Angewandte Perspektive

Kleiber, Max

Leipzig, 1912

Erster Abschnitt. Entwicklung der Lehrsätze und sonstiger Regeln.

urn:nbn:de:hbz:466:1-80387

Erster Abschnitt.

Entwickelung der Lehrsätze und sonstiger Regeln.

---

§ 9. Entstehen eines perspektivischen Bildes in unserem Auge.

Das Licht als die äußere Ursache unseres Sehens hat die Eigenschaft, nach allen Seiten in gerader Linie zu wirken*). Eine solche Lichtwirkung heißt ein Lichtstrahl; von einem jeden Punkte im Raume kann man sich unendlich viele Strahlen nach allen Richtungen hin denken, von allen diesen wird nun einer in das Auge des Beschauers treffen; ein solcher Strahl heißt ein Sehstrahl, weil der gedachte Punkt in der Richtung dieses Strahles gesehen wird**). Sämtliche von einem Gegenstande ausgehenden Sehstrahlen kreuzen sich in der sogen. Krystalllinse als dem optischen Mittelpunkte des Auges***) und erzeugen (indem sie nach innen wieder divergieren) auf der dunklen Rückwand desselben (der Netzhaut oder Retina) ein Bild; dieses Bild ist ein perspektivisches und für uns gleichbedeutend mit dem Sehen. Angenommen, in Fig. 1 sei ORR′ der

---

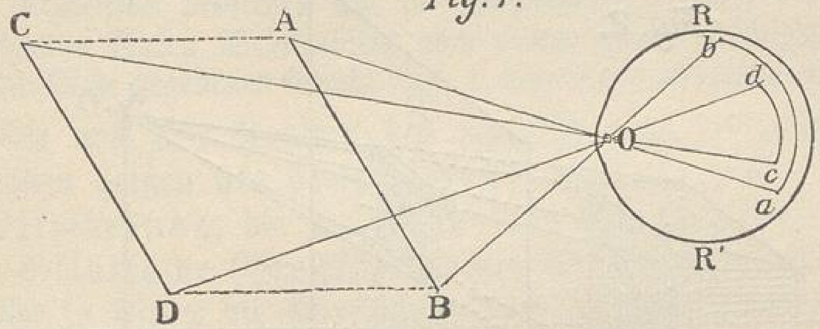
*) Wenigstens kann bei den Entfernungen und sonstigen Verhältnissen, welche hier in Betracht kommen, dieser Satz als richtig angenommen werden.

**) Jegliches Zielen oder Visieren ist ein Beweis hierfür.

***) Die perspektivische Konstruktion setzt das Sehen mit einem Auge voraus.

Durchschnitt eines Auges, O die Krystalllinse und RR′ die Retina, so ist ab das Bild der Geraden, oder richtiger der Strecke AB auf der kugelförmigen Rückwand (Bildfläche) des Auges; denkt man sich nun die betreffende Gerade in größerem Abstand vom Auge, etwa bei CD, so erscheint sie bei cd im Auge um so kleiner, je größer ihr Abstand von demselben ist. Die äußeren von A und B nach dem Auge gehenden Strahlen Aa, Bb bilden nun bei O den Winkel, unter welchem die Strecke AB gesehen wird, jene von C und D

Fig. 1.



den Sehwinkel COD*); letzterer ist, wie leicht ersichtlich, der kleinere Winkel, und daraus erhellt, daß die scheinbare Größe eines Gegenstandes abhängig ist von dem Winkel, unter welchem er gesehen wird, und dieser Winkel um so kleiner sein wird, je größer die Entfernung des Gegenstandes vom Auge ist.

Ein Bild aber, bei welchem an sich gleiche Größen je nach ihrer Entfernung vom Auge ungleich groß erscheinen (sich verjüngen), heißt ein perspektivisches**).

---

*) Ein Winkel wird entweder durch einen Buchstaben in der Nähe des Scheitelpunktes, oder auch durch drei Buchstaben bezeichnet, wobei der mittlere den Scheitelpunkt bedeutet, z. B. Winkel AOB oder Winkel COD gleichbedeutend mit Winkel bei O.

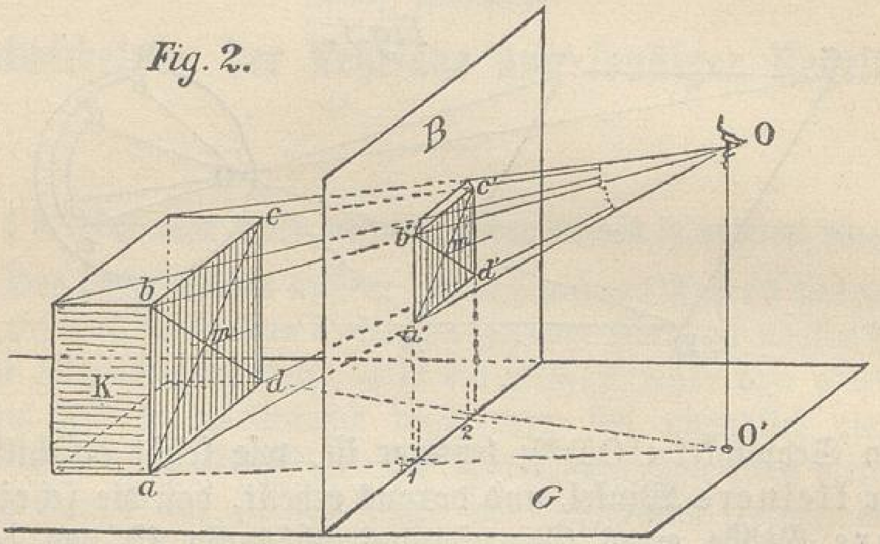
**) Der Umstand, daß auf der Retina das Bild des Gegenstandes verkehrt erscheint, ändert an der Sache nichts, da wir ja infolge anderweitiger physischer und psychischer Vorgänge die Gegenstände dennoch nach ihrer wirklichen Lage, also was oben ist, als oben, und was unten ist, als unten ꝛc. erkennen.

§ 10. Entstehen perspektivischer Umrisse auf einer vor uns gedachten oder aufgestellten Bildfläche.

Um eine klare Vorstellung von dem Entstehen perspektivischer Bilder zu gewinnen, dient am besten der sogen. Glastafel-Apparat, wie ihn Fig. 2 veranschaulicht.

Einem Körper K gegenüber, dessen Umrisse gezeichnet werden sollen, habe der Zeichner seinen Standort eingenommen. Er betrachtet den Körper nur mit einem Auge (O), welches unverändert an demselben Punkte verbleibt.

Fig. 2.



Zwischen dem Körper und dem Auge sei die als durchsichtig gedachte Zeichen- oder Bildfläche (B) aufgestellt; als solche dient in der Regel eine senkrecht stehende ebene Fläche*). Gerade Linien, welche nun aus den verschiedenen Eckpunkten a, b, c, d .... des Körpers nach dem Auge (O) gezogen oder gedacht werden, bezeichnen den Weg der aus diesen Punkten zurückgeworfenen Licht-, bezw. Sehstrahlen.

Fixiert nun der Zeichner für eine jede solche Gerade (Sehstrahl) den Ort, wo sie durch die Bildfläche dringt, wie z. B. aO in a', bO in b' 2c., so sind hier, also in

*) In diesem Werkchen ist nur von einer solchen die Rede, unter der Bezeichnung Bildfläche also stets eine ebene Fläche gedacht.

a′, b′, c′, d′,.... die Bilder der einzelnen Punkte; werden diese in gleicher Ordnung, wie bei dem Körper, verbunden, (also a′ mit b′, b′ mit c′ ꝛc.), so sind die perspektivischen Umrisse des Körpers für diesen Standort (O O′) und für diese Stellung der Bildfläche gefunden.

Wird nun die Entstehung eines perspektivischen Bildes von allem entkleidet, was sich auf das physische Sehen bezieht, und rein geometrisch aufgefaßt, so gelangt man zu folgenden Erklärungen.

§ 11. Jede perspektivische Zeichnung eines Gegenstandes ist eine Projektion desselben auf die Zeichenfläche, wobei die projizierenden Linien (Sehstrahlen) nach einem festen, außerhalb der Zeichenfläche gegebenen Punkte O (d. i. dem Auge) zusammenlaufen.

Die von den Punkten des Körpers nach O laufenden Geraden heißen die projizierenden Linien, oder kurz Projizierende; die Durchschnitte der Geraden mit der Bildfläche (Projektionsebene) die Projektionen*).

Um in Fig. 2 die Durchschnittspunkte, z. B. Punkt a′, in der Bildfläche bestimmen zu können, denke man sich die Projizierende a O in die horizontale Grundebene nach a O′ niedergelegt**). Da nun die untere Fläche des Körpers, welcher der Punkt a angehört, ebenso die Kante 1 2 der Bildfläche, sowie O′ als Fußpunkt des Auges in der gleichen Grundebene liegen, so wird eine in 1 errichtete, der Bildfläche angehörige Senkrechte die Projizierende a O in a′ und ebenso b O in b′ schneiden, weil b O gleichfalls über a O′ liegt. Oder: da das Viereck O b a O′, ebenso die Bildfläche B senkrecht auf der Grundebene stehen, so müssen sich beide Ebenen nach der senkrechten Geraden 1 a′ b′ schneiden. 1 b′ ist also der geometrische Ort für die Durchschnitte der Strahlen a O, b O. Auf gleiche Weise wurden, wie aus

*) **Projizieren, gleichbedeutend** mit Hinwerfen. Projektion, **gleichbedeutend** mit Hinwurf, Entwurf.

**) Die Gerade a O′ kann als die Horizontalprojektion der Strahlen a O, b O, die Gerade d O′ als die Horizontalprojektion der Strahlen d O, c O betrachtet werden, ꝛc.

Fig. 2 leicht ersichtlich ist, auch die übrigen Durchschnitts-punkte c′, d′ … gefunden.

§ 12. Zusammenfassung des Vorstehenden.

I. Lehrsatz: Die perspektivische Projektion irgend eines Punktes ist da, wo die projizierende Linie (Sehstrahl) des Punktes die Bildfläche durchdringt.

§ 13. Ueber die perspektivische Projektion einer zur Bildfläche beliebig geneigten Geraden.

In Fig. 3 sei G die Grundebene, O das Auge, O′ der Fußpunkt desselben auf der Grundebene, B die Bildfläche

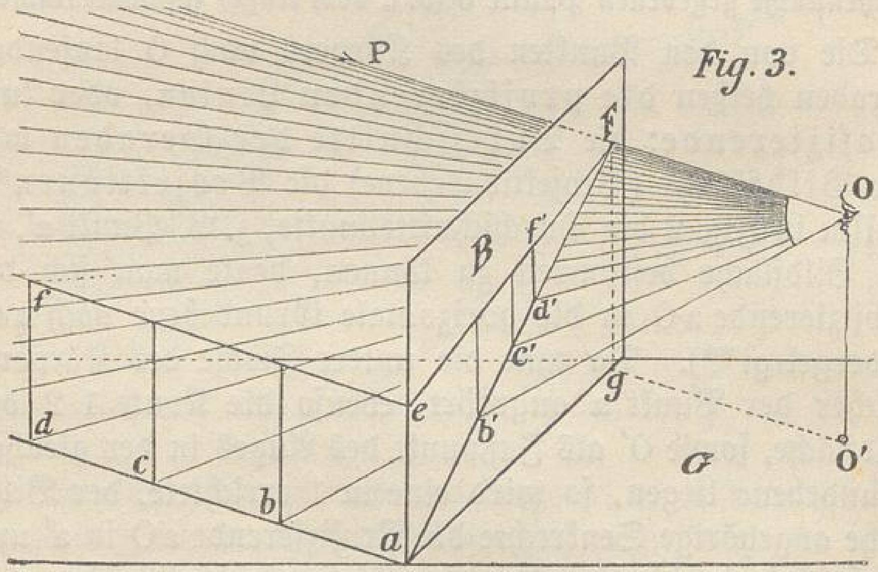


Fig. 3.

und a d eine in der Grundebene liegende Gerade, welche mit dem Endpunkte a an die Basiskante der Bildfläche anstößt. Man bestimme auf der Geraden a d beliebige Punkte, etwa in gleichen Abständen, und suche die Projektionen b′, c′, d′ … (der Endpunkt a ist hier zugleich auch seine eigene perspektivische Projektion) nach der in § 11 erörterten Weise, so wird die Verbindung der Punkte a′, b′, c′, d′ … wieder eine Gerade sein. Es bildet nämlich die Summe der Geraden (Projizierenden), welche von a d nach O gedacht werden können, eine Ebene, welche die hier gleichfalls ebene Bildfläche nach einer Geraden durchschneidet*).

§ 14. Zusammenfassung des soeben Gesagten.

II. **Lehrsatz:** Die perspektivische Projektion einer Geraden auf ebener Bildfläche ist wieder eine Gerade**).

§ 15. Weitere Folgerung aus Fig. 3.

Die auf der Geraden a d angegebenen gleichen Abschnitte a b, b c, c d ... erscheinen in ihrer perspektivischen Projektion ungleich groß; mit anderen Worten: die Projektionen der einzelnen Abschnitte von a d werden in der Richtung gegen F um so kleiner, je mehr diese einzelnen Abschnitte von der Bildfläche entfernt liegen.

§ 16. Ueber den Fluchtpunkt einer Geraden, welche sich von der Bildfläche aus ins Unendliche fortsetzt (verlängert).

Man denke sich die Teilung auf der Geraden a d in der Richtung a d beliebig bis ins unendliche fortgesetzt; es werden so die Projizierenden aus diesen Punkten die Bildfläche in der Verlängerung der Projektion a d′ schneiden, bis endlich die aus unendlicher Entfernung kommende Projizierende oder der aus unendlicher Entfernung kommende Strahl die Lage von P O einnehmen und die Bildfläche in F schneiden wird. Damit ist aber P O parallel zu der gegebenen Geraden a d geworden, oder kann wenigstens als Parallele zu a d betrachtet werden***). F ist nun die äußerste Grenze der Geraden a F, oder die Projektion des denkbar entferntest liegenden Punktes der Geraden a d.

---

*) Zwei Ebenen schneiden sich, wie bekannt, stets nach einer Geraden.

**) Als Bildfläche könnte ausnahmsweise auch eine Kuppel oder sonstige krumme Fläche gelten. In diesem Falle kann die Projektion einer Geraden eine Kurve sein, weil eine Ebene und eine krumme Fläche sich im allgemeinen nach einer krummen Linie schneiden.

***) Gerade, welche nach einem unendlich entfernt liegenden Punkte konvergieren, können immer als Parallele betrachtet werden. Da also der Konvergenzpunkt der Geraden a d und O P hier links in unendlicher Entfernung gedacht ist, so ist damit P O parallel zu d a geworden.

a F ist im perspektivischen Sinne eine unendlich lange Gerade. F heißt ihr Fluchtpunkt oder ihre Flucht*) und a ist hier ihr Anfangs- bezw. Fußpunkt. PO heißt der Parallelstrahl zu ad. Da die Gerade ad in der horizontalen Grundebene liegt, so ist offenbar ihr Parallelstrahl PO ebenfalls horizontal und der Abstand Fg von der Grundebene gleich dem Abstande OO′, d. h. gleich dem Abstande des Auges von der Grundebene. O′g ist die Horizontalprojektion von OF (O′g parallel und = OF). Hätte man also die Flucht F für die Projektion der Geraden ad ohne weiteres und direkt in Fig. 3 bestimmen wollen, so wäre dies sehr einfach in folgender Weise geschehen:

Man ziehe OF, O′g parallel zu ad, errichte in g eine Senkrechte; dann wird der Parallelstrahl durch letztere in F geschnitten werden.

§ 17. **Zusammenfassung des im § 16 Gesagten.**

III. **Lehrsatz:** Die perspektivische Projektion einer Geraden hat ihre Flucht da, wo der Parallelstrahl dieser Geraden die Bildfläche schneidet.

§ 18. **Ueber die perspektivischen Projektionen von parallelen Geraden.**

In Fig. 3 sei ef eine über ad liegende und zu ad parallele Gerade; nach Lehrsatz III hat ef den gleichen Parallelstrahl (PO) mit ad gemeinsam und somit ist F auch die Flucht dieser zweiten mit ad parallelen Geraden ef ꝛc.

§ 19. **Der hieraus folgende Lehrsatz.**

IV. **Lehrsatz:** Die perspektivischen Projektionen von parallelen Geraden haben eine gemeinsame Flucht (Fluchtpunkt).

§ 20. **Erster Zusatz.**

Die Projektionen von Geraden, welche zur Bildfläche parallel sind, bleiben geometrisch parallel (haben keine Flucht).

*) In älteren Werken auch Verschwindungspunkt genannt.

Dieser Satz bildet keineswegs eine Ausnahme von der Regel, sondern nur einen besonderen Fall. Es können nämlich solche Gerade deshalb keine gemeinsame Flucht haben, weil ihr Parallelstrahl die Bildfläche nicht schneidet*), da er ja selbst parallel mit dieser geworden ist.

Man betrachte Fig. 2; hier sind z. B. die Körperkanten a b, d c und ebenso die Kanten a d, b c paarweise unter sich und auch mit der Bildfläche parallel, und das gleiche wird man auch bei den Projektionen dieser Kanten wahrnehmen, nämlich: a′b′ parallel d′c′ und a′d′ parallel b′c′, weil hier die Parallelstrahlen zu den betreffenden Kanten die Bildfläche nicht treffen können, indem der eine in der senkrechten Richtung O O′, der andere in horizontaler, mit der Bildfläche paralleler Lage sein würde.

§ 21. **Zweiter Zusatz.**

Gleiche oder proportionierte Abschnitte auf Geraden, welche zur Bildfläche parallel sind, projizieren sich auf letzterer wieder als geometrisch gleiche oder gleich proportionierte Abschnitte. Mit anderen Worten: Auf solchen Geraden können alle Größen geometrisch angetragen werden.

Man betrachte bei dem Körper K (Fig. 2) das zur Bildfläche parallele Viereck a b c d und die darin angegebenen Diagonalen a c, b d, welche, weil sie in einer zur Bildfläche parallelen Ebene liegen, deshalb auch selbst mit ersterer parallel sein müssen, und man wird ersehen, daß sich auch die perspektivischen Projektionen a′c′, b′d′ dieser Diagonalen in m′ geometrisch halbieren, wie dieses mit a c, b d bei m der Fall ist. Oder: Hätte man z. B. a b in drei, a d in zwei geometrisch gleiche Teile eingeteilt und die Projizierenden nach O gezeichnet, so würden sich auch auf a′b′ drei und auf a′d′ zwei geometrisch gleiche Teile ergeben haben. Daraus erhellt ferner, daß auch die Projektionen a′b′, d′c′ und a′d′, b′c′ ebenso wie bei dem Körper K paarweise unter

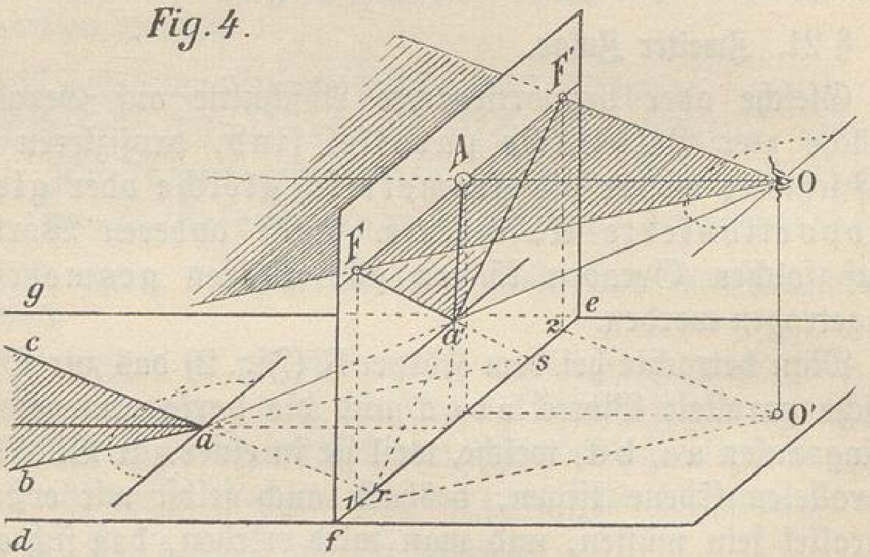
*) Siehe Lehrsatz III.

sich gleich lang sind, somit das Viereck a′b′c′d′ dem Viereck abcd geometrisch ähnlich ist. Es wird also jede ebene Flächenfigur, z. B. ein Quadrat oder ein Kreis, in diesem Falle wieder als Quadrat oder Kreis erscheinen und nur um so kleiner werden, je weiter die betreffende Figur von der Bildfläche entfernt ist.

§ 22. Erörterungen über zwei Gerade, welche beide zur Bildfläche geneigt, sich in einem Punkte schneiden, also einen Winkel bilden.

In Fig. 4 seien bas und car zwei in der Grundebene liegende, in a sich schneidende Gerade. Man ziehe durch O

Fig. 4.



den Parallelstrahl zu sab und markiere den Durchgangspunkt F dieses Strahles nach der in § 16 angegebenen Weise. Desgleichen ziehe man den Parallelstrahl zu rac und markiere F′; verbindet man nun s mit F und r mit F′, so sind diese Geraden die perspektivischen Projektionen der beiden Geraden sab, rac, wenn selbe in der Richtung von a gegen b und c ins Unendliche verlängert gedacht werden, und Fa′F′ ist die perspektivische Projektion des Winkels bac.

Betrachtet man nun den Winkel, welchen die beiden Parallelstrahlen FO, F′O bei O bilden, so ist leicht zu erkennen, daß dieser Winkel geometrisch gleich sein muß dem Winkel bac, d. h. gleich dem Winkel, den die beiden Geraden ba, ca bei a bilden, weil ja OF parallel zu ab und OF′ parallel zu ac gezeichnet wurde.

§ 23. Weitere Erklärungen über Fig. 4.

Da die Winkelebene bac hier mit der Grundebene zusammenfällt, also horizontal ist, so wird notwendig auch die durch die betreffenden Parallelstrahlen gebildete Winkelebene eine horizontale sein und demgemäß die Bildfläche nach der horizontalen Geraden FF′ schneiden (1F = 2F′ = O′O).

Diese Gerade FF′ heißt der Horizont, weil derselbe zugleich die perspektivische Projektion der äußersten Grenze einer horizontalen Ebene, z. B. der Meeresfläche ist.

Denkt man sich durch das Auge (O) eine horizontale, rechtwinklige Gerade gegen die Bildfläche gezogen, so wird letztere in A durch die betreffende Gerade geschnitten werden. A heißt der Augenpunkt, weil er auf der Bildfläche diejenige Stelle bezeichnet, welcher rechtwinklig gegenüber das Auge des Beschauers sich befindet*). Die Entfernung AO, d. h. die kürzeste Entfernung des Auges von der Bildfläche, heißt die Augendistanz, und OA, als unbegrenzte Gerade gedacht, wollen wir als den Hauptstrahl bezeichnen.

§ 24. Eine oder mehrere Gerade, welche zur Bildfläche rechtwinklig, also mit dem Hauptstrahl parallel sind, haben ihre Flucht im Augenpunkte, weil in diesem Falle OA zugleich der Parallelstrahl zu diesen Geraden ist; so würden z. B. die perspektivischen Projektionen von fd und von eg nach A konvergieren.

*) Der Augenpunkt kann als die rechtwinklige (orthogonale) Projektion des Auges auf die Bildfläche betrachtet werden.

§ 25. Alle horizontalen Geraden, sofern sie nicht mit der Bildfläche selbst parallel sind, haben ihre Flucht im Horizonte, weil alle dazu möglichen Parallelstrahlen ebenfalls horizontal, die Bildfläche in der Augenhöhe, also im Horizont schneiden müssen.

Ebenso erhellt, daß alle wagrechten Ebenen ihre Flucht im Horizonte haben, weil alle einer solchen Ebene angehörigen (in ihr liegenden) Geraden horizontale sind. Oder mit anderen Worten, der Horizont ist die Fluchtspur (Fluchtlinie) für alle im allgemeinen unbegrenzt gedachten wagrechten Ebenen*).

§ 26. Formulierung des aus Fig. 4 folgenden Lehrsatzes.

V. **Lehrsatz:** Jeder perspektivisch zu zeichnende Winkel kann am Auge geometrisch angetragen werden**).

§ 27. Praktische Anwendung dieses Lehrsatzes.

In Fig. 5 sei die Bildfläche nunmehr so angenommen, daß der Leser selbst als Beschauer vor derselben gedacht ist; sein Auge befindet sich dem Augenpunkte A rechtwinklig (perpendikulär) gegenüber; HH′ sei der Horizont, d. h. der Schnitt einer durch das Auge gelegten horizontalen, mithin zur Bildfläche rechtwinkligen Ebene, und die Entfernung AO, d. i. die Entfernung des Auges vom Augenpunkte, welche in Fig. 5 räumlich vor A zu denken ist, sei gleich irgend einer gegebenen Strecke, z. B. gleich A′O in Fig. 5.

Ist nun a als Eckpunkt eines Körpers gegeben, dessen linksseitige Basiskante ab in irgend einem Punkt F des Horizontes ihre Flucht hat, so wissen wir zunächst, daß ab und alle nach F laufenden Geraden in Wirklichkeit horizontal und parallel sind (siehe § 25 und Lehrsatz IV).

---

*) Dieser Satz hat übrigens für jede Lage der Ebene insofern allgemeine Gültigkeit, als die Flucht einer Ebene immer eine Gerade (Fluchtspur) ist. Näheres darüber siehe §§ 145 bis 153.

**) Für die Anwendung ist dieser Lehrsatz einer der wichtigsten.

Ferner ist auch die Lage der Geraden ab zur Bildfläche vollständig bestimmt, sofern, wie hier, der Abstand des Auges (A'O) von der Bildfläche gegeben war. Man denke sich nun die Strecke A'O senkrecht über A aufgestellt, so daß A' nach A, und O im Raume vor A zu liegen kommt, und verbinde in Gedanken F mit O; wir erhalten so ein rechtwinkliges Dreieck FAO, dessen erste Kathete FA mit der Strecke FA des Horizontes zusammenfällt und dessen zweite

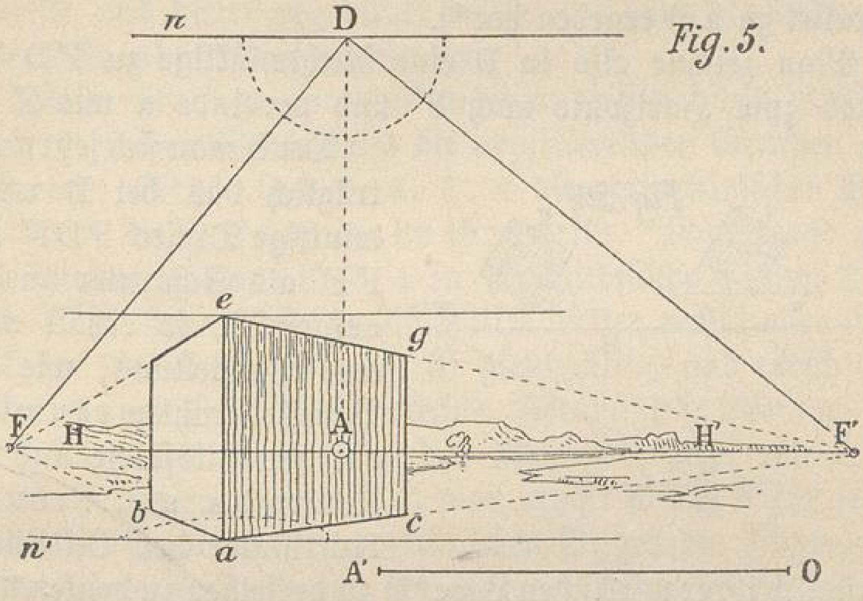


Fig. 5.

Kathete AO rechtwinklig zur Bildfläche zu denken ist, während die Hypotenuse FO schief zur Bildfläche steht*). Diese Hypotenuse ist nun nichts anderes als der Parallelstrahl zu der perspektivischen Geraden ab, und letztere bildet daher mit der Bildfläche den gleichen Winkel wie der Parallelstrahl FO.

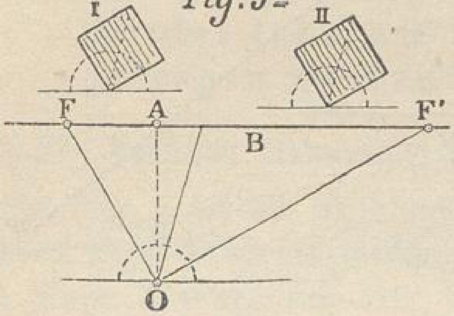
Bisher hatten wir uns das erwähnte Dreieck räumlich über FA gedacht; um jedoch weiter operieren zu können, denke man sich das Dreieck um FA als Scharnier in die

*) Der Anfänger schneide sich aus dünnem Karton (Visitenkarte) ein Dreieck gleich FAD aus und stelle es mit der Kathete FA über FA in Fig. 5 auf; so veranschaulicht die Ecke D die Stelle O, wo das Auge räumlich vor der Bildfläche gedacht ist.

Bildfläche (etwa nach aufwärts) in FAD umgeklappt; es bedeutet dann D den umgelegten Punkt O, oder was dasselbe ist, die Umlegung des Auges, FD die Umlegung des Parallelstrahles und AD die Augendistanz (Entfernung des Auges von der Bildfläche). Soll nun die Horizontale ac perspektivisch rechtwinklig zu ab sein, so muß der gewünschte rechte Winkel zuerst bei D (also am Auge) geometrisch angetragen werden, wodurch sich ein zweiter Fluchtpunkt F′ und damit die Richtung ac (desgleichen eg als perspektivisch parallel zu ac) ergeben hat*).

Man zeichne also in D eine Rechtwinklige zu FD bis herab zum Horizonte nach F′ und verbinde a mit F′ 2c.

Fig. 5a



Denkt man sich jetzt nachträglich das bei D rechtwinklige Dreieck FDF′ um FF′ als Scharnier wieder aufgestellt, so erhält man eine Vorstellung, wie die Parallelstrahlen räumlich vor der Bildfläche und die Kanten ba, ac... räumlich hinter der Bildfläche, bezüglich ihrer wirklichen Lage**) zu derselben zu denken sind.

Des weiteren ergiebt sich hier wohl von selbst, daß die wahre Größe des perspektivischen Winkels n′ab (Fig. 5) gleich ist dem geometrischen Winkel nDF 2c.

Eine Gerade wie n′a heißt die Grundlinie, und der Winkel, den die Gerade ba mit der Grundlinie an′ bildet,

---

*) Vergl. Lehrsatz V, Fig. 4.

**) Unter der Lage eines Körpers zur Bildfläche ist hier nicht seine Entfernung von derselben, oder seine mehr oder minder seitliche Stellung zu verstehen, sondern lediglich die Lage seiner Kanten und Flächen, wenn dieselben etwa bis zur Bildfläche verlängert würden. So haben die Körper, deren Grundrisse hier in I und II (Fig. 5a) angedeutet sind, im obigen Sinn die gleiche Lage zur Bildfläche B, weil OF, OF′ die Parallelstrahlen für die Kantenrichtungen der beiden Körper sind. O ist hier das Auge, A der Augenpunkt und AO die Augendistanz. Das Ganze hat man sich als Grundriß (Ansicht von oben) vorzustellen.

ist gleich dem Winkel, welchen die Gerade **ba** mit der Bildfläche einschließt, nämlich gleich dem Winkel nDF.

§ 28. **Es soll das perspektivische Bild eines Gegenstandes aus den geometrischen Projektionen abgeleitet und damit zugleich das in § 27 Gesagte noch weiter begründet werden.**

a) In Fig. 6 (S. 22) sei PP′ die Projektionsachse, W der Grundriß und W′ der Aufriß (Horizontal- und Vertikalprojektion) eines Würfels; die Bildfläche sei in (B, B′) aufgestellt, und dieser gegenüber bei (O, O′) habe der Beschauer seinen Standpunkt eingenommen.

Zieht man nun zunächst im Grundriß aus den Punkten a, b, c, d der Würfelbasis die projizierenden Geraden aO, bO, cO, dO, so sind 2, a, 3, 4 die perspektivischen Projektionen dieser Eckpunkte im Grundrisse. Man trage nun die Abschnitte 2a, a3, 3, 4 in die Bildfläche B″, nach 2″a″, a″3″, 3″4″ über (ob diese Abschnitte weiter rechts oder links auf der Geraden gl liegen, ist gleichgültig) und errichte in den einzelnen Punkten Senkrechte. Ferner ziehe man aus den gleichbenannten Eckpunkten des Aufrisses, also aus a′, b′, c′, d′, Projizierende nach O′; man erhält so auf B′ für jeden einzelnen Punkt des perspektivischen Bildes die Höhenlage, bezw. seinen Abstand von der Geraden (Grundlinie) gl.

Um also beispielsweise Punkt c″ zu bestimmen, errichte man aus 3″ eine Senkrechte, ziehe sodann die Projizierende c′O′ und trage den Abschnitt a′s von 3″ aus in 3″c″ auf; dann ist c″ das perspektivische Bild der Würfelecke (c, c′); auf gleiche Weise wurden alle übrigen Punkte des Bildes B″ gefunden*).

b) Ferner beachte man, daß (O, O′) gerade der Eckkante (a, a′) des Würfels gegenüber angenommen wurde**) und

*) Aus dem hier dargestellten Verfahren erklärt sich auch die Bedeutung des Wortes „Zentralprojektion“, welches mitunter statt des Wortes „Perspektive“ für diese Wissenschaft angewendet wird, indem hier der Punkt (O, O′) als das Projektionszentrum angenommen ist, in welchem alle Projizierenden sich vereinigen.

**) Dies geschah übrigens nur der Vereinfachung wegen und hätte (O, O′) ebensogut mehr nach der einen oder anderen Seite hin angenommen werden können.

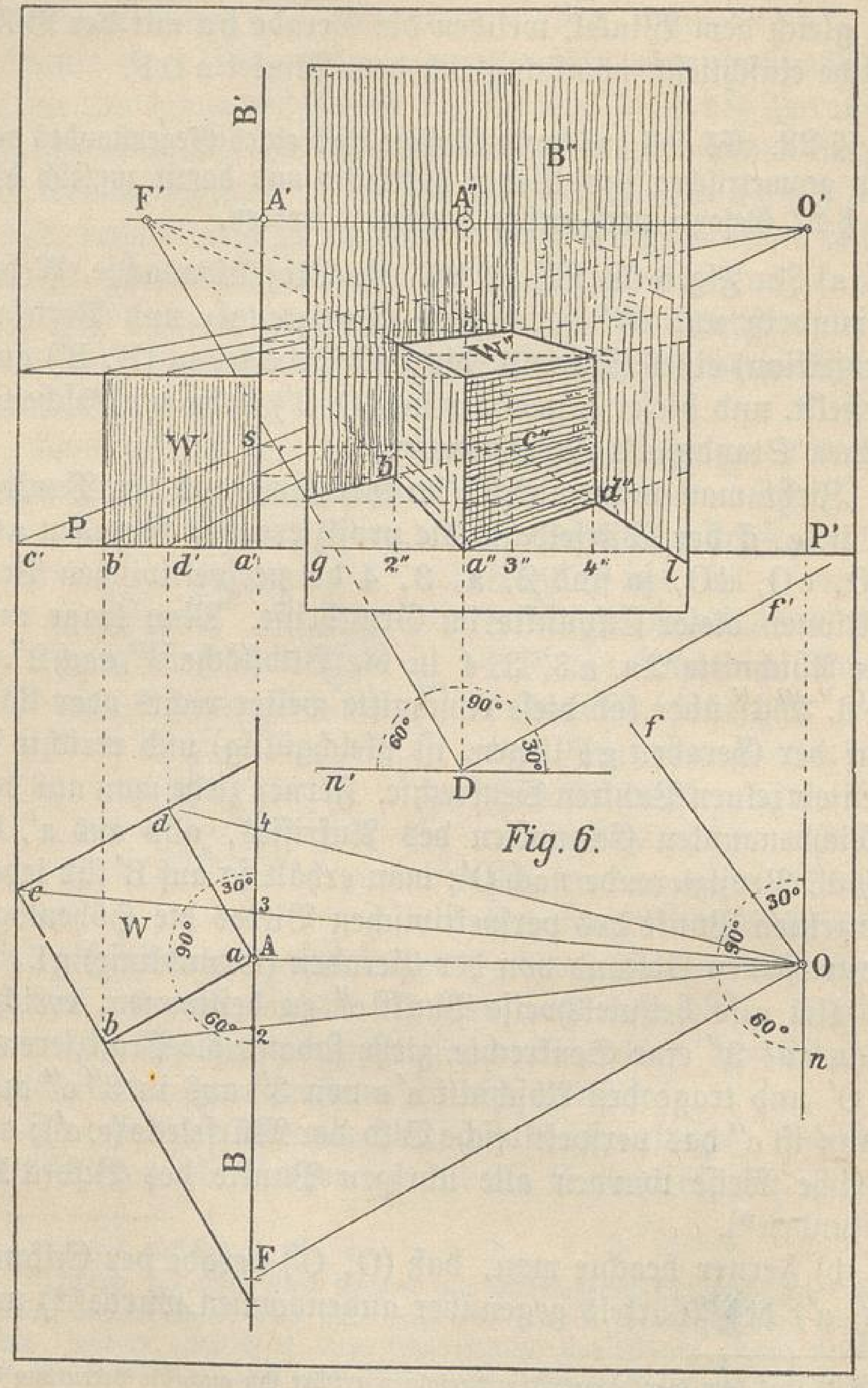


Fig. 6.

der Grundriß A des Augenpunktes deshalb mit der Ecke a zusammenfiel. Da nun P' O' den Abstand des Auges von der Grundrißebene oder auch Grundebene darstellt, so folgt daraus, daß der Augenpunkt im Bilde B'' senkrecht über a'' nach A'' fallen und sein Abstand von der Grundlinie g l gleich der Höhe P'O' sein mußte. Die durch A'' gehende Wagrechte ist der Horizont. Verlängert man nun die Basiskante a''b'' des Würfels bis zum Horizonte in F', so ist F' der Fluchtpunkt derselben, sowie aller nach links verlaufenden Würfelkanten. Trägt man jetzt die Strecke A''F' im Grundrisse von A nach F und verbindet F mit O, so ist FO der Parallelstrahl zu ab und zu allen mit ab parallelen Geraden.

Zeichnet man Of parallel zu ad, so ist, wie leicht ersichtlich, dieses die Richtung des zweiten Parallelstrahles und der Winkel bei O ebenso wieder ein rechter, wie der Winkel a des Quadrates abcd. Die Gerade Of entsprechend gegen den Grundriß der Bildfläche verlängert würde auf dieser den Abstand des zweiten Fluchtpunktes von dem Augenpunkte A ergeben, und dieser Abstand von A'' nach rechts auf den Horizont getragen würde den zweiten Fluchtpunkt für die Kanten a''d'', b''c''... des perspektivischen Bildes B'' ergeben haben. In Fig. 6 ist schließlich die Augendistanz (AO, A'O')*) von A'' rechtwinklig zum Horizonte nach abwärts in A''D angetragen und F' mit D verbunden worden, so daß nun Dreieck A''F'D kongruent dem Dreieck AFO ist.

Hätte man Df' (rechtwinklig zu F'D) bis zum Horizont des Bildes B'' verlängert, so würde auch hierdurch der zweite Fluchtpunkt für die nach rechts laufenden Kanten**) a''d'', b''c'' .... des perspektivischen Bildes gefunden worden sein.

Bei der Betrachtung der Fig. 6 wird man leicht ersehen, daß auch die Winkel bAF und FOn im Grundrisse einander gleich und gleich dem Winkel F'Dn', hier z. B. gleich 60°, sind.

---

*) Vergl. § 27, Fig. 5.

**) Der Raum gestattet es hier nicht, diesen zweiten Fluchtpunkt anzugeben.

Um also die Richtungen der Würfelkanten (abgesehen von den Längen derselben) im Bilde B″ ohne Zuhilfenahme der geometrischen Projektionen in der gleichen Lage zu erhalten, hätte man, nachdem a″ als die erste Ecke, A″ als der Augenpunkt und A″D als die Augendistanz gegeben waren, lediglich in D an n′D denjenigen Winkel konstruiert (hier z. B. = 60°), unter welchem die Kante a″b″ zur Bildfläche, bezw. zu gl perspektivisch geneigt sein soll, und F′ wäre damit bestimmt gewesen; ebenso würde sich der Fluchtpunkt rechts durch die Verlängerung von Df′ auf dem Horizonte ergeben haben.

Zur Erklärung, wie die Perspektive eines Würfels aus seinen beiden geometrischen Projektionen abgeleitet werden kann, hätte das in § 28 unter a) Gesagte genügt. Indem wir aber unter b) den Gegenstand noch weiter verfolgt haben, sind wir, wenn auch auf etwas anderem Wege, zu dem gleichen Ergebnis gelangt, wie es in § 26 durch Lehrsatz V formuliert und in § 27 des weiteren erörtert wurde.

Weitere Erklärungen über Horizont, Augenpunkt, Distanz, Fluchtpunkt etc.

Folgendes soll dem Leser noch einmal dasjenige vor Augen führen und ergänzen, was im Abschnitt I bisher erörtert wurde und für weiterhin von Belang ist.

§ 29. Der Horizont eines Bildes und seine Bedeutung für dasselbe.

1. Unter dem Horizont versteht man eine wagrechte Gerade, welche auf der Bildfläche die Höhe bezeichnet, in welcher das Auge des Beschauers vor derselben gedacht ist*),

*) Der Umstand, daß dies in Wirklichkeit bei Betrachtung eines Bildes selten der Fall ist, indem dasselbe z. B. meist höher angebracht ist, als der Beschauer seinen Standpunkt einnimmt, ändert so wenig etwas an dem Eindruck, den wir erhalten, als wir ja auch die in einem Bilde stehenden Figuren keineswegs als liegend betrachten, wenn die Zeichnung etwa auf einen Tisch gelegt wird. Wir verlangen von einem Bilde keine optische Täuschung, sondern nur, daß die perspektivische Einheit darin gewahrt bleibe, und können uns in diesem Falle leicht auf den gedachten Standpunkt des Zeichners versetzen.

oder auch den Schnitt einer durch das Auge gelegten, wagrechten, also zur Bildfläche rechtwinkligen Ebene.

2. Der Horizont ist die Grenzlinie einer weit ausgedehnten Ebene, oder des Meeres und der Luft. Unter dem Horizonte kann also keine Luft, über demselben keine Wasserfläche sichtbar sein.

3. Alle wagrechten, zur Bildfläche nicht parallelen Geraden haben ihre Flucht im Horizonte.

4. Von der Annahme des Horizontes ist der Eindruck, den ein Bild macht oder machen soll, vielfach abhängig; bei hoch angenommenem Horizont erhalten die Gegenstände mehr Aufsicht. Bei tiefem Horizont werden sich dieselben mehr verkürzen und die im Hintergrunde liegenden mehr verdeckt sein. Je nach dem Motiv, das dargestellt werden soll, kann er hoch oder niedrig angenommen werden, ohne daß dadurch die ästhetische Wirkung des Bildes beeinträchtigt wird. Ein dem Gegenstande nicht entsprechender, zu tiefer Horizont ist ebenso ein Fehler, wie ein zu hoher. Bei Darstellung einer niederen Bauernstube wird der Horizont im allgemeinen und im Verhältnis zur Bildhöhe jedenfalls höher liegen müssen als bei der Darstellung der Innenansicht einer Kathedrale oder eines sonstigen hohen Raumes. Eine bestimmte, für einzelne Fälle gültige Regel über die Annahme des Horizontes läßt sich überhaupt nicht aufstellen; es bleibt dies immer dem Geschmacke und der Intention des Künstlers überlassen.

§ 30. Der Augenpunkt und seine Bedeutung in Bezug auf den darzustellenden Gegenstand.

1. Der Augenpunkt bezeichnet diejenige Stelle auf dem Bilde, der gegenüber das Auge des Beschauers sich befindet oder gedacht ist. Der Augenpunkt liegt daher stets auf dem Horizont und ist durch diesen seiner Höhenlage nach bedingt.

2. Alle zur Bildfläche rechtwinkligen Geraden haben ihre Flucht im Augenpunkte (§ 24).

3. Der Augenpunkt soll im allgemeinen so ziemlich in der Mitte der Bildbreite liegen; indes können auch hier Gründe obwalten, welche eine nicht allzugroße Verschiebung nach der einen oder anderen Seite hin rechtfertigen. Dies trifft insbesondere bei der Darstellung von Gegenständen in sogen. gerader Ansicht (Frontstellung) zu, wenn man, wie z. B. bei Innenansichten, die eine oder die andere Seite der Architektur, um vielleicht eine monotone Symmetrie zu vermeiden, mehr hervorheben will. Auf keinen Fall aber darf der Augenpunkt allzusehr nach dem seitlichen Rande oder gar darüber hinausgerückt werden, weil dem Beschauer damit ein Standpunkt vor dem Bilde zugemutet würde, welchen er bei Betrachtung desselben sicher nicht einnehmen wird*).

4. Im allgemeinen läßt sich sagen: Da, wo der Künstler das Hauptmoment irgend einer Handlung hinverlegt, d. h. an derjenigen Stelle, an welche er vor allem das Auge des Beschauers fesseln will, bestimme er den Augenpunkt.

§ 31. Die Augendistanz und ihr Einfluß auf die Erscheinung der dargestellten Gegenstände.

1. Unter Augendistanz versteht man die kürzeste Entfernung des Auges von der Bildfläche (dem Augenpunkt).

2. Ihre Wahl ist von größtem Einfluß in Bezug auf die größere oder geringere Verkürzung der Gegenstände. Eine zu kurze Distanz giebt den gezeichneten Gegenständen ein verzerrtes, unschönes Aussehen, indes kann auch eine zu weite Distanz zum Fehler werden.

Man legt am besten diejenige Distanz zu Grunde, welche der Beschauer einnehmen wird, um das Bild bequem zu übersehen.

---

*) Man könnte hier einwenden, daß dies ja auch bezüglich der Höhenlage des Horizontes nicht der Fall ist. Allein hier verhält sich die Sache doch etwas anders. Ueber die höhere oder tiefere Placierung eines Bildes werden wir uns deshalb leichter hinwegsetzen, weil wir durch den Gebrauch des Aufhängens daran gewöhnt sind. Stets aber wird der Beschauer vor die Mitte unter dem Bilde hintreten, weil ihm hierzu in fast allen Fällen die Möglichkeit geboten ist. Wo in den folgenden Beispielen diese Regel nicht berücksichtigt wird, geschieht es nur zwecks der Deutlichkeit der dort vorkommenden Konstruktionen.

Um dieses gleichzeitige Ueberschauen zu ermöglichen, wird der Beschauer sich zum mindesten so weit von dem Bilde entfernen, als die größte Ausdehnung desselben nach Höhe oder Breite beträgt. Bei dieser Entfernung wird sich ein Sehwinkel von ungefähr 50° ergeben, wodurch also der größte Sehwinkel, mithin die kleinste Distanz bestimmt wird, welche bei perspektivischen Zeichnungen oder Bildern angenommen werden soll.

3. Eine Distanz, welche gleich ist der eineinhalb- bis zweimaligen Längen- oder Höhenausdehnung des Bildes, dürfte am meisten zur Anwendung kommen.

4. Eine bestimmte Regel, wie die Distanz in einzelnen Fällen angenommen werden soll, läßt sich auch hier nicht geben und zwar aus den gleichen Gründen, wie sie schon bei der Erklärung von Horizont und Augenpunkt angedeutet wurden. Uebrigens wird sich in der Folge ergeben, daß die Augendistanz sehr häufig indirekt, etwa durch die Annahme einer Verkürzung, oder einer bestimmten perspektivischen Winkelgröße bedingt wird.

5. Es sei hier noch ein Umstand erwähnt, welcher leicht zu Mißverständnissen bezüglich des Vorhergehenden führen könnte. Nämlich: Es giebt bekanntlich eine Grenze der Sehweite, d. h. eine Grenze, bis zu welcher ein Gegenstand von bestimmter Größe noch erkennbar ist, jenseit welcher er aber unserem Auge entschwindet*). Aehnliches ist auch der Fall, wenn wir einen Gegenstand zu nahe betrachten; seine Umrisse werden alsdann verschwommen und undeutlich, wie sich jeder beim Lesen eines Buches überzeugen kann.

Für ein gesundes, normales Auge ist nun diese Grenze des deutlichen Sehens in der Nähe auf 24 cm festgestellt worden. Bei einem Bilde, welches also zufällig diese Ausdehnung hätte, wäre der Abstand von 24 cm schon aus

*) Selbstverständlich ist diese Grenze nicht für jedes Auge gleich; für ein normales dürfte sie erreicht sein, wenn ein Gegenstand, z. B. ein Luftballon, 3000 mal so weit entfernt ist, als seine eigene Größe oder Ausdehnung beträgt, da in diesem Falle der Sehwinkel nur noch eine Bogenminute beträgt.

diesem Grunde die kleinste Distanz, welche angenommen werden dürfte.

Jedes Bild, dessen größte Ausdehnung weniger als 24 cm beträgt, kann dagegen als mechanische Verkleinerung eines gedachten oder vorhandenen Bildes betrachtet werden, wobei sich dann auch die betreffende angenommene Distanz des Originals mit verkleinert; in diesem Sinne können Bilder unter 24 cm Ausdehnung als Miniaturbilder bezeichnet werden.

§ 32. Ueber den Fluchtpunkt (die Flucht) einer oder mehrerer Geraden.

Man versteht darunter einen Punkt, in welchem das Bild einer unendlich langen Geraden ihre entfernteste sichtbare Grenze erreicht hat, bezw. in welchem alle in Wirklichkeit parallelen Geraden zusammenlaufen (konvergieren). Gerade, welche eine gemeinsame Flucht haben, sind im perspektivischen Sinne parallel.

§ 33. Alle horizontalen, unter sich parallelen Geraden haben ihre Flucht in einem Punkte des Horizontes, sofern sie nicht zur Bildfläche selbst parallel sind (vergl. § 19).

Alle von der Bildfläche ansteigenden Geraden haben ihre Flucht über, und alle von der Bildfläche abfallenden (nach abwärts geneigten) ihre Flucht unter dem Horizonte.

§ 34. Ueber die Fluchtspur einer unbegrenzt gedachten Ebene.

Unter der Fluchtspur (Flucht) einer Ebene versteht man eine Gerade, welche im allgemeinen eine beliebige Lage auf der Bildfläche einnehmen kann, je nachdem die betreffende Ebene wagrecht, bezw. senkrecht oder schief zur Bildfläche gedacht ist*).

---

*) So ist z. B. der Horizont die Fluchtspur für alle horizontalen Ebenen und eine durch den Augenpunkt senkrecht gezeichnete Gerade die Fluchtspur für alle zur Bild- und Grundfläche senkrechten Ebenen 2c. (siehe VIII. Abschnitt).

§ 35. Ueber perspektivisch gleiche Abschnitte auf Geraden, welche zur Bildfläche geneigt sind.

Auf allen Geraden, welche zur Bildfläche nicht parallel, zu derselben somit geneigt sind, erscheinen an sich gleiche Abschnitte ungleich groß oder verkürzt.

§ 36. Ueber gleiche Abschnitte auf Geraden, welche zur Bildfläche parallel sind.

Auf allen solchen Geraden können Maße in ihrem geometrischen Verhältnis angetragen werden; so ist z. B. jede Senkrechte und jede zum Horizont in Wirklichkeit geometrisch Parallele auch parallel zur Bildfläche, und gleiche Teile hierauf sind einander geometrisch gleich.

§ 37. Begriff von Grundebene oder Grundfläche.

Man versteht darunter meist eine horizontale, erste Ebene, auf welcher die Gegenstände stehen und auf welche sich die dabei vorkommenden Höhenmaße beziehen.

§ 38. Begriff von Grundlinie.

Man versteht darunter eine Gerade, welche sowohl der Bildfläche selbst, als auch einer gedachten, perspektivischen Ebene gleichzeitig angehört und auf welcher die für die perspektivische Zeichnung geltende Maßeinheit geometrisch angetragen werden kann. Gewöhnlich ist es eine im Vordergrunde parallel mit der Bildfläche, bezw. mit dem Horizont angenommene Gerade, weil in der Praxis die meisten Operationen bezüglich des Messens perspektivischer Linien in einer horizontalen Ebene (Plan) vor sich gehen *).

*) Obiger Erklärung zufolge kann jede Gerade, welche in der Bildfläche oder zu ihr parallel liegt, als eine Grundlinie betrachtet werden, gleichviel ob sie im übrigen senkrecht, wagrecht oder schief ist, und gleichviel, welche Lage die durch eine solche Grundlinie gedachte Ebene hat (vergl. § 145).