



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Lehrbuch der gotischen Konstruktionen**

**Ungewitter, Georg Gottlob**

**Leipzig, 1890-**

5. Die Stärke der Mittelpfeiler

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-80225)

(vergl. C und C<sub>1</sub> in Fig. 366). Bei einem einzelnen von Widerlagern umschlossenen Gewölbe (z. B. Turmgewölbe) kann die Stärke etwas verringert werden, ebenso an den Ecken der Gewölbreihen (D in Fig. 366). Diese Abnahme kann bei Widerlagswänden bis gut  $\frac{1}{4}$  der Stärke betragen, wenn die Wände hoch und die Gewölbe leicht sind; sind die Gewölbe schwer und die Widerlager niedrig, so behält man auch für Einzelgewölbe die Tabellenwerte bei. Die gleiche Ersparnis bis  $\frac{1}{4}$  ist statthaft für Strebpfeiler, wenn nur ihre Grundrisslänge abnimmt, soll aber Länge und Breite zugleich abnehmen, so darf diese Einschränkung nur ein bis zwei Zehntel der Länge und Breite betragen. Wird an der Ecke statt zweier Strebpfeiler ein einziger diagonal gestellter angewandt, so macht man ihn zweckmässig so stark wie die Tabellen es für Strebpfeiler an der fortlaufenden Wand angeben.

**Widerlagshöhe.** Es ist eine Höhe der Widerlagswände bez. Strebpfeiler bis Oberkante Schlussstein angenommen, da bei Kirchen in dieser Höhe das Mauerwerk abzuschliessen pflegt. Sind die Strebpfeiler niedriger, so wird das Fehlende reichlich durch das Gewicht der Verbindungswand ersetzt. — Es sind die Stärken für eine niedrigere Widerlagshöhe (von Fundamentabsatz bis Oberkante Schlussstein  $\frac{5}{4}$  Spannweiten), für eine mittlere ( $2\frac{1}{2}$  Spannweiten) und eine beliebig oder unendlich grosse Höhe berechnet. Bei unendlicher Widerlagshöhe wächst die Stärke nicht ins Unendliche, sondern sie nähert sich einem gar nicht übermässig grossen Grenzwert. Derselbe ist zur Einschaltung der Werte für hochliegende Gewölbe (Türme u. dergl.) aufgenommen. Dass der Widerlagshöhe infolge des Zerdrückens des Materials durch sein Eigengewicht eine andere Grenze gezogen wird, ist selbstverständlich.

**Lage des Druckes in der Kante.** Die in der Tabelle unter dieser Bezeichnung aufgeführten Zahlen, sind untere Grenzwerte, denen man sich nicht nähern darf, da Widerlager dieser Stärke (ohne Zugfestigkeit) unbedingt umstürzen würden.

**Lage des Druckes in der Kerngrenze.** Die unter dieser Bezeichnung aufgeführten Werte geben genügende Widerlagsstärken an, falls die Kantenpressung nicht etwa zu gross ist (vergl. etwas weiter unten). Bei zu grosser Kantenpressung ist eine kleine Verstärkung des Widerlagers am Platze, ist dagegen die Pressung sehr klein, so kann die Stärke allenfalls noch etwas eingeschränkt werden, doch muss sie sich der Umsturzgrenze genügend fern halten.

**Lage des Druckes in der Mitte** kommt nur bei Tabelle 4 für nach oben verjüngte Strebpfeiler in Frage. Wird die dieser Drucklage zugehörige Stärke verwandt, so ist in günstigster Weise eine gleichmässige Druckverteilung über den Querschnitt erreicht.

**Grösse der stärksten Druckpressungen.** Wenn der Druck durch die Kerngrenze geht, so ist der Druck an der Innenkante gleich Null, an der Aussenkante entsteht die grösste Pressung, zu deren ungefährender Angabe die kleinen Zahlen beigedrukt sind, es bedeutet:

- |   |   |
|---|---|
| 1) grösste Pressung auf 1 qcm = 0 bis 4 kgr | 4) grösste Pressung auf 1 qcm = 11 bis 14 kgr |
| 2) " " " " = 4 " 7 "                        | 5) " " " " = 14 " 21 "                        |
| 3) " " " " = 7 " 11 "                       | 6) " " " " = 21 " 28 "                        |

Bei der Drucklage in der Mitte (Tabelle 4) herrscht der angegebene Druck gleichmässig im ganzen Querschnitt. Ergiebt sich der Druck zu gross für das geplante Material, so muss man die Widerlager etwas stärker machen.

Wenn die Fensteröffnungen nicht von Strebpfeiler zu Strebpfeiler reichen, sondern zu jeder Seite ein volles Wandstück verbleibt, so dürfen die Pfeilerlängen der Tabellen 3 und 4 um 10 bis 20 Prozent verkleinert werden.

## 5. Die Stärke der Mittelpfeiler.

Die in den beiden vorausgehenden Kapiteln behandelten statischen Forderungen für Widerlager gelten in vollem Umfange für Mittelpfeiler jeder Art. Da die Gefahr des Gleitens hier kaum zu fürchten, handelt es sich um die drei Bedingungen, dass

1. der Pfeiler in jeder Richtung gegen Umsturz gesichert ist,
2. an keiner Stelle das zulässige Mass der Druckbeanspruchung überschritten wird,
3. die Mittellinie des Druckes möglichst im Querschnittskern bleibt.

Der ersten Bedingung ist immer genügt, sobald die zweite erfüllt ist. Von der dritten Bedingung kann auch häufig abgesehen werden, wenn die Kantenpressung gering bleibt. Besonders ist bei guter Ausführung in Werkstein das Zusammenpressen der Fugen an der einen und Oeffnen an der anderen Seite so wenig zu fürchten, dass ein geringes Hinaustreten des Druckes aus dem Kern meist zulässig ist. Um den freien Raum nicht zu beengen, geht man bei Mittelpfeilern gern an die als zulässig erachtete Spannungsgrenze heran, nicht sollte man es aber in solchen Fällen unterlassen, die Fundamente recht zuverlässig zu erbreitern. Für sehr schlanke Pfeiler wird man einen Zuschlag mit Rücksicht auf die Gefahr des Ausbauchens oder Zerknickens zu machen haben. (Um genauere Angaben über die Knickfestigkeit machen zu können, fehlen für Mauerwerk einstweilen noch die Grundlagen.)

Die häufigsten Belastungsfälle für den Mittelpfeiler sind bereits in den Figuren 350 bis 355 dargestellt. Will man den Verlauf des Druckes von oben bis unten im ganzen Pfeiler übersichtlich verfolgen, so wendet man am besten das graphische Verfahren an; handelt es sich darum, nur die Druckverteilung auf die Grundfläche oder irgend einen anderen Querschnitt zu finden, so kommt man ebensogut durch Rechnung zum Ziel (vergl. S. 140 und Beispiel unten). Das graphische Verfahren giebt bei schlanken Pfeilern oft so sehr spitzwinklige Linienschnitte, dass schon der grösseren Genauigkeit wegen die Rechnung in solchen Fällen vorzuziehen ist.

#### Mittelpfeiler einer Hallenkirche.

Da die Beanspruchung der Mittelpfeiler einer Hallenkirche ziemlich einfach ist, sind diese besonders geeignet, zur Erläuterung des Ganges der Druckausmittlung zu dienen. Es sei sogleich ein bestimmter Fall vorausgesetzt.

Lage des  
Druckes im  
Pfeiler.  
Beispiel I.

Beispiel I (vergl. Fig. 394 und 395). Eine Hallenkirche mit 9 m beitem Mittelschiff und 6 m breiten Seitenschiffen bei 9 m Jochlänge wird von übereck gestellten quadratischen Pfeilern von 12 m Höhe und 1,25 m Seitenlänge also 1,77 m Diagonallänge geteilt. Die Scheidebögen von 0,70 m Breite sind in den Zwickeln bis 2 m über Kapitäl übermauert. Pfeiler und Scheidebögen bestehen aus Sandstein von 2300 kgr Gewicht für je 1 cbm. Die Gewölbe mit Sandsteinrippen und Gurten sind  $\frac{1}{2}$  Stein stark aus gewöhnlichen Ziegelsteinen (Gewicht 1600 kgr für 1 cbm) aufgeführt. Der Querschnitt zeigt für beide Schiffe eine durchschnittliche Pfeilhöhe von  $\frac{2}{3}$  der Spannweite.

Es soll nun die Lage des Druckmittelpunktes und die grösste Spannung an der Grundfläche des Pfeilers in Fussbodenhöhe gesucht werden.

Die Gewölbkräfte mögen nach Tabelle 1 (auf S. 135) angenommen werden und zwar (nach Zeile IVb) das Gewicht für 1 qm Grundriss zu 380 kgr und der Schub für je 1 qm Grundriss zu 120 kgr. Auf den Pfeiler wirkt von den beiden Seiten je eine Gewölbhälfte von 27 bez. 18 qm Grundrissfläche ein, danach ergeben sich als Kräfte

$$\text{für das Mittelschiffgewölbe: } V_1 = 27 \cdot 380 = 10260$$

$$H_1 = 27 \cdot 120 = 3240$$

$$\text{für das Seitenschiffgewölbe: } V_2 = 18 \cdot 380 = 6840$$

$$H_2 = 18 \cdot 120 = 2160$$

Die Höhe des Angriffspunktes der Kräfte über Kapitäl kann zu  $\frac{1}{4}$  der Pfeilhöhe gerechnet werden, also im Mittelschiff zu 1,50 m, im Seitenschiff zu 1,00 m.

Die Scheidebögen nebst ihrer Hintermauerung mögen einen Inhalt haben von 5 cbm, also ein Gewicht von  $5 \cdot 2300 = 11\,500 \text{ kgr} = G_1$ .

Das Gewicht des Pfeilers berechnet sich zu:

$$G_2 = 1,25 \cdot 1,25 \cdot 12,00 \cdot 2300 = 43\,125 \text{ kgr.}$$

Man stellt nun für den gesuchten Durchgangspunkt des Druckes P der einen Abstand x von der Mittelaxe haben möge, die Momentengleichung auf

$$G_1 \cdot x + G_2 \cdot x + V_1 (x + 0,35) + H_2 \cdot (12,00 + 1,00) = V_2 \cdot (0,35 - x) + H_1 \cdot (12,00 + 1,50).$$

Danach ist:

$$x = \frac{V_2 \cdot 0,35 + H_1 \cdot 13,50 - V_1 \cdot 0,35 - H_2 \cdot 13,00}{G_1 + G_2 + V_1 + V_2}$$

Werden die oben festgesetzten Zahlenwerte für  $V_2$ ,  $H_1$  u. s. w. eingesetzt, so berechnet sich:

$$x = 0,20$$

d. h. der Mittelpunkt des Druckes liegt um 0,20 m oder 20 cm seitwärts von der Mitte. Der Kern misst nur  $\frac{1}{3}$  der Seite oder  $\frac{1}{6}$  der Diagonale, er hat in der Richtung der letzteren also nur eine Breite von 29,3 cm oder seine Hälfte nur 15,7 cm. Die Druckmitte P liegt also um 4 bis 5 cm ausserhalb des Kernes (vgl. den Grundriss 395 a).

Dieser geringe Abstand vom Kern, welcher bewirkt, dass an der Innenseite des Pfeilers ein Stück ohne Pressung bleibt, kann als sehr wohl zulässig bezeichnet werden, falls die äussere Kantenpressung nicht zu gross ausfällt. Bei zentrischem Druck wäre die Pressung auf die Flächeneinheit Gesamtgewicht dividiert durch Grundfläche, ersteres ist  $G_1 + G_2 + V_1 + V_2 = 71\,700$ , die Fläche ist  $1,25 \cdot 1,25 = 1,56 \text{ qm}$  oder  $15\,600 \text{ qcm}$ . Die Pressung auf jeden qm betrüge somit  $71\,700 : 15\,600 = 4,6 \text{ kgr}$ , falls der Druck in der Mitte angriffe. Ginge er durch die Kerngrenze, so wäre die grösste Pressung an der Aussenkante doppelt so gross, also 9,2 kgr. Jetzt wird sie noch etwas grösser ausfallen, jedoch, wie man schon schätzen kann, jedenfalls nur 12 kgr auf einen qcm bleiben, das ist aber für ein gutes Sandsteingemäuer keine zu hohe Pressung, es kann deshalb der Pfeiler als genügend sicher gelten.

Das Fundament wird zweckmässig nach aussen derart verbreitert, dass der Mittelpunkt seiner Sohle um etwa 20 cm gegen die Pfeilermitte verschoben ist, dadurch wird der Druck zentrisch (vergl. Fig. 395). Wiegt das Fundament rund 13 000 kgr, so hat es an seiner Sohle  $71\,700 + 13\,000$  also rund 85 000 kgr Druck zu übertragen. Darf man den Boden mit 2,5 kgr auf den qcm belasten, so wird eine Grundfläche von  $85\,000 : 2,5 = 34\,000 \text{ qcm}$  oder 3,4 qm erforderlich sein, die man zweckmässig so verteilt, wie es Fig. 395 a im Grundriss und 395 im Aufriss andeutet. Bei nicht ganz zuverlässigem Boden würde man die Grundfläche besser noch erweitern und ihr der Einfachheit wegen die Form des gestrichelten Rechteckes geben. (Fig. 395 a).

Bei dem soeben besprochenen Beispiel fiel die Drucklinie aus dem Kern der Grundfläche hinaus. Wäre statt des übereck gestellten ein sonst ganz gleicher quadratischer Pfeiler verwandt, dessen Seiten den Gewölbachsen parallel gerichtet wären, so würde der Druck gerade noch innerhalb des Kernes liegen und demnach die grösste Kantenpressung geringer werden. Es lohnt, nach derartigen Gesichtspunkten die gängigen Pfeilergrundrisse zu vergleichen.

Die meisten Pfeiler kann man auf die vier Grundrissformen I bis IV in Fig. 396 bringen und zwar auf das Quadrat (event. Rechteck), das regelmässige Achteck, den Kreis und das übereck gestellte Quadrat. Wird angenommen, dass die vier Grundrisse gleichen Flächeninhalt haben, so wird sich ihr Durchmesser in der Richtung des Schubes verhalten wie: 1 : 1,10 : 1,13 : 1,41. Das umgekehrte Verhältnis findet mit dem Durchmesser des Kernes in der gleichen Richtung statt, dieser nimmt nicht zu sondern ab und zwar in dem Verhältnis: 1 : 0,88 : 0,85 : 0,71. Daraus folgt aber, dass für eine Lage des resultierenden Druckes im Kern oder in der Nähe des Kernes

Zentrale  
Pfeiler-  
grundrisse.

der Grundriss I der beste, IV der ungünstigste ist, dass dagegen umgekehrt für einen Angriff des Druckes in der Nähe der Aussenkante I am ungünstigsten, IV dagegen am vorteilhaftesten ist.

Man überzeugt sich davon am besten, wenn man in allen Grundrissen zwei gleich gelegene Druckpunkte P bez.  $P_1$  verfolgt. Fällt der erste Punkt „P“ in III gerade in die Grenze des Kernes, so liegt er in I und II noch innerhalb, in IV aber ausserhalb desselben. Die Kantenpressung wird bei IV am grössten sein, ausserdem wird hier ein Stück m n o an der inneren Ecke ohne Pressung bleiben.

Der Punkt  $P_1$  liegt bei I auf der Aussenkante, so dass hier unbedingt Umsturz erfolgt, bei den anderen Grundrissen liegt er noch innerhalb, wengleich auch bei diesen die Kantenpressung so gross wird, dass es fraglich ist, ob sie Stand halten würden. Selbst beim Grundriss IV würde der Druck sich nur über eine Fläche s t u verteilen, die kaum  $\frac{1}{6}$  der Gesamtfläche ausmacht, der grösste Kantendruck bei s würde fast 18 mal so gross, als wenn der Druck gleichmässig verteilt wäre.

Immerhin ist es aber möglich, dass bei ungünstiger Drucklage der Pfeiler IV noch seine Standfestigkeit wahrt, wo I bereits zu Grunde gehen würde, besonders ist das möglich, wenn unvorhergesehene Lastschwankungen durch Uebertragung des Windes u. dergl. eintreten können. Allerdings sind solche bedeutende Druckverschiebungen gegen die Kante, auch wenn sie nur zeitweise auftreten, der Haltbarkeit des Pfeilers schon wegen der zu fürchtenden Lockerung der Fugen nicht zuträglich.

Gestreckte  
und unsym-  
metrische  
Pfeiler-  
grundrisse.

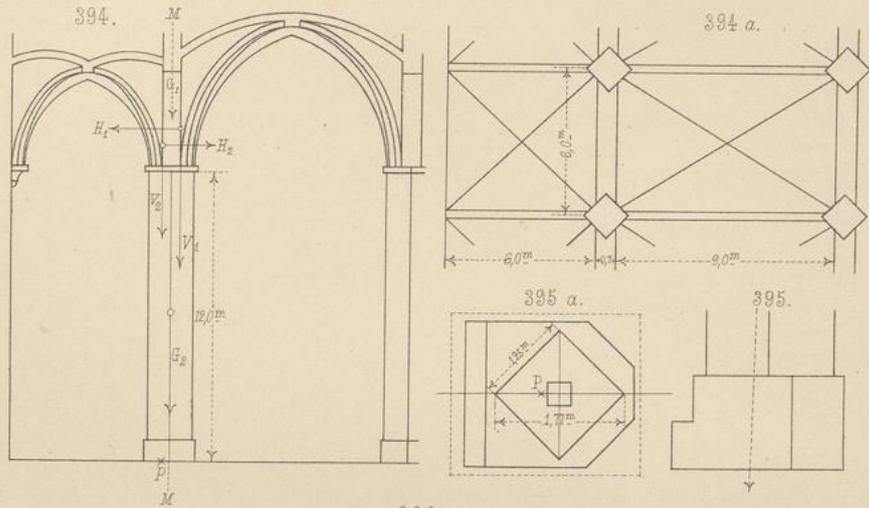
Ein Grundriss, der die Vorzüge von I und IV vereinigt, ist das mit dem Schube gleich gerichtete Rechteck (Fig. 397), das ja schon bei romanischen Kirchen Verwendung gefunden. Aehnliche Vorzüge hat ein gotischer Rundpfeiler, der nur in der Richtung der Schiffe, nicht aber in derjenigen der Scheidebögen Vorlagen oder Dienste zeigt (Fig. 398); so der Pfeiler von Mantes, der hinten in Fig. 426 dargestellt ist. Der Pfeiler in der Marktkirche zu Hannover hat unten gleichfalls nur Dienste in der Richtung der Schiffe, während die Scheidebogendienste weiter oben ausgekragt sind. Eine zu grosse Längenentwicklung stört aber den Zusammenhang der Schiffe, man zog daher doch mehr die zentralen Grundrisse vor, so den Rundpfeiler mit 4 Diensten Fig. 399, der seiner statischen Wirkung nach zwischen Kreis und überdecktem Quadrat liegt. Vielfach suchte man sogar die Pfeilerlänge einzuschränken, indem man die Mittelschiffdienste nicht bis zum Boden hinabgehen liess. Auch das ist beim Ueberwiegen des Mittelschiffschubes berechtigt, da ja die Innenkante in diesem Falle wenig oder gar keinen Druck bekommt.

Es ist überhaupt von Vorteil, den Schwerpunkt des unteren Grundrisses so weit als möglich nach dem Seitenschiff zu rücken, die oberen Lasten besonders den Schwerpunkt des Scheidebogens aber mehr dem Mittelschiff zuzuschieben, um dem Ueberwiegen des Mittelschiffschubes entgegenzuarbeiten. So würde z. B. ein nach den beiden Schiffen unsymmetrisch gebildeter Pfeiler nach Art von Fig. 400, wo die architektonische Ausbildung ihn überhaupt zuliesse, statisch besonders geeignet sein können. Er würde an der wenig gepressten Seite nur einen Dienst, an der stark beanspruchten aber zwei Dienste haben und hier eine breite Basis bilden, ausserdem würde sich der in diesem Falle unsymmetrisch gestaltete Scheidebogen gegen das Mittelschiff schieben. Durch derartige Gestaltungen würde man es selbst erreichen können, den Druck durch den Schwerpunkt des Grundrisses zu lenken.

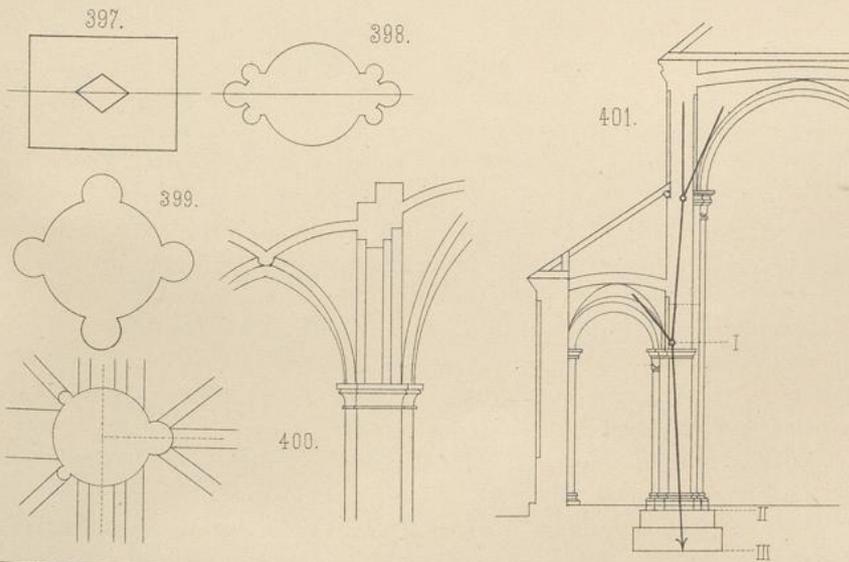
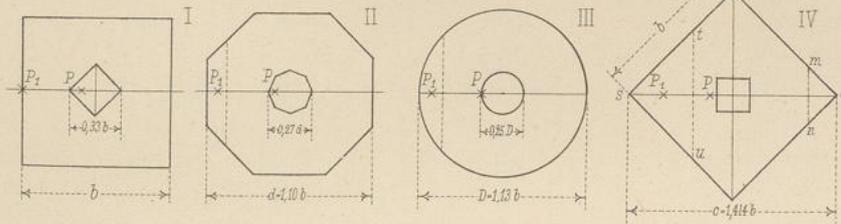
Eine Aufmauerung auf die Scheidebögen kann vorteilhaft für die Ausbalanzierung

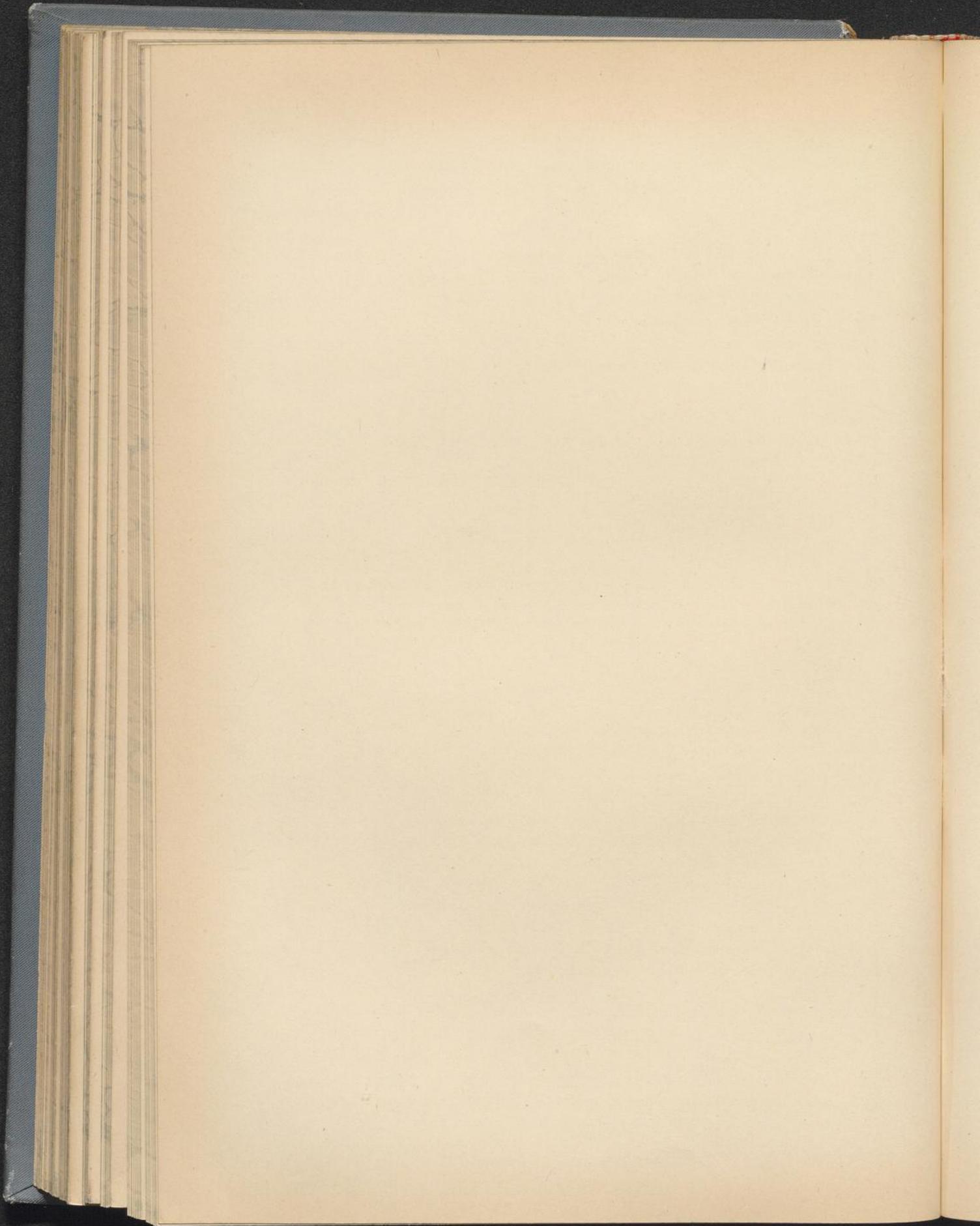
Tafel XL.

Stärke der Mittelpfeiler.



396. Vergleich von Pfeilern gleicher Grundfläche.





der Kräfte verwandt werden, wenn sie sich ihrer Hauptmasse nach gegen das grössere Mittelschiff schieben lässt. Dient sie dazu das Dachgerüst mit zu tragen, so kommt die Einwirkung die Windes mit in Frage, siehe darüber hinten in einem besonderen Kapitel.

Am vorteilhaftesten gestalten sich die statischen Verhältnisse eines Pfeilers immer, wenn man Schwankungen in den Lasten ihm fernhalten und die Wölbschübe sogleich oben von allen Seiten ausgleichen kann. Welche Wege man zu diesem Zwecke bei verschiedenen breiten Schiffen einzuschlagen hat, ist bereits an den Figuren 350 bis 355 gezeigt. Um den grossen Einfluss eines geeigneten Schubausgleiches auf die Pfeilerstärke näher darzuthun, sei ein Beispiel im Anschluss an das vorhin behandelte eingeschaltet.

Beispiel II. In der im Beispiel I (S. 154) vorausgesetzten Hallenkirche (Fig. 394) sollen die Mittelpfeiler aus Sandstein mit 20 kgr zulässigem Druck auf den qcm bei kreisrundem Grundriss so dünn als möglich angelegt werden, damit sie den Raum möglichst wenig beengen. Um die Gewölbschübe auszugleichen, sollen die Gurte der Seitenschiffe übermauert werden, es ist zu bestimmen, wie schwer die Gurtübermauerung zu wählen und welcher Querschnitt den Pfeilern zu geben ist.

Zunächst sei das Gewicht  $V_3$  gesucht, welches auf einer Gurthälfte aufzumauern ist. Es sei vorausgesetzt, dass die Uebermauerung so verteilt wird, dass sie auf den Pfeiler ausser der gesuchten senkrechten Widerlagsbelastung  $V_3$  einen Schub  $H_3 = \frac{1}{3} V_3$  ausübt, der in einer Höhe von 1,20 m über Kapitäl also 13,20 m über Grundfläche des Pfeilers angreift. Am dünnsten wird etwa der Pfeiler, wenn der resultierende Druck gerade durch den Mittelpunkt der Grundfläche geht, ist solches der Fall, so wird für diesen Mittelpunkt die Momentengleichung aufzustellen sein.

$$V_1 \cdot 0,35 + H_2 \cdot 13,00 + H_3 \cdot 13,20 = V_2 \cdot 0,35 + V_3 \cdot 0,35 + H_1 \cdot 13,50.$$

Darin ist nach vorigem Beispiel einzusetzen:

$$V_1 = 10\,260, V_2 = 6840, H_1 = 3240, H_2 = 2160 \text{ und ausserdem } H_3 = \frac{1}{3} V_3.$$

$$10\,260 \cdot 0,35 + 2160 \cdot 13,00 + \frac{1}{3} 13,20 \cdot V_3 = 6840 \cdot 0,35 + 3240 \cdot 13,50 + V_3 \cdot 0,35.$$

Daraus berechnet sich die Unbekannte  $V_3 = 3559$  kgr.

Wird die Uebermauerung aus Sandbruchstein von dem Einheitsgewicht 2300 kgr aufgeführt, so sind zur Erzielung dieser Last erforderlich  $3559 : 2300 = 1,55$  ebn. Der ganze Gurt wird doppelt soviel, also 3,16 ebn Bruchsteinübermauerung erfordern. Es soll nun noch die Pfeilergrundfläche gesucht werden. Bei der Drucklage in der Mitte findet gleichmässige Druckverteilung statt, soll auf jeden qcm 20 kgr kommen, so muss das Gesamtgewicht geteilt durch Grundfläche gleich 20 sein:

Das Gesamtgewicht setzt sich zusammen aus Belastung und Eigengewicht, die Belastung ist  $G_1 + V_1 + V_2 + V_3 = 11\,500 + 10\,260 + 6840 + 3559 = 32\,159$ , das noch unbekannte Eigengewicht  $\frac{D^2}{2} \cdot \pi \cdot 12,00 \cdot 2300$ .

Die gleichfalls noch nicht bekannte Grundfläche ist  $\frac{D^2}{4} \cdot \pi$  qm oder:  $\frac{D^2}{4} \pi \cdot 10\,000$  qcm

$$\text{also: } (32\,185 + \frac{D^2}{4} \cdot \pi \cdot 12,00 \cdot 2300) : \frac{D^2}{4} \cdot \pi \cdot 10\,000 = 20$$

$$\text{oder: } \frac{D^2}{4} \cdot 3,14 \cdot 10\,000 \cdot 20 = \frac{D^2}{4} \cdot 3,14 \cdot 12,00 \cdot 2300 = 32\,185$$

$D^2 = 0,238$ .  $D = 0,49$ . Das heisst der Pfeiler erfordert nur 0,49 m unteren Durchmesser. Im oberen Teil des Pfeilers liegt der Druck nicht genau zentrisch, so dass hier trotz der geringeren Belastung eine kleine Stärkenzugabe nötig sein würde, worüber man sich durch die Aufsuchung des Durchgangspunktes in Kapitälhöhe Rechenschaft geben kann. Es treten aber noch andere Rücksichten hinzu.

Ausgleich  
der  
Wölbschübe.

Bei Pfeilern dieser Schlankheit (Durchmesser kaum  $\frac{1}{24}$  der Höhe) muss schon mit der Gefahr des Ausbauchens bez. Zerknickens gerechnet werden, ausserdem wird man im Hinblick auf zufällige Lastschwankungen und schliesslich schon des architektonischen Ausdrucks wegen eine grössere Stärke für wünschenswert halten, so dass man den Durchmesser mindestens auf 70 cm vergrössern wird.

Dabei würde unten jeder qm bei zentralem Druck eine Pressung von 11 kgr bekommen. Das Fundament würde bedeutend gegen den Pfeiler zu erbreitern sein, denn es hat mit seiner Sohle einschliesslich des Eigengewichtes gegen 50 000 kgr zu übertragen. Kann man dem Erdboden mit Sicherheit 2,5 kgr auf einen qm zumuten, so würde eine Grundfläche von  $50\,000 : 2,5 = 20\,000$  qm oder 2 qm erforderlich sein, die man aber bei nicht ganz zuverlässigem Boden lieber noch etwas vergrössert. Gerade dort, wo man über der Erde kühn konstruiert, soll man eine gute Gründung nicht verabsäumen, da durch deren Vernachlässigung die meisten Schäden entstehen.

Interessant ist ein Vergleich zwischen der jetzt abgeleiteten Pfeilerstärke gegenüber der im ersten Beispiel für die gleiche Kirche angenommenen. Während die Beanspruchung bei beiden etwa gleich ist, erforderte der quadratische Pfeiler mit 1,25 m Seite 18,7 cbm Mauerwerk, während der 70 cm dicke Rundpfeiler nur einen Inhalt von 4,7 cbm hat, es tritt also eine Ersparnis von rund 14 cbm Werkstein bei jedem Pfeiler ein. Dem steht allerdings ein Aufwand von 3 cbm Bruchsteinmauer zur Belastung des Gurtes gegenüber, ausserdem muss der äussere Strebpfeiler etwas stärker werden, da die Gurtübermauerung den Schub vergrössert. Das alles ist aber geringfügig gegenüber der Massenersparnis gerade an der Stelle, wo sie so dringend erwünscht ist.

Man erkennt aus diesem Beispiele, wie berechtigt das Streben des Mittelalters war, alle Kräfte möglichst vorteilhaft auszuwägen, man wird ferner einsehen, wie wertvoll für die Ausführung eine wenn auch nur angenäherte (dabei aber genügend umsichtige) Ausmittlung der statischen Verhältnisse der Konstruktionen ist.

#### Basilika ohne Strebesystem.

Der Gang der anzustellenden Untersuchung ist derselbe, der soeben für die Pfeiler der Hallenkirche gezeigt, nur hat man hier ausser dem Pfeiler auch das hinaufgeführte Stück der Mittelwand in Betracht zu ziehen. Man wird zunächst auf das Dachwerk und den Winddruck keine Rücksicht nehmen und ohne diese die Kraftausmittlung vornehmen, sodann wird man diese besonderen Beanspruchungen hinzuziehen und das Verfahren wiederholen (vergl. über Dachlast und Wind das folgende Kapitel).

Am besten setzt man auf graphischem Wege die Kräfte von oben bis unten zusammen, um zunächst ein anschauliches Bild von dem ganzen Verlauf der Spannungen zu erhalten, sodann greift man die am meisten gefährdeten Querschnitte zu näherer Prüfung heraus, wobei man der Genauigkeit wegen eine Berechnung mit hinzuziehen kann (vergl. Beispiele auf S. 155 und 157, sowie die Erläuterungen auf S. 140).

In der Regel kommen in Frage: der Querschnitt in Höhe des Anfanges vom Seitenschiffgewölbe (I in Fig. 401), sodann die Sohle des Pfeilers (II) und schliesslich die Sohle des Fundamentes (III).

Durch ein geschicktes Auswägen der Massen in der Oberwand, dem Pfeiler und den Gewölben, wofür das graphische Verfahren in sprechender Weise die Fingerzeige

liefert, hat man es in weiten Grenzen in der Hand, die Drucklinie so zu lenken, wie es in jedem Fall wünschenswert ist. Durch Uebermauerung der Seitenschiffgurte und das Aufführen verstreber Mauerkörper unter den Seitendächern kann man besonders günstige Erfolge erzielen. All die zahlreichen feinfühlenden und lehrreichen Versuche, die das Mittelalter in diesem Sinne gemacht hat, können wir auf graphischem Wege nachempfinden und dabei unser weniger geschultes konstruktives Gefühl kräftigen und selbst in gleiche Höhe mit demjenigen der alten Meister erheben.

Wenn das Mittelschiff nicht gar zu hoch hinausragt, so lassen sich auch ohne das zwar vollkommenste aber immerhin auch kostspielige System der Strebebögen statisch sehr befriedigende Lösungen ermöglichen.

#### Basilika mit Strebebögen.

Der Strebebogen übt wie jeder andere gemauerte Bogen an beiden Enden Widerlagskräfte aus, deren Grösse von der gegenseitigen Höhenlage der Stützpunkte, Endkräfte der Strebebögen. sowie von dem Gewichte, der Spannweite und der Form des Bogens abhängt (vergl. Fig. 402 bis 405). Will man die Stützlinie des Bogens aufsuchen, um die Eignung der Bogenform zu prüfen, so teilt man den Bogen durch senkrechte Schnitte in Teilstücke (siehe Fig. 402) und setzt mit deren Gewichten in der üblichen Weise die Drucklinie fest (vergl. vorn S. 52). Die Drucklinie liefert zugleich die Endkräfte, um die es sich vorzugsweise handelt. Sonst findet man angenähert auch die Widerlagskräfte durch das vielbesprochene vereinfachte rechnerische oder zeichnerische Verfahren (S. 130). Letzteres, bei dem die Richtung der Endkräfte nach Schätzung angenommen und ihre Grösse nach dem Parallelogramm der Kräfte aus dem Bogengewicht ermittelt wird, ist zur Veranschaulichung in die Figuren 403 bis 405 eingetragen.

Die Figuren 403 bis 405 zeigen, wie mannigfach verschieden die Wirkung des Strebebogens nach der gewählten Form sich gestaltet. Der untere Widerlagsdruck  $B_2$  ist von Bedeutung für die Stärke des Strebepfeilers, der obere Druck  $B_1$  hat die Aufgabe den Wölbschub ganz oder teilweise aufzuheben.

Beim Bogen 403 (St. Ouen zu Ronen) ist der Druck  $B_1$  schräg nach unten gerichtet, das Auflager bekommt also neben dem Horizontalschube  $H_1$  einen Teil des Bogengewichtes  $V_1$  zugewiesen.

Der am häufigsten vorkommende Bogen 404 fällt oben nahezu oder ganz horizontal an und übt demgemäss auch eine horizontale Druckkraft  $B_1$  aus.

Der flach gekrümmte steil anfallende Bogen 405 (Halberstadt) übt eine ziemlich beträchtliche schräg aufwärts gerichtete Endkraft  $B_1$  aus, d. h. er belastet das obere Auflager nicht, sondern sucht es sogar in die Höhe zu heben. Infolgedessen ist dieser Bogen geeignet, einen Teil des Gewichtes der oberen Mittelschiffmauer aufzunehmen und dem äusseren Strebepfeiler zuzuführen, somit also den Mittelpfeiler zu entlasten.

Für alle diese und noch weiter variierte Bogenformen bietet das Mittelalter mannigfaltige Beispiele, welche von ihnen zu wählen ist, hängt in jedem Falle von der wünschenswerten Wirkung ab. Gewöhnlich will man am oberen Ende weder eine belastende noch hochtreibende sondern nur eine horizontale Schubkraft erzielen,

die dem Gewölbschub sich entgegengesetzt. In diesem Falle ist ein Viertelkreis geeignet. (Bogen 404.)

Den Viertelkreis ersetzte man schon in der früheren Gotik mit Vorliebe durch die Hälfte eines Spitzbogens, dadurch bekommt man eine statisch vorteilhaftere Bogenlinie. Meist setzte man den Mittelpunkt für den Spitzbogen nur wenig neben die Mittellinie (Punkt  $a_1$  in Fig. 404), infolgedessen fällt oben der Bogen fast horizontal an und äussert auch eine ganz oder nahezu horizontale Kraft. Wollte man aber einen Teil der Last abfangen und die Stärke des abstützenden Strebepeilers einschränken, so wandte man auch sehr steile Bögen an (z. B. bei Halberstadt, Regensburg und Notre Dame zu Semur). Handelt es sich darum, einen Strebebogen zu entwerfen, der einen ganz bestimmten Gegendruck ausübt, so muss man von der oberen Endkraft ausgehen, die gewünschte Drucklinie ungefähr skizzieren und nun die Gewichte des Bogens so verteilen, dass sich bei der graphischen Konstruktion die geforderte Drucklinie ergibt. Dabei setzt man voraus, dass die gewöhnlich vorhandene Drucklinie bei ruhiger Belastung ebenso oder etwas flacher verläuft als die mittlere Bogenlinie.

Steifigkeit  
der  
Strebebögen.

Eine wichtige Forderung für einen jeden Strebebogen ist ein genügender Grad von Steifigkeit. D. h. der Bogen muss nicht nur im stande sein, den gewöhnlichen seiner Form entsprechenden Gegendruck zu liefern, sondern er muss bei Lastschwankungen auch andere und zwar besonders „grössere“ Kräfte übertragen können, ohne zu zerbrechen. Derartige Schwankungen kann in erster Linie der bei hohen Mittelschiffen ganz beträchtliche Winddruck herbeiführen.

In Fig. 402 sind zwei Stützlinsen eingezeichnet, die stärker gekrümmte liefert ziemlich geringe Widerlagskräfte (OM bez. ON im beigefügten Kräfteplan 402a), dagegen ist der Druck der flachen Linie bei ein und demselben Bogengewicht viel bedeutender (vergl.  $O^1M$  und  $O^1N$  in 402a). Je flacher die Drucklinie, um so grösser werden die Endkräfte, um so grösser natürlich auch die Druckkräfte, welche der Bogen abzufangen vermag. Daraus geht hervor, dass sich im Bogen, je nachdem ihm eine kleine oder grosse Kraft zugeführt wird, sich eine mehr gekrümmte oder mehr flach gestreckte Druckübertragung bildet. Die Bogenform muss so beschaffen sein, dass sie alle für die vorkommenden Belastungen möglichen Drucklinien sicher beherbergen kann.

Die Hauptforderungen an einen guten Strebebogen kann man dahin zusammenfassen, dass er nicht zu schwer ist, für gewöhnlich nur einen mässigen Schub ausübt, in besonderen Fällen aber einen bedeutenden Gegenschub leisten kann.

Verfolgt man unter diesen Gesichtspunkten die Konstruktionen der Alten, so kann man nicht genug staunen über die feinfühlende Art, mit der sie allen Forderungen gerecht zu werden verstanden, es seien einige Typen von Bögen herausgegriffen.

Fig. 402 und 404 zeigt die gebräuchlichste Gestaltung, bestehend aus einem Bogen mit voller Uebermauerung, letztere ist zur Aufnahme der flachen Drucklinien geeignet. Die Uebermauerung muss deshalb gut gefügt sein; man kam bald dazu, besonderen Wert auf die zuverlässige Herstellung ihrer Abdeckung zu legen, welche vorzugsweise zur Druckübertragung herangezogen wurde. Das Zwischengemäuer konnte dann leichter gemacht und selbst masswerkartig aufgelöst werden.

Fig. 406 (Amiens) zeigt eine Auflösung des Bogens in eine untere gekrümmte und eine obere gerade Gurtung. Der unteren gebogenen Gurtung fällt die Uebertragung der gewöhnlich wirkenden Schübe zu, die obere gerade Gurtung dagegen hat die Aufgabe, die etwaigen variablen Kräfte aufzunehmen. Da jedes ihrer Werkstücke von unten her gestützt wird, befindet sich die Abdeckung immer im Gleichgewichtszustand, gleichviel ob eine grosse oder kleine Längskraft in ihr wirkt. Man kann sie vergleichen mit einer Spreize, deren Beanspruchung von dem Werte Null bis zur Grenze des Zerknickens wechseln kann. Wird die Beanspruchung zu gross, so würde ein

Ausbauchen eintreten, dasselbe ist nach unten verhindert und nach der Seite erschwert, aber nach oben möglich, wo ihm jedoch wieder das Gewicht der Werkstücke entgegenwirkt.

Vereinzelt suchte man auch das Ausbauchen nach oben bei der oberen Gurtung zu verhindern, indem man sie nach unten etwas gekrümmt machte und sie gleichsam als Gegenbogen direkt oder durch Vermittelung von Masswerk mit dem unteren Bogen in Verbindung brachte. Fig. 407. Die mannigfaltigen Bildungen der Strebebögen sind also nicht allein einer architektonischen Wirkung oder einer besseren Wasserleitung zu liebe erfunden, sie dienen vielmehr in erster Linie wichtigen konstruktiven Zwecken.

Bei hohen Mittelschiffen ging man zu zwei übereinander befindlichen Strebebögen über, zum Teil, wie VIOLET LE DUC meint, um den auf eine grössere Fläche sich verteilenden Wölbdruck mit grösserer Basis zu fassen, zum überwiegenden Teil vermutlich, um der hohen Mauer mehr Steifigkeit gegen die bedeutende Windwirkung zu verleihen. (Ueber die architektonische Gestaltung der Strebebögen siehe weiter hinten unter der Aufrissbildung der Kirche.)

Sollen die statischen Verhältnisse des Mittelpfeilers einer Basilika mit Strebebögen untersucht werden, so sieht man zunächst von Dachlast und Winddruck ab und führt nur für den Mauerkörper mit seinen Gewölben die Ermittlung in der vielbeschriebenen Weise auf graphischem oder rechnerischem Wege durch. Am günstigsten wird die Kraftführung sein, wenn die Mittellinie sich immer möglichst dicht an der Mittelaxe der Wand bez. des Pfeilers hält. Ein geschicktes Auswägen der Pfeiler- und Wandmassen, sowie der Wölbschübe, besonders aber das Einsetzen eines richtig bemessenen Strebebogenschubes an geeigneter Stelle führen zum Ziel. Fig. 408 stellt eine unter den gewöhnlichen Verhältnissen günstige Kraftführung dar.

Drucklinie  
im Mittel-  
pfeiler unter  
Einfluss des  
Strebebogens.

Der Schub des Strebebogens ist etwas geringer als der des Mittelschiffgewölbes und gelangt etwas höher als dieser zum Eingriff. Der Gegendruck des Strebebogens  $B_1$  setzt sich im Punkte 1 mit dem Gewichte  $P_1$ , des oberen Wandstückes zusammen zu der resultierenden Kraft  $R_1$ , die sich nach der Innenseite der Mauer hinüberschiebt, bis im Punkte 2 die schräge Widerlagskraft  $W_1$  des Mittelgewölbes hinzutritt. Der Schub des Gewölbes sei grösser, als der des Strebebogens, daher schiebt sich die Resultierende  $R_2$  wieder nach aussen und setzt sich im Punkte 3 mit dem Gewichte  $P_2$  des betreffenden Teiles der Mittelschiffwand zusammen zu der Kraft  $R_3$ , die sich im Punkte 4 mit dem Wölbdruck  $W_2$  vom Seitenschiff vereint. Jetzt ist es von Bedeutung, ob die Differenz der oberen Horizontalschübe vom Mittelschiff und Strebebogen grösser ist als der Horizontalschub des Seitenschiffes oder kleiner. Wäre der oben verbliebene Restschub grösser, so würde sich die Resultierende  $R_4$  nach aussen wenden, ist er aber, wie in der Figur angenommen, kleiner, so richtet sich  $R_4$  wieder der Innenseite zu und setzt sich schliesslich mit dem Gewicht  $P_3$  vom Pfeiler nebst Scheidebögen zu der Druckkraft  $R_5$  zusammen, welche im Punkte U in das Fundament übertritt und nach Aufnahme vom Gewicht  $P_4$  des Fundamentes schliesslich im Punkte E in den Erdboden übergeleitet wird.

Gerade im unteren Teile des Pfeilers, wo die Last am grössten geworden und die Masse am meisten beschränkt zu werden pflegt, ist eine möglichst zentrische Lage des Druckes erwünscht.

Welche Aenderungen durch wechselnde Annahme des Strebebogens eintreten, mögen die Skizzen 409 und 410 erläutern. In 409 ist der Strebebogenschub etwa gleich dem Mittelschiffschub, infolgedessen geht die Kraft  $R_2$  ungefähr senkrecht nach unten; in 410 ist der Schub vom Strebebogen und Seitenschiff zusammen so gross wie derjenige des Mittelschiffes, was dazu führt, dass unten die Resultierende  $R_4$  senkrecht gerichtet ist. Ferner ist in 409 der Strebebogen weit herabgerückt,

was die Folge hat, dass die Resultierende  $R_2$  sich nach aussen schiebt, während umgekehrt der hochliegende Strebebogen in Fig. 408 und 410 den Schnittpunkt 2 gegen das Mittelschiffgewölbe hinüberdrängt.

Ebenso wie man durch Lage und Ausbildung des Strebebogens die Drucklinie hin- und herschieben kann, übt die Schwere der einzelnen Wandteile und das Ueberkragen derselben nach innen oder aussen, ferner das Gewicht und das Pfeilverhältnis der Gewölbe, den grössten Einfluss aus. Es giebt so unerschöpflich viele Möglichkeiten, die Drucklinie zu lenken, dass selbst scheinbar sehr verwickelte Verhältnisse bei Hinzutreten von Emporen und Triforien und äusseren Umgängen sich bei richtigem Abwägen meist unschwer bewältigen lassen.

Die Beweglichkeit und Freiheit der mittelalterlichen Konstruktionsweise tritt an keiner anderen Stelle gleich schlagend hervor.

### 6. Dachlast und Winddruck.

Eigengewicht, Schneelast und Winddruck der Dächer.

Da die Dachlast infolge von Wind- und Schneedruck grossen Schwankungen ausgesetzt ist, da sie ausserdem bei Erneuerungen zeitweise fehlen kann, soll man sie nicht als eine „günstige“ Belastung in Rechnung stellen, man hat vielmehr zunächst die Festigkeit des Bauwerkes ohne Rücksicht auf Dachgewicht und Wind zu untersuchen und sodann beide hinzuzuziehen.

Eigengewicht des Daches. Das Eigengewicht des Daches setzt sich zusammen aus dem Gewicht der Binder, der Sparrenlage, der Lattung oder Schalung und der Deckung.

Die Dachbinder ohne Sparrenlage, jedoch mit den zur Konstruktion gehörenden Dachbalken wiegen für jeden qm Dachfläche bei leichter Konstruktion 20—30 kgr, bei schwereren Bindern 30—50 kgr; das Gewicht eiserner Binder kann ebenso angenommen werden. Sind volle Fussbodenbeläge und bewegliche Lasten auf der Balkenlage zu erwarten, so sind diese besonders zu berücksichtigen.

Die Sparrenlage wiegt für jeden qm geneigter Dachfläche 10—15 kgr, die Lattung 5—10 kgr und eine Schalung aus 2½ cm dicken Brettern 20 kgr, eine solche aus 3½ cm dicken Brettern 30 kgr.

Für einen qm Deckungsmaterial (ohne Schalung oder Lattung) kann gerechnet werden:

für doppeltes Ziegeldach . . . . .	75—100 kgr, im Mittel: 90 kgr
einfaches Ziegel-, Pfannendach oder Falzziegeldach	45—65 „ „ „ 60 „
Schieferdach . . . . .	30—45 „ „ „ 40 „
Metalldeckung . . . . .	8—16 „ „ „ 10 „

Das Gesamtgewicht von Dachkonstruktion und Deckung ist demnach:

Deckungsart:	für 1 qm Dachfläche			für 1 qm Grundrissfläche im Mittel bei einer Neigung von		
	von	bis	im Mittel	30°	45°	60°
doppeltes Ziegeldach . . . . .	120	175	140	—	200	280
einfaches Ziegeldach etc. . . . .	85	140	110	—	155	220
Schiefer . . . . .	75	120	90	105	130	180
Metall . . . . .	60	95	75	85	105	150