



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Lehrbuch der gotischen Konstruktionen**

**Ungewitter, Georg Gottlob**

**Leipzig, 1890-**

Mittelpfeiler einer Hallenkirche

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-80225](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-80225)

Der ersten Bedingung ist immer genügt, sobald die zweite erfüllt ist. Von der dritten Bedingung kann auch häufig abgesehen werden, wenn die Kantenpressung gering bleibt. Besonders ist bei guter Ausführung in Werkstein das Zusammenpressen der Fugen an der einen und Oeffnen an der anderen Seite so wenig zu fürchten, dass ein geringes Hinaustreten des Druckes aus dem Kern meist zulässig ist. Um den freien Raum nicht zu beengen, geht man bei Mittelpfeilern gern an die als zulässig erachtete Spannungsgrenze heran, nicht sollte man es aber in solchen Fällen unterlassen, die Fundamente recht zuverlässig zu verbreitern. Für sehr schlanke Pfeiler wird man einen Zuschlag mit Rücksicht auf die Gefahr des Ausbauchens oder Zerknickens zu machen haben. (Um genauere Angaben über die Knickfestigkeit machen zu können, fehlen für Mauerwerk einstweilen noch die Grundlagen.)

Die häufigsten Belastungsfälle für den Mittelpfeiler sind bereits in den Figuren 350 bis 355 dargestellt. Will man den Verlauf des Druckes von oben bis unten im ganzen Pfeiler übersichtlich verfolgen, so wendet man am besten das graphische Verfahren an; handelt es sich darum, nur die Druckverteilung auf die Grundfläche oder irgend einen anderen Querschnitt zu finden, so kommt man ebensogut durch Rechnung zum Ziel (vergl. S. 140 und Beispiel unten). Das graphische Verfahren giebt bei schlanken Pfeilern oft so sehr spitzwinklige Linienschnitte, dass schon der grösseren Genauigkeit wegen die Rechnung in solchen Fällen vorzuziehen ist.

#### Mittelpfeiler einer Hallenkirche.

Da die Beanspruchung der Mittelpfeiler einer Hallenkirche ziemlich einfach ist, sind diese besonders geeignet, zur Erläuterung des Ganges der Druckausmittlung zu dienen. Es sei sogleich ein bestimmter Fall vorausgesetzt.

Lage des  
Druckes im  
Pfeiler.  
Beispiel I.

Beispiel I (vergl. Fig. 394 und 395). Eine Hallenkirche mit 9 m beitem Mittelschiff und 6 m breiten Seitenschiffen bei 9 m Jochlänge wird von übereck gestellten quadratischen Pfeilern von 12 m Höhe und 1,25 m Seitenlänge also 1,77 m Diagonallänge geteilt. Die Scheidebögen von 0,70 m Breite sind in den Zwickeln bis 2 m über Kapitäl übermauert. Pfeiler und Scheidebögen bestehen aus Sandstein von 2300 kgr Gewicht für je 1 cbm. Die Gewölbe mit Sandsteinrippen und Gurten sind  $\frac{1}{2}$  Stein stark aus gewöhnlichen Ziegelsteinen (Gewicht 1600 kgr für 1 cbm) aufgeführt. Der Querschnitt zeigt für beide Schiffe eine durchschnittliche Pfeilhöhe von  $\frac{2}{3}$  der Spannweite.

Es soll nun die Lage des Druckmittelpunktes und die grösste Spannung an der Grundfläche des Pfeilers in Fussbodenhöhe gesucht werden.

Die Gewölbkräfte mögen nach Tabelle 1 (auf S. 135) angenommen werden und zwar (nach Zeile IVb) das Gewicht für 1 qm Grundriss zu 380 kgr und der Schub für je 1 qm Grundriss zu 120 kgr. Auf den Pfeiler wirkt von den beiden Seiten je eine Gewölbhälfte von 27 bez. 18 qm Grundrissfläche ein, danach ergeben sich als Kräfte

$$\text{für das Mittelschiffgewölbe: } V_1 = 27 \cdot 380 = 10260$$

$$H_1 = 27 \cdot 120 = 3240$$

$$\text{für das Seitenschiffgewölbe: } V_2 = 18 \cdot 380 = 6840$$

$$H_2 = 18 \cdot 120 = 2160$$

Die Höhe des Angriffspunktes der Kräfte über Kapitäl kann zu  $\frac{1}{4}$  der Pfeilhöhe gerechnet werden, also im Mittelschiff zu 1,50 m, im Seitenschiff zu 1,00 m.



Die Scheidebögen nebst ihrer Hintermauerung mögen einen Inhalt haben von 5 cbm, also ein Gewicht von  $5 \cdot 2300 = 11\,500 \text{ kgr} = G_1$ .

Das Gewicht des Pfeilers berechnet sich zu:

$$G_2 = 1,25 \cdot 1,25 \cdot 12,00 \cdot 2300 = 43\,125 \text{ kgr.}$$

Man stellt nun für den gesuchten Durchgangspunkt des Druckes P der einen Abstand x von der Mittelaxe haben möge, die Momentengleichung auf

$$G_1 \cdot x + G_2 \cdot x + V_1 (x + 0,35) + H_2 \cdot (12,00 + 1,00) = V_2 \cdot (0,35 - x) + H_1 \cdot (12,00 + 1,50).$$

Danach ist:

$$x = \frac{V_2 \cdot 0,35 + H_1 \cdot 13,50 - V_1 \cdot 0,35 - H_2 \cdot 13,00}{G_1 + G_2 + V_1 + V_2}$$

Werden die oben festgesetzten Zahlenwerte für  $V_2$ ,  $H_1$  u. s. w. eingesetzt, so berechnet sich:

$$x = 0,20$$

d. h. der Mittelpunkt des Druckes liegt um 0,20 m oder 20 cm seitwärts von der Mitte. Der Kern misst nur  $\frac{1}{3}$  der Seite oder  $\frac{1}{6}$  der Diagonale, er hat in der Richtung der letzteren also nur eine Breite von 29,3 cm oder seine Hälfte nur 15,7 cm. Die Druckmitte P liegt also um 4 bis 5 cm ausserhalb des Kernes (vgl. den Grundriss 395a).

Dieser geringe Abstand vom Kern, welcher bewirkt, dass an der Innenseite des Pfeilers ein Stück ohne Pressung bleibt, kann als sehr wohl zulässig bezeichnet werden, falls die äussere Kantenpressung nicht zu gross ausfällt. Bei zentrischem Druck wäre die Pressung auf die Flächeneinheit Gesamtgewicht dividiert durch Grundfläche, ersteres ist  $G_1 + G_2 + V_1 + V_2 = 71\,700$ , die Fläche ist  $1,25 \cdot 1,25 = 1,56 \text{ qm}$  oder  $15\,600 \text{ qcm}$ . Die Pressung auf jeden qm betrüge somit  $71\,700 : 15\,600 = 4,6 \text{ kgr}$ , falls der Druck in der Mitte angriffe. Ginge er durch die Kerngrenze, so wäre die grösste Pressung an der Aussenkante doppelt so gross, also 9,2 kgr. Jetzt wird sie noch etwas grösser ausfallen, jedoch, wie man schon schätzen kann, jedenfalls nur 12 kgr auf einen qcm bleiben, das ist aber für ein gutes Sandsteingemäuer keine zu hohe Pressung, es kann deshalb der Pfeiler als genügend sicher gelten.

Das Fundament wird zweckmässig nach aussen derart verbreitert, dass der Mittelpunkt seiner Sohle um etwa 20 cm gegen die Pfeilermittel verschoben ist, dadurch wird der Druck zentrisch (vergl. Fig. 395). Wiegt das Fundament rund 13 000 kgr, so hat es an seiner Sohle  $71\,700 + 13\,000$  also rund 85 000 kgr Druck zu übertragen. Darf man den Boden mit 2,5 kgr auf den qcm belasten, so wird eine Grundfläche von  $85\,000 : 2,5 = 34\,000 \text{ qcm}$  oder 3,4 qm erforderlich sein, die man zweckmässig so verteilt, wie es Fig. 395a im Grundriss und 395 im Aufriss andeutet. Bei nicht ganz zuverlässigem Boden würde man die Grundfläche besser noch erweitern und ihr der Einfachheit wegen die Form des gestrichelten Rechteckes geben. (Fig. 395a).

Bei dem soeben besprochenen Beispiel fiel die Drucklinie aus dem Kern der Grundfläche hinaus. Wäre statt des übereck gestellten ein sonst ganz gleicher quadratischer Pfeiler verwandt, dessen Seiten den Gewölbachsen parallel gerichtet wären, so würde der Druck gerade noch innerhalb des Kernes liegen und demnach die grösste Kantenpressung geringer werden. Es lohnt, nach derartigen Gesichtspunkten die gängigen Pfeilergrundrisse zu vergleichen.

Die meisten Pfeiler kann man auf die vier Grundrissformen I bis IV in Fig. 396 bringen und zwar auf das Quadrat (event. Rechteck), das regelmässige Achteck, den Kreis und das übereck gestellte Quadrat. Wird angenommen, dass die vier Grundrisse gleichen Flächeninhalt haben, so wird sich ihr Durchmesser in der Richtung des Schubes verhalten wie: 1 : 1,10 : 1,13 : 1,41. Das umgekehrte Verhältnis findet mit dem Durchmesser des Kernes in der gleichen Richtung statt, dieser nimmt nicht zu sondern ab und zwar in dem Verhältnis: 1 : 0,88 : 0,85 : 0,71. Daraus folgt aber, dass für eine Lage des resultierenden Druckes im Kern oder in der Nähe des Kernes

Zentrale  
Pfeiler-  
grundrisse.



der Grundriss I der beste, IV der ungünstigste ist, dass dagegen umgekehrt für einen Angriff des Druckes in der Nähe der Aussenkante I am ungünstigsten, IV dagegen am vorteilhaftesten ist.

Man überzeugt sich davon am besten, wenn man in allen Grundrissen zwei gleich gelegene Druckpunkte P bez.  $P_1$  verfolgt. Fällt der erste Punkt „P“ in III gerade in die Grenze des Kernes, so liegt er in I und II noch innerhalb, in IV aber ausserhalb desselben. Die Kantenpressung wird bei IV am grössten sein, ausserdem wird hier ein Stück m n o an der inneren Ecke ohne Pressung bleiben.

Der Punkt  $P_1$  liegt bei I auf der Aussenkante, so dass hier unbedingt Umsturz erfolgt, bei den anderen Grundrissen liegt er noch innerhalb, wenngleich auch bei diesen die Kantenpressung so gross wird, dass es fraglich ist, ob sie Stand halten würden. Selbst beim Grundriss IV würde der Druck sich nur über eine Fläche s t u verteilen, die kaum  $\frac{1}{6}$  der Gesamtfläche ausmacht, der grösste Kantendruck bei s würde fast 18 mal so gross, als wenn der Druck gleichmässig verteilt wäre.

Immerhin ist es aber möglich, dass bei ungünstiger Drucklage der Pfeiler IV noch seine Standfestigkeit wahrt, wo I bereits zu Grunde gehen würde, besonders ist das möglich, wenn unvorhergesehene Lastschwankungen durch Uebertragung des Windes u. dergl. eintreten können. Allerdings sind solche bedeutende Druckverschiebungen gegen die Kante, auch wenn sie nur zeitweise auftreten, der Haltbarkeit des Pfeilers schon wegen der zu fürchtenden Lockerung der Fugen nicht zuträglich.

Gestreckte  
und unsym-  
metrische  
Pfeiler-  
grundrisse.

Ein Grundriss, der die Vorzüge von I und IV vereinigt, ist das mit dem Schube gleich gerichtete Rechteck (Fig. 397), das ja schon bei romanischen Kirchen Verwendung gefunden. Ähnliche Vorzüge hat ein gotischer Rundpfeiler, der nur in der Richtung der Schiffe, nicht aber in derjenigen der Scheidebögen Vorlagen oder Dienste zeigt (Fig. 398); so der Pfeiler von Mantes, der hinten in Fig. 426 dargestellt ist. Der Pfeiler in der Marktkirche zu Hannover hat unten gleichfalls nur Dienste in der Richtung der Schiffe, während die Scheidebogendienste weiter oben ausgekragt sind. Eine zu grosse Längenentwicklung stört aber den Zusammenhang der Schiffe, man zog daher doch mehr die zentralen Grundrisse vor, so den Rundpfeiler mit 4 Diensten Fig. 399, der seiner statischen Wirkung nach zwischen Kreis und übereck gestelltem Quadrat liegt. Vielfach suchte man sogar die Pfeilerlänge einzuschränken, indem man die Mittelschiffdienste nicht bis zum Boden hinabgehen liess. Auch das ist beim Ueberwiegen des Mittelschiffschubes berechtigt, da ja die Innenkante in diesem Falle wenig oder gar keinen Druck bekommt.

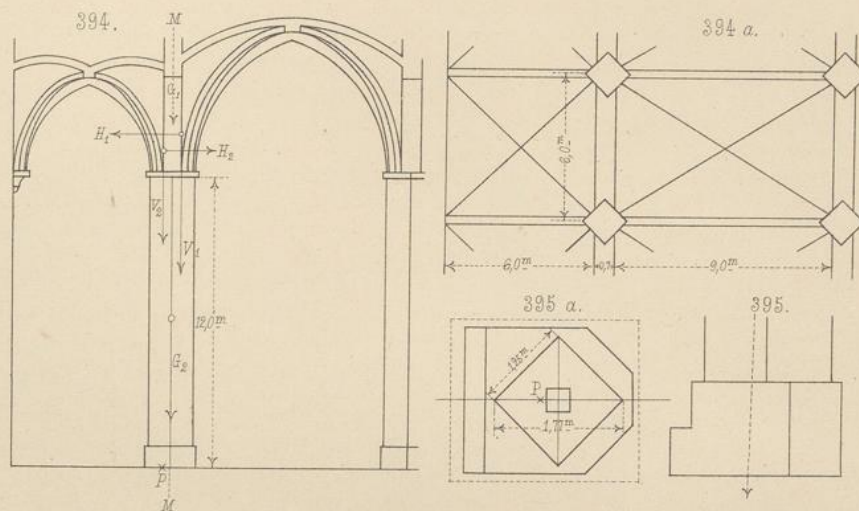
Es ist überhaupt von Vorteil, den Schwerpunkt des unteren Grundrisses so weit als möglich nach dem Seitenschiff zu rücken, die oberen Lasten besonders den Schwerpunkt des Scheidebogens aber mehr dem Mittelschiff zuzuschieben, um dem Ueberwiegen des Mittelschiffschubes entgegenzuarbeiten. So würde z. B. ein nach den beiden Schiffen unsymmetrisch gebildeter Pfeiler nach Art von Fig. 400, wo die architektonische Ausbildung ihn überhaupt zuliesse, statisch besonders geeignet sein können. Er würde an der wenig gepressten Seite nur einen Dienst, an der stark beanspruchten aber zwei Dienste haben und hier eine breite Basis bilden, ausserdem würde sich der in diesem Falle unsymmetrisch gestaltete Scheidebogen gegen das Mittelschiff schieben. Durch derartige Gestaltungen würde man es selbst erreichen können, den Druck durch den Schwerpunkt des Grundrisses zu lenken.

Eine Aufmauerung auf die Scheidebögen kann vorteilhaft für die Ausbalanzierung

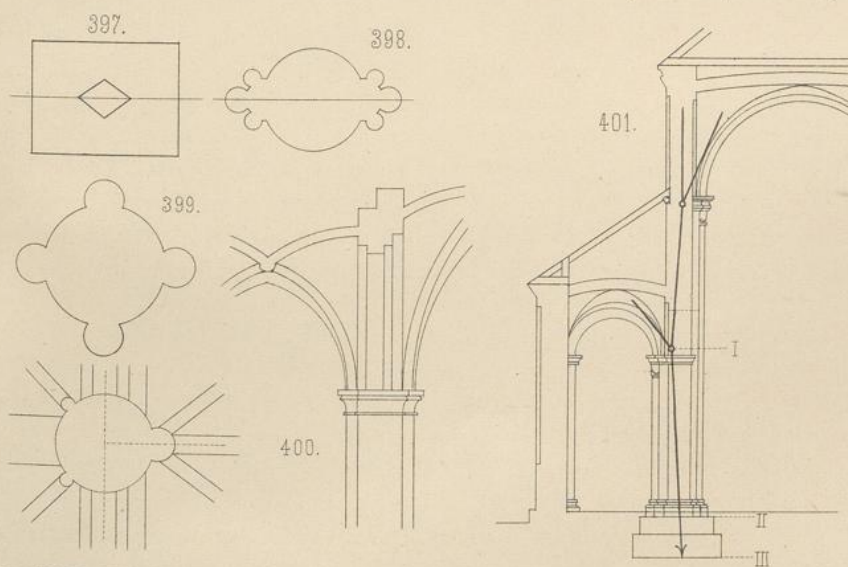
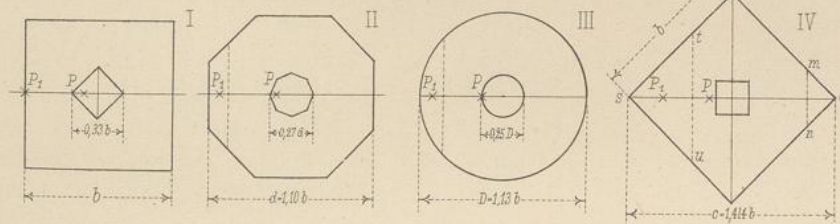


# Tafel XL.

## Stärke der Mittelpfeiler.



## 396. Vergleich von Pfeilern gleicher Grundfläche.







der Kräfte verwandt werden, wenn sie sich ihrer Hauptmasse nach gegen das grössere Mittelschiff schieben lässt. Dient sie dazu das Dachgerüst mit zu tragen, so kommt die Einwirkung des Windes mit in Frage, siehe darüber hinten in einem besonderen Kapitel.

Am vorteilhaftesten gestalten sich die statischen Verhältnisse eines Pfeilers <sup>Ausgleich der Wölbschübe.</sup> immer, wenn man Schwankungen in den Lasten ihm fernhalten und die Wölbschübe sogleich oben von allen Seiten ausgleichen kann. Welche Wege man zu diesem Zwecke bei verschiedenen breiten Schiffen einzuschlagen hat, ist bereits an den Figuren 350 bis 355 gezeigt. Um den grossen Einfluss eines geeigneten Schubausgleiches auf die Pfeilerstärke näher darzuthun, sei ein Beispiel im Anschluss an das vorhin behandelte eingeschaltet.

Beispiel II. In der im Beispiel I (S. 154) vorausgesetzten Hallenkirche (Fig. 394) sollen die Mittelpfeiler aus Sandstein mit 20 kgr zulässigem Druck auf den qcm bei kreisrundem Grundriss so dünn als möglich angelegt werden, damit sie den Raum möglichst wenig beengen. Um die Gewölbschübe auszugleichen, sollen die Gurte der Seitenschiffe übermauert werden, es ist zu bestimmen, wie schwer die Gurtübermauerung zu wählen und welcher Querschnitt den Pfeilern zu geben ist.

Zunächst sei das Gewicht  $V_3$  gesucht, welches auf einer Gurthälfte aufzumauern ist. Es sei vorausgesetzt, dass die Uebermauerung so verteilt wird, dass sie auf den Pfeiler ausser der gesuchten senkrechten Widerlagsbelastung  $V_3$  einen Schub  $H_3 = \frac{1}{3} V_3$  ausübt, der in einer Höhe von 1,20 m über Kapitäl also 13,20 m über Grundfläche des Pfeilers angreift. Am dünnsten wird etwa der Pfeiler, wenn der resultierende Druck gerade durch den Mittelpunkt der Grundfläche geht, ist solches der Fall, so wird für diesen Mittelpunkt die Momentengleichung aufzustellen sein.

$$V_1 \cdot 0,35 + H_2 \cdot 13,00 + H_3 \cdot 13,20 = V_2 \cdot 0,35 + V_3 \cdot 0,35 + H_1 \cdot 13,50.$$

Darin ist nach vorigem Beispiel einzusetzen:

$$V_1 = 10\,260, V_2 = 6840, H_1 = 3240, H_2 = 2160 \text{ und ausserdem } H_3 = \frac{1}{3} V_3.$$

$$10\,260 \cdot 0,35 + 2160 \cdot 13,00 + \frac{1}{3} 13,20 \cdot V_3 = 6840 \cdot 0,35 + 3240 \cdot 13,50 + V_3 \cdot 0,35.$$

Daraus berechnet sich die Unbekannte  $V_3 = 3559$  kgr.

Wird die Uebermauerung aus Sandbruchstein von dem Einheitsgewicht 2300 kgr aufgeführt, so sind zur Erzielung dieser Last erforderlich  $3559 : 2300 = 1,55$  ebn. Der ganze Gurt wird doppelt soviel, also 3,16 ebn Bruchsteinübermauerung erfordern. Es soll nun noch die Pfeilergrundfläche gesucht werden. Bei der Drucklage in der Mitte findet gleichmässige Druckverteilung statt, soll auf jeden qcm 20 kgr kommen, so muss das Gesamtgewicht geteilt durch Grundfläche gleich 20 sein:

Das Gesamtgewicht setzt sich zusammen aus Belastung und Eigengewicht, die Belastung ist  $G_1 + V_1 + V_2 + V_3 = 11\,500 + 10\,260 + 6840 + 3559 = 32\,159$ , das noch unbekannte Eigengewicht  $\frac{D^2}{2} \cdot \pi \cdot 12,00 \cdot 2300$ .

Die gleichfalls noch nicht bekannte Grundfläche ist  $\frac{D^2}{4} \cdot \pi$  qm oder:  $\frac{D^2}{4} \pi \cdot 10\,000$  qcm

$$\text{also: } (32\,185 + \frac{D^2}{4} \cdot \pi \cdot 12,00 \cdot 2300) : \frac{D^2}{4} \cdot \pi \cdot 10\,000 = 20$$

$$\text{oder: } \frac{D^2}{4} \cdot 3,14 \cdot 10\,000 \cdot 20 = \frac{D^2}{4} \cdot 3,14 \cdot 12,00 \cdot 2300 = 32\,185$$

$D^2 = 0,238$ .  $D = 0,49$ . Das heisst der Pfeiler erfordert nur 0,49 m unteren Durchmesser. Im oberen Teil des Pfeilers liegt der Druck nicht genau zentrisch, so dass hier trotz der geringeren Belastung eine kleine Stärkenzugabe nötig sein würde, worüber man sich durch die Aufsuchung des Durchgangspunktes in Kapitälhöhe Rechenschaft geben kann. Es treten aber noch andere Rücksichten hinzu.



Bei Pfeilern dieser Schlankheit (Durchmesser kaum  $\frac{1}{24}$  der Höhe) muss schon mit der Gefahr des Ausbauchens bez. Zerknickens gerechnet werden, ausserdem wird man im Hinblick auf zufällige Lastschwankungen und schliesslich schon des architektonischen Ausdrucks wegen eine grössere Stärke für wünschenswert halten, so dass man den Durchmesser mindestens auf 70 cm vergrössern wird.

Dabei würde unten jeder qcm bei zentralem Druck eine Pressung von 11 kgr bekommen. Das Fundament würde bedeutend gegen den Pfeiler zu erbreitern sein, denn es hat mit seiner Sohle einschliesslich des Eigengewichtes gegen 50 000 kgr zu übertragen. Kann man dem Erdboden mit Sicherheit 2,5 kgr auf einen qcm zumuten, so würde eine Grundfläche von  $50\,000 : 2,5 = 20\,000$  qcm oder 2 qm erforderlich sein, die man aber bei nicht ganz zuverlässigem Boden lieber noch etwas vergrössert. Gerade dort, wo man über der Erde kühn konstruiert, soll man eine gute Gründung nicht verabsäumen, da durch deren Vernachlässigung die meisten Schäden entstehen.

Interessant ist ein Vergleich zwischen der jetzt abgeleiteten Pfeilerstärke gegenüber der im ersten Beispiel für die gleiche Kirche angenommenen. Während die Beanspruchung bei beiden etwa gleich ist, erforderte der quadratische Pfeiler mit 1,25 m Seite 18,7 cbm Mauerwerk, während der 70 cm dicke Rundpfeiler nur einen Inhalt von 4,7 cbm hat, es tritt also eine Ersparnis von rund 14 cbm Werkstein bei jedem Pfeiler ein. Dem steht allerdings ein Aufwand von 3 cbm Bruchsteingemäuer zur Belastung des Gurtes gegenüber, ausserdem muss der äussere Strebpfeiler etwas stärker werden, da die Gurtübermauerung den Schub vergrössert. Das alles ist aber geringfügig gegenüber der Massenersparnis gerade an der Stelle, wo sie so dringend erwünscht ist.

Man erkennt aus diesem Beispiele, wie berechtigt das Streben des Mittelalters war, alle Kräfte möglichst vorteilhaft auszuwägen, man wird ferner einsehen, wie wertvoll für die Ausführung eine wenn auch nur angenäherte (dabei aber genügend umsichtige) Ausmittlung der statischen Verhältnisse der Konstruktionen ist.

#### Basilika ohne Strebesystem.

Der Gang der anzustellenden Untersuchung ist derselbe, der soeben für die Pfeiler der Hallenkirche gezeigt, nur hat man hier ausser dem Pfeiler auch das hinaufgeführte Stück der Mittelwand in Betracht zu ziehen. Man wird zunächst auf das Dachwerk und den Winddruck keine Rücksicht nehmen und ohne diese die Kraftausmittlung vornehmen, sodann wird man diese besonderen Beanspruchungen hinzuziehen und das Verfahren wiederholen (vergl. über Dachlast und Wind das folgende Kapitel).

Am besten setzt man auf graphischem Wege die Kräfte von oben bis unten zusammen, um zunächst ein anschauliches Bild von dem ganzen Verlauf der Spannungen zu erhalten, sodann greift man die am meisten gefährdeten Querschnitte zu näherer Prüfung heraus, wobei man der Genauigkeit wegen eine Berechnung mit hinzuziehen kann (vergl. Beispiele auf S. 155 und 157, sowie die Erläuterungen auf S. 140).

In der Regel kommen in Frage: der Querschnitt in Höhe des Anfanges vom Seitenschiffgewölbe (I in Fig. 401), sodann die Sohle des Pfeilers (II) und schliesslich die Sohle des Fundamentes (III).

Durch ein geschicktes Auswägen der Massen in der Oberwand, dem Pfeiler und den Gewölben, wofür das graphische Verfahren in sprechender Weise die Fingerzeige