offene Fuge bilden können. Die Druckübertragung findet so statt, als wenn dieser betreffende Teil des Querschnittes gar nicht vorhanden wäre. Liegt z. B. ein rechteckiger Grundriss vor, Fig. 385 und 386, auf den der resultierende Druck  $D$  in dem Punkte  $P$  ausserhalb des Kernes wirkt, so wird sich die Spannung so verteilen, als wäre nur eine Fläche von der Länge  $AL$  vorhanden, welche bei  $L$  die Pressung Null hat. Ist bei  $L$  die Pressung Null, so muss der Druckmittelpunkt  $P$  die Kerngrenze darstellen, daraus folgt für rechteckige oder quadratische Querschnitte, dass man die Länge  $AP$  dreimal von  $A$  aus abzutragen hat um den Punkt  $L$  zu erhalten.

Die in der Mitte der getroffenen Fläche ( $b \cdot n$ ) wirkende Durchschnittspressung  $d$  muss Druck durch Fläche sein, also:  $d = D : (b \cdot n) = D : (b \cdot 3m)$ .

Die grösste Kantenpressung ist doppelt so gross, also:

$$6) d_1 = \frac{2 \cdot D}{3 \cdot b \cdot m} \quad 7) n = 3 \cdot m.$$



Diese Formeln gelten für quadratische und rechteckige Mauerquerschnitte von der Breite  $b$ , in denen eine Druckkraft  $D$  ausserhalb des Kernes in dem Abstand  $m$  von der Aussenkante angreift. Aus Gleichung 6 findet man als  $d_1$  den grössten Kantendruck auf den qcm, aus 7 ergibt sich die Länge  $n$ , bis zu welcher sich der Druck über die Fläche ausbreitet.

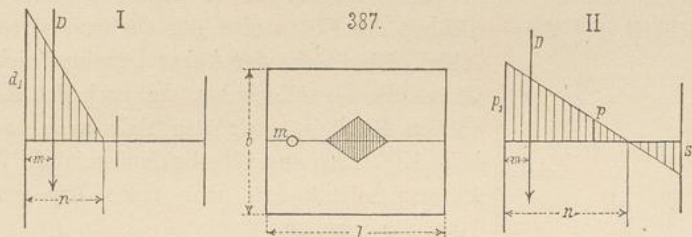
Für eine dreieckige Grundfläche würde  $n = 2 \cdot m$  werden, wenn sich der Druck der Spitze nähert. Für andere zusammengesetzte Querschnitte sind die Beziehungen für eine Drucklage ausserhalb des Kernes weniger einfach, so dass auf deren Darlegung hier verzichtet werden muss.

Hervorzuheben ist, dass bei Mauerwerk, welches keinen Zug aushalten kann, die resultierende Kraft (bez. die Stützlinie) nie bis dicht an die Aussenkante rücken darf, da sonst hier die Pressung sich rasch dem Wert „Unendlich“ nähert, also unbedingt ein Zermalmern der Baustoffe eintritt. Beim Ueberschreiten der Kante würde ja überdies der Umsturz erfolgen. Nur bei zugfestem Mauerwerk würde die Drucklinie, so lange das Material noch hält, aus der Fläche hinausschreiten können.

Zum Vergleich sind in nachstehender Tabelle für verschiedene Lagen der Drucklinie die Kantenpressungen zusammengestellt und zwar für rechteckige Mauergrundrisse mit oder ohne Zugfestigkeit. Die Werte sind auf die durchschnittliche Pressung  $p$  bezogen, welche jeder qcm bei gleichmässig verteilter Druck erhalten würde.  $p$  ist also Druck durch Fläche ( $D : F$  oder  $D : b l$ ).

Tabelle über die Grösse der Kantenpressung

in einem rechteckigen Mauerquerschnitt bei verschiedener Lage der resultierenden Druckkraft.



Entfernung der Druckkraft von der Aussenkante $m =$	I. Mauerwerk ohne Zug			II. Mauerwerk mit Zug			
	Kantenpressung		Entfernung der pressungslosen Linie von der Vorderkante $n$	Kantendruck	Kantenzug	Entfernung der pressungslosen Linie von der Vorderkante $n$	
	vorn $d_1$	hinten $d_2$		vorn $p_1$	hinten $s_1$		
$\frac{1}{2} l$	p	p	$\infty$	} die gleichen Werte wie links			Druck greift an im Kern.
$\frac{5}{12} l$	$1\frac{1}{2} p$	$\frac{1}{2} p$	$1\frac{1}{2} l$				
$\frac{1}{3} l$	2 p	0	l				
$\frac{1}{4} l$	$2\frac{2}{3} p$	—	$\frac{3}{4} l$	$2\frac{1}{2} p$	Zug: $\frac{1}{2} p$	$\frac{5}{6} l$	Druck greift an zwischen Kern und Kante.
$\frac{1}{6} l$	4 p	—	$\frac{1}{2} l$	3 p	„ 1 p	$\frac{3}{4} l$	
$\frac{1}{12} l$	8 p	—	$\frac{1}{4} l$	$3\frac{1}{2} p$	„ $1\frac{1}{2} p$	$\frac{7}{10} l$	
0	$\infty$	—	0	4 p	„ 2 p	$\frac{2}{3} l$	
$-\frac{1}{2} l$	—	—	—	7 p	Zug: 5 p	$\frac{7}{12} l$	Druck ausser- halb.
- l	—	—	—	10 p	„ 8 p	$\frac{5}{9} l$	

$p$  = Druckspannung auf 1 qcm bei gleichmässiger Verteilung.

UNGEWITTER, Lehrbuch etc.



## Anwendung auf die Widerlager alter Bauwerke.

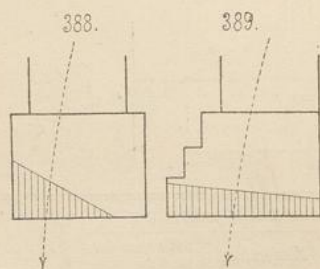
Wenn es sich um die Herstellung oder den Umbau alter nicht mehr verlässlicher Bauwerke handelt, so ist es ganz besonders angezeigt, die Gewichte und Schübe, soweit es möglich ist, zu berechnen und danach eine Druckausmittlung vorzunehmen. Dabei erfordern die Widerlager weit mehr Aufmerksamkeit als die Gewölbe. Denn ein unbelastetes Gewölbe, das beim Ausrüsten stand gehalten, pflegt nach seiner Erhärtung, selbst wenn es starke Risse aufweist, selten gefährdet zu sein, so lange „die Widerlager unbeweglich“ bleiben. Nachträglich entstandene Risse in solchen Gewölben sind wohl immer durch Weichen und Senken der Widerlager hervorgerufen.

Hat das Gewölbe vielfache Putz- oder Farblagen übereinander, so können diese gewöhnlich einen willkommenen Anhalt darüber geben, ob das Weichen der Widerlager bei einem besonderen Anlass oder fortgesetzt stattgefunden hat. Im letzteren Falle ist ein weiteres Fortschreiten der Bewegung zu fürchten. Beim Ausbessern der Gewölbe bedürfen meist nur die Hauptbögen, die Anfänge und die Zwickelausmauerung einer näheren Beachtung, Risse in den Kappen, besonders in gebusten sind weniger gefährlich.

Sicherung  
gewichener  
Widerlager.

Ist die Beanspruchung des Widerlagers bedenklich, wobei man bei sonst gutem Zustand des Mauerwerks viel grössere Werte zulassen kann als bei Neuausführungen, so kommen gewöhnlich Verankerungen, Verklammerungen, Verbreiterungen in den Fundamenten oder Vorsetzen von Stützkörpern (Strebepfeilern) in Frage. Treten mehrere Gewölbe zusammen, so kann auch ein Ausgleich der Schübe von Nutzen sein (S. 127), jedoch erheischen Last und Schubveränderungen an alten Werken immer besondere Vorsicht.

Die Aufhebung des Schubes durch Zuganker ist meist das wohlfeilste, wegen der Beweglichkeit und Vergänglichkeit des Eisens aber nur ein bedingt zuverlässiges Mittel. Die Stärke der Anker berechnet sich nach der Grösse des Gewölbschubes, der nach den Angaben des vorigen Kapitels, geeigneten Falls auch nach der Tabelle 1 (S. 135) angenähert gefunden wird. Jedem qcm Eisenquerschnitt darf man einen Zug von 700 bis 1000 kgr zumuten.



Wenn die Kraftausmittlung erweist, dass die Standfähigkeit nur durch die Zugfestigkeit des Mörtels bewahrt ist, so muss bei Erneuerungen oder Umbauten

mit besonderer Vorsicht verfahren werden. Kann man nicht durch Beseitigung des schädlichen Schubes gründlich Abhilfe schaffen, so wird an den fraglichen Stellen eine behutsam eingefügte Eisenverklammerung am Platze sein, welche bei einem Loslassen des Mörtels die Zugkräfte übernehmen kann. Die Stärke der Verklammerung lässt sich nach dem Vorhergehenden aus der Grösse der auftretenden Zugkräfte ermitteln. Man kann auch hierbei dem Eisen unbedenklich 700 bis 1000 kgr auf den qcm zumuten, Bronze etwa halb so viel.

In den meisten Fällen ist das Weichen der Widerlager auf das Verhalten des Erdbodens zurückzuführen, es sei daher die Aufmerksamkeit ganz besonders auf die Sohle der Fundamente gelenkt. Zugkräfte zwischen Erde und Mauerwerk sind ganz ausgeschlossen. Rückt die Druckkraft nahe an die Aussenkante (Fig. 388), so entstehen an dieser ganz bedeutende Druckpressungen. Das ist hier aber noch viel

Ungenügende  
Fundamente.



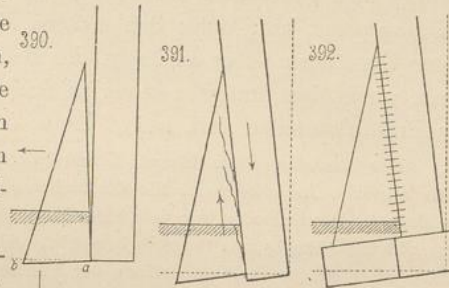
bedenklicher als bei einer Mauerfuge, bei welcher nach Erhärtung des Mörtels kein Zusammendrücken mehr stattfindet. Ein nachgiebiger Boden kommt oft erst spät oder auch gar nicht zur Ruhe, die stärker gepresste Kante wird bei wechselnder Erweichung des Bodens, ebenso bei jeder Laständerung oder Erschütterung der Mauer (z. B. durch Wind) sich tiefer hinabdrücken, was ein fortgesetztes einseitiges Nachsinken der ganzen Mauer zur Folge hat, bis sie wohl gar ihrem Untergang entgegen geführt wird. Durch zweckmässige Verteilung der Fundamentabsätze kann man bei Neuausführungen fast immer ohne Mehraufwand von Mauerwerk dieser Gefahr vorbeugen, wie ein Gegenüberstellen der Fig. 388 und 389 zeigt, die nach den vorgehenden Ausführungen über Verteilung des Druckes keiner weiteren Erläuterung bedürfen. Bei alten Werken kann eine nachträgliche Erbreiterung der Fundamente in dem angegebenen Sinne geboten sein, sie muss aber immer als eine sehr heikle Arbeit angesehen werden, bei der dieselben Rücksichten zu nehmen sind wie bei dem nunmehr zu besprechenden Vorsetzen grösserer Mauerkörper.

Sollen umsinkende Mauern durch vorgelegte Strebepfeiler gestützt werden, so ist deren Anfügung besondere Beachtung zuzuwenden, wenn sie ihren Zweck überhaupt richtig erfüllen sollen. Sowohl im Mittelalter (besonders im XV. Jahrhundert) als auch in neuerer Zeit sind zahlreiche nachträgliche Abstützungen ausgeführt, teils mit sehr gutem, teils mit recht zweifelhaftem Erfolg. Bei Beobachtung solcher Konstruktionen erkennt man, dass sich gewöhnlich einer der drei in Fig. 390, 391 und 392 veranschaulichten Vorgänge vollzogen hat.

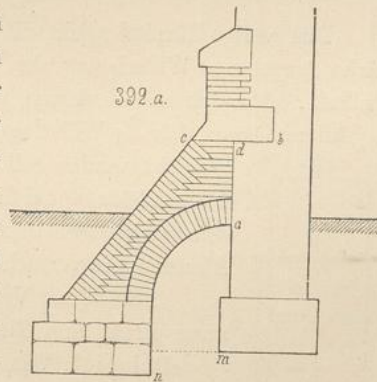
Fig. 390. Der Pfeiler hat sich durch Setzen des Mörtels und durch Eindrücken in den Boden gesenkt und oben völlig von der Mauer abgelöst. Der Pfeiler ist ohne Nutzen, die Mauer steht in Folge ihrer eigenen Standfähigkeit und würde ohne die Vorlage vielleicht noch besser stehen.

Fig. 391. Der Pfeiler hat sich wie der vorige gesetzt unter gleichzeitigem Nachdrängen der Mauer. Jeder der beiden Körper hat für sich eine Drehung ausgeführt, wobei an ihrer Berührungsfläche die einbindenden Steine abgescheert sind. Nach Erhärten des neuen Mauerwerks und Zusammenpressen des Bodens an der Vorderkante kann die Bewegung ganz oder nahezu aufhören und die Mauer ein gewisses Gegenlager an dem Stützkörper finden.

Fig. 392. Der Verband zwischen Pfeiler und Mauer ist so zuverlässig, dass weder ein Loslösen noch ein Abscheeren möglich ist, sie wirken dauernd als gemeinsamer Körper. Die beiden vorhergehenden Vorgänge sind verhindert, dagegen kann der Strebepfeiler beim Setzen einem vorgehängten Gewicht gleich die Mauer ein



Vorgelegte  
Strebepfeiler.





Stück mit herumziehen, bis schliesslich ein Ruhezustand eintritt und nun diese Konstruktion weit zuverlässiger wirkt als beide vorgenannten.

Ein gewisses Nachrücken der Mauer, wie es zuletzt beschrieben ist, wird sich überhaupt schwer verhindern lassen. War die Wand wirklich in Bewegung, so wird sich letztere nach Vorlegen der Verstrebung noch um ein Geringes fortsetzen, bis ein Ruhezustand eintritt. Darin liegt weiter kein Bedenken, es ist aber von Wichtigkeit, dass die nachträgliche Bewegung ein zulässiges Mass nicht überschreitet. Zu diesem Behuf ist dafür zu sorgen, dass der Boden unter dem Fundament nicht unnötig aufgelockert wird, dass die Sohle des letzteren möglichst breit ist, und dass ein wenig oder gar nicht schwindendes Mauerwerk zur Verwendung kommt. Die meiste Beachtung wird gewöhnlich der Boden verlangen, der sich unter den alten Teilen zusammengepresst hat, unter den neueren aber erst diese Verdichtung erfahren muss. Unter Umständen ist es angängig, den Boden vorher durch Belastung vielleicht auch durch vorsichtiges Stampfen etwas zu festigen. Dass gefährdete Wände vor Ausheben der Erde abzusteifen sind, bedarf kaum der Erwähnung.

Für besondere Fälle können Konstruktionen nach Art der Fig. 392a empfehlenswert sein. (Eine ähnliche Anordnung ist für die Sicherung eines Teiles vom Domkreuzgang zu Riga vorgeschlagen). Der Erdboden vor dem alten Mauerwerk kann unberührt bleiben, das neue Fundament lässt sich unabhängig mit Sorgfalt herstellen und selbst etwas tiefer legen, der Boden unter ihm kann vorher oder nach Fertigstellung der Fundamente durch Belastung zusammengepresst werden. Der Stützkörper übt einen zuverlässigen Gegendruck aus, er kann in seinem unteren Teile zunächst ohne Verband in Fuge a d gegengemauert werden, nach seinem Setzen wird der obere Teil mit fest schliessender Fuge c b aufgebracht. Dieser Teil ist besonders gegen Abscheeren zu sichern, am besten durch Einbinden von Werkstücken aus zähem Granit oder Kalkstein.

#### 4. Die Stärke der Wände und Strebepfeiler.

Ermittlung  
durch  
Versuche.

Das vorige Kapitel gibt die Mittel an die Hand, für ein nach Form und Stärke „gegebenes Widerlager“ den Grad seiner Sicherheit oder Beanspruchung zu ermitteln. Handelt es sich darum, ein Widerlager für ein bestimmtes Gewölbe erst zu projektieren derart, dass die Widerlagsstärke von den statischen Untersuchungen abhängig

gemacht werden soll, so wird man versuchsweise ein Widerlager annehmen können und für dieses die Kraftausmittlung vornehmen. Je nachdem es sich dabei als schwach oder überflüssig stark erweist, wird man andere Abmessungen versuchen, bis man zu einer zweckdienlichen Stärke gelangt.

Statt dieser Versuche kann man unter Umständen durch Rechnung direkt zum Ziel gelangen, wie nachstehendes Beispiel zeigen soll.

Beispiel: Von einem Gewölbe kennt man die Widerlagskräfte  $H$  und  $V$ , welche in einer Höhe  $k$  über dem Boden angreifen (Fig. 393). Das Gewölbe soll durch einen  $t$  Meter hohen prismatischen Strebepfeiler gestützt werden, dessen Grundlänge doppelt so gross als die Breite ist. Diese Grundrissseiten  $x$  bez.  $\frac{1}{2} x$  sollen berechnet werden bei der Annahme, dass die Drucklinie genau durch die Kerngrenze geht, also:  $AP = \frac{1}{3} x$  ist.

Es wird für den Durchgangspunkt  $P$  die Momentengleichung aufgestellt, welche in diesem Falle lautet:

Direkte  
Berechnung  
der Stärke.

