Angewandte Perspektive

Kleiber, Max

Leipzig, 1912

Zweiter Abschnitt. Das Antragen und halbieren perspektivischer Winkel. Messen und Teilen von perspektivischen Geraden.

urn:nbn:de:hbz:466:1-80387

Zweiter Abschnitt.

Das Antragen und Halbieren perspektivischer Winkel. Messen und Teilen von perspektivischen Geraden.

---

§ 39. Antragen perspektivisch rechter Winkel in bestimmter Lage zur Grundlinie.

In Fig. 7 sei FF' der Horizont, A der Augenpunkt und AD die in die Bildfläche umgelegte Augendistanz*); ferner sei a die Spitze eines in horizontaler Lage**) perspektivisch zu zeichnenden rechten Winkels, von welchem z. B. der eine Schenkel aF mit der Grundlinie gl einen Winkel von $60°$ einschließen soll.

Man zeichne in D eine zum Horizonte parallele Gerade Dn, ferner DF unter dem Winkel von $60°$ zu Dn, und verbinde a mit F; dann bildet aF mit ag bei a den perspektivischen Winkel von $60°$. Nun konstruiere man in D die zu DF rechtwinklige Gerade DF' und verbinde a mit F'; es ist dann FaF' der verlangte perspektivisch rechte Winkel.

---

*) Der Kürze halber werden wir künftighin die Augendistanz einfach als Distanz bezeichnen.

**) Wenn hier und in den folgenden Abschnitten vom Antragen perspektivischer Winkel die Rede ist, so sind damit stets Winkel in horizontaler Lage gemeint, sofern nicht ein anderer Fall eigens betont ist. Im allgemeinen können nämlich an einem Punkt P einer gegebenen Geraden unendlich viele Rechtwinklige zu dieser Geraden gedacht werden, deren geometrischer Ort eine durch P gelegte und zur Geraden rechtwinklige Ebene ist.

§ 40. Auffindung der Distanz, wenn ein perspektivisch rechter Winkel seiner Erscheinung nach zuerst gegeben und der Augenpunkt bestimmt ist.

Angenommen, man hätte in Fig. 7 den Winkel FaF′ seiner Erscheinung nach zuerst als perspektivisch rechten bestimmt*), so wäre die Wahl des Augenpunktes, insofern es sich nur um den Winkel FaF′ als rechten handelt, innerhalb der Strecke FF′ freigestellt, man hätte also den Augenpunkt innerhalb FF′ (nur nicht mit F oder F′ zusammenfallend) beliebig annehmen können; wäre dies nun in A geschehen, so hätte man, um nachträglich die Distanz zu finden, über, bezw. hier unter FF′ als Durchmesser einen Halbkreis beschrieben, aus A die zum Horizont Rechtwinklige (AD) gezeichnet und den so erhaltenen Distanzpunkt D mit F und F′ verbunden**).

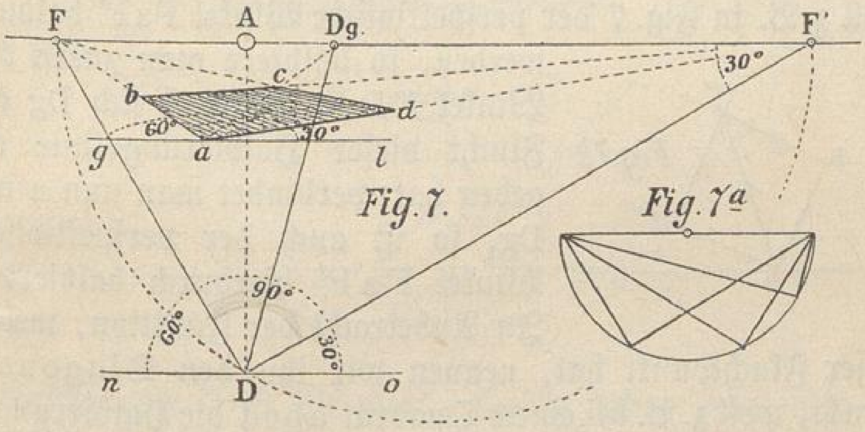


Fig. 7. Fig. 7a

§ 41. Es soll ein perspektivisch rechter Winkel in bestimmter Lage zur Grundlinie zuerst gegeben und hiernach Augenpunkt und Distanz gefunden werden.

Hätte man in Fig. 7 Winkel F a F′ als rechten und Winkel F′al als einen spitzen etwa gleich 30° angenommen,

---

*) Ein in der Praxis oft vorkommender Fall.

**) Das hier beschriebene Verfahren gründet sich auf den geometrischen Satz: „Alle Peripheriewinkel, deren Schenkel durch die beiden Endpunkte eines Durchmessers gehen, sind rechte Winkel“. Der Halbkreis ist also der geometrische Ort für alle rechten Winkel, welche hier unter FF′ gezeichnet werden können (siehe Fig. 7a).

so wäre damit sowohl die Lage des Augenpunktes, als auch die Distanz bedingt gewesen. Um beides zu finden, zeichne man F′D unter dem gedachten Winkel von 30° zum Horizont und beschreibe ferner den schon erwähnten Halbkreis, welch letzterer sodann die Gerade F′D in D schneidet. D ist der Distanzpunkt, und eine in D gegen den Horizont gezeichnete Senkrechte ergiebt auf diesem den Augenpunkt.

Aus der Betrachtung der Fig. 7 ergiebt sich nun leicht, daß Winkel F′Do gleich dem Winkel DF′A (als Wechselwinkel) ist, somit auch F′a mit al den perspektivischen Winkel von 30° einschließt.

§ 42. Einen gegebenen perspektivischen Winkel zu halbieren oder sonstwie zu teilen.

Man halbiere oder teile den betreffenden Winkel zuerst am Auge (also bei D) geometrisch. Soll z. B. in Fig. 7 der perspektivische Winkel FaF′ halbiert werden, so halbiere man zuerst den Winkel FDF′, wodurch sich Dg als Flucht dieser Halbierungslinie ergeben hat; verbindet man nun a mit Dg, so ist auch der perspektivische Winkel FaF′ hierdurch halbiert*).

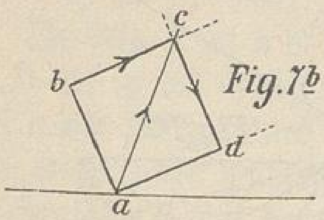


Fig. 7b

In Anbetracht der Funktion, welche dieser Fluchtpunkt hat, nennen wir ihn den Diagonalpunkt, weil z. B. bei einem Quadrat abcd die Halbierungslinie des rechten Winkels bei a zugleich die Diagonale des Quadrates bildet**).

§ 43. Antragen einer rechtwinkligen Horizontalen zu einer Geraden, welche zur Bildfläche parallel ist.

In Fig. 8 sei gal die zur Bildfläche parallele Gerade; es ist dann aA, ebenso lA eine hierzu Rechtwinklige in der

*) Es wird leicht einzusehen sein, daß ebenso wie das Antragen, so auch das Halbieren der Winkel in Lehrsatz V enthalten ist.

**) Daß hier abcd wirklich ein Quadrat darstellt, wird unschwer zu erkennen sein, wenn man erwägt, daß aus dem beliebig angenommenen Punkt b die Gerade bc parallel zu ad (siehe Lehrsatz IV) und durch c die Gerade cd parallel zu ba gezeichnet wurde (vergl. Fig. 7b).

Horizontalebene, weil alle horizontal liegenden, zu g l recht-winkligen Geraden zugleich auch winkelrecht zur Bildfläche stehen (siehe § 24).

§ 44. Halbieren der bei a liegenden Nebenwinkel.

Dies geschieht ebenso wie bei Fig. 7; das heißt, man halbiert zuerst die Nebenwinkel n D A, o D A, welche beide rechte sind, und erhält dadurch die Punkte D′, D″ als Diagonalpunkte. Die Geraden a D″ und a D′ halbieren somit die um a liegenden perspektivisch rechten Winkel. Man beachte, daß hier sämtliche Winkel, deren gemeinschaftlicher

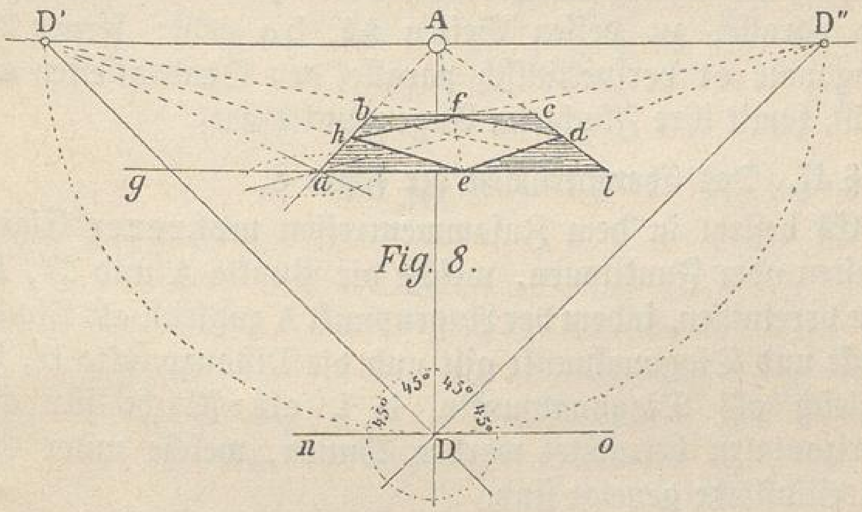


Fig. 8.

Scheitelpunkt D ist, die gleiche Größe haben, jeder also 45° beträgt, die Dreiecke D A D′, D A D″ somit gleichschenklig rechtwinklig sind und deshalb A D′ gleich A D″ gleich A D ist. Es fallen also die Diagonalpunkte D′, D″ hier mit den in den Horizont gelegten Distanzpunkten zusammen, weshalb wir sie in diesem Falle nicht mit Dg, sondern, als Umlegungen der Distanz, mit D′, D″ bezeichnet haben.

§ 45. Konstruktion eines horizontal liegenden Quadrates, wenn dessen Vorderseite zur Bildfläche parallel ist.

Ist in Fig. 8 a l die gegebene Seite, so zieht man von a und l nach dem Augenpunkte, ferner a D″, l D′, wodurch sich die rückwärts liegenden Eckpunkte c, b des Quadrates ergeben haben*).

§ 46. **In das gegebene Quadrat soll ein zweites in symmetrischer Ueberecklage einbeschrieben werden.**

Man halbiere a l in e, b c in f und ziehe durch e und f Gerade nach, bezw. aus D′ und D″; es ist dann e d f h das verlangte einbeschriebene Quadrat, dessen Seiten nun parallel den Diagonalen des ersten sind und dessen Ecken auf den Seitenmitten des ersten Quadrates liegen. Aus der Figur ist des weiteren zu ersehen, daß die Diagonale h d des innern Quadrates durch die perspektivische Mitte des ersten und parallel zu dessen Seiten a l, b c geht; ferner die Diagonale e f perspektivisch parallel den Quadratseiten a b, l c ist, somit ihre Flucht im Augenpunkte hat.

§ 47. **Das Charakteristische der Figur 8.**

Es besteht in dem Zusammentreffen mehrerer Eigenschaften oder Funktionen, welche die Punkte A und D′, D″ hier vereinigen, indem der Augenpunkt A zugleich als Fluchtpunkt und Diagonalpunkt gilt und die Distanzpunkte D′, D″ zugleich als Diagonalpunkte, d. i. als Flucht für alle Horizontalen betrachtet werden können, welche unter 45° zur Bildfläche geneigt sind.

§ 48. **Ableitung der Distanz aus einem zuerst perspektivisch als spitz oder stumpf angenommenen Winkel und dem gleichfalls gegebenen Augenpunkt.**

Es sei F a F′ (Fig. 9) der perspektivisch beliebig gegebene Winkel, dessen Größe etwa 60° betragen soll; der Augenpunkt kann innerhalb F F′ etwa bei A beliebig angenommen werden; ist dies geschehen, so besteht nur noch die Aufgabe, über (bezw. hier unter) F F′ als Basis ein Dreieck zu konstruieren, dessen Spitze D dem Augenpunkt gegenüber liegt

*) Betrachtet man g a l als die Grundlinie, so ist a l zugleich auch die wahre Größe der Quadratseiten a b, b c, c l. Dieses Quadrat ist hier in sogen. gerader Ansicht (Frontlage) gezeichnet, während jenes in Fig. 7 eine sogen. schräge Ansicht (Ueberecklage) darstellt, wobei keine der Seiten in wahrer Größe erscheint.

und dessen Seiten hier den Winkel von 60° einschließen. Konstruiert man etwa F′n unter 30° und Fn rechtwinklig zum Horizont, so wird das rechtwinklige Dreieck FF′n bei n den Winkel von 60° einschließen; beschreibt man nun durch die Eckpunkte F′, F, n einen Kreis (dessen Zentrum m auf der Mitte der Hypotenuse liegt), so wird durch eine in A

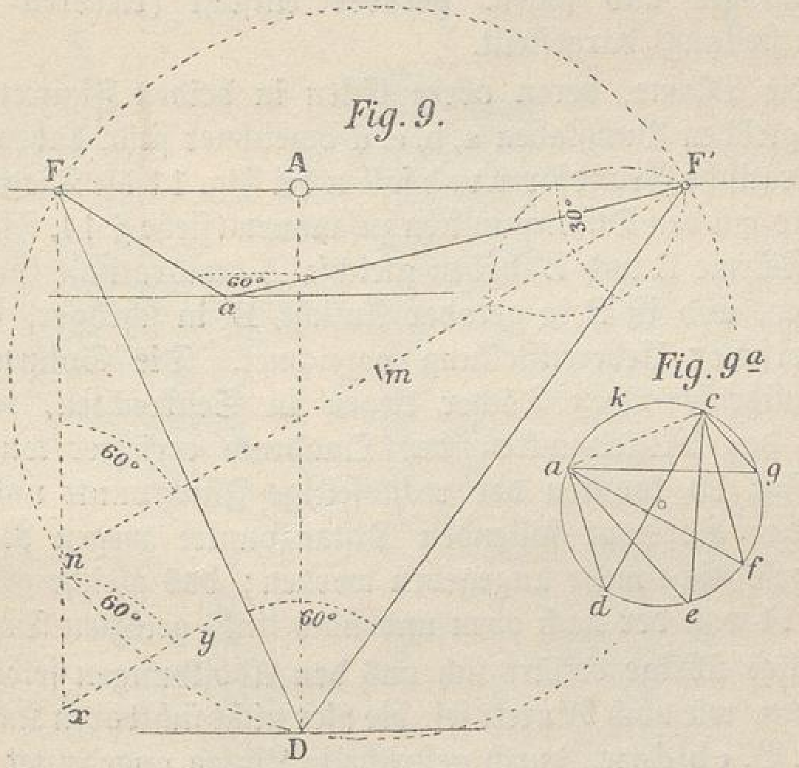


Fig. 9.

Fig. 9a

rechtwinklig zum Horizont gezeichnete Gerade der Kreis in D geschnitten; D mit F und F′ verbunden ergiebt bei D wieder den Winkel von 60°*) und AD ist die gesuchte Distanz. Oder: man konstruiere, um zunächst das Dreieck FnF′ zu erhalten, in einem beliebigen Punkte der Senkrechten Fx den Winkel Fxy gleich 60° und ziehe aus F′ eine Parallele zu yx 2c.

*) Das Verfahren gründet sich auf den Satz der Geometrie: „In einem Kreise sind alle über dem gleichen Bogen (akc) stehenden Peripheriewinkel von gleicher Größe“ (siehe Fig. 9a: hier ist Winkel d = Winkel e = Winkel f 2c.).

Daß auch hier der Winkel F a F′ in gleicher Weise wie bei Fig. 7, § 39 und 42 angetragen und halbiert werden kann, braucht wohl nicht mehr besonders erwähnt zu werden.

§ 49. Veranschaulichung des in § 39—48 Gesagten durch ein paar einfache architektonische Motive.

In Fig. 10 und 11 ist das annähernd gleiche Motiv in schräger und sogen. gerader Ansicht (Uebereck- und Frontstellung) dargestellt.

Die Türme, deren obere Ecken in beiden Figuren mit den gleichen Buchstaben a, b, c, d bezeichnet sind, haben eine quadratische Grundform und fallen bei Fig. 11 die Diagonalpunkte mit den Distanzpunkten zusammen (siehe § 44, Fig. 8). Die Türme B und B′ haben gleichfalls quadratische Grundformen, und ist B in gerader Ansicht, B′ in schräger, symmetrischer Ueberecksftellung gezeichnet. Die Spitzen der pyramidenförmigen Dächer liegen in Senkrechten, welche über den Mittelpunkten der Quadrate errichtet wurden. In Fig. 10 konnten der rechtsseitige Fluchtpunkt und die auf den Horizont fallenden Distanzpunkte wegen Raummangels nicht mehr angegeben werden; das gleiche gilt bei Fig. 11 von der nach oben und nach links gelegten Distanz.

Alles übrige erklärt sich aus den Abbildungen selbst, in welchen, wie noch bemerkt sei, die hier nicht sichtbaren Kanten, wie z. B. c b, d c ꝛc., durch gestrichelte Linien angedeutet sind.

Das Messen und Teilen von perspektivischen Geraden.

§ 50. Begriff des Messens von perspektivischen Geraden.

Unter Messen versteht man das Antragen bestimmter, anfänglich gegebener, geometrischer Maße auf perspektivische Gerade, welche entweder:

1. zur Bildfläche parallel in verschiedenen Abständen (Plantiefen) von derselben sich befinden, oder:
2. zur Bildfläche geneigt sind, also gegen einen Fluchtpunkt verlaufen.

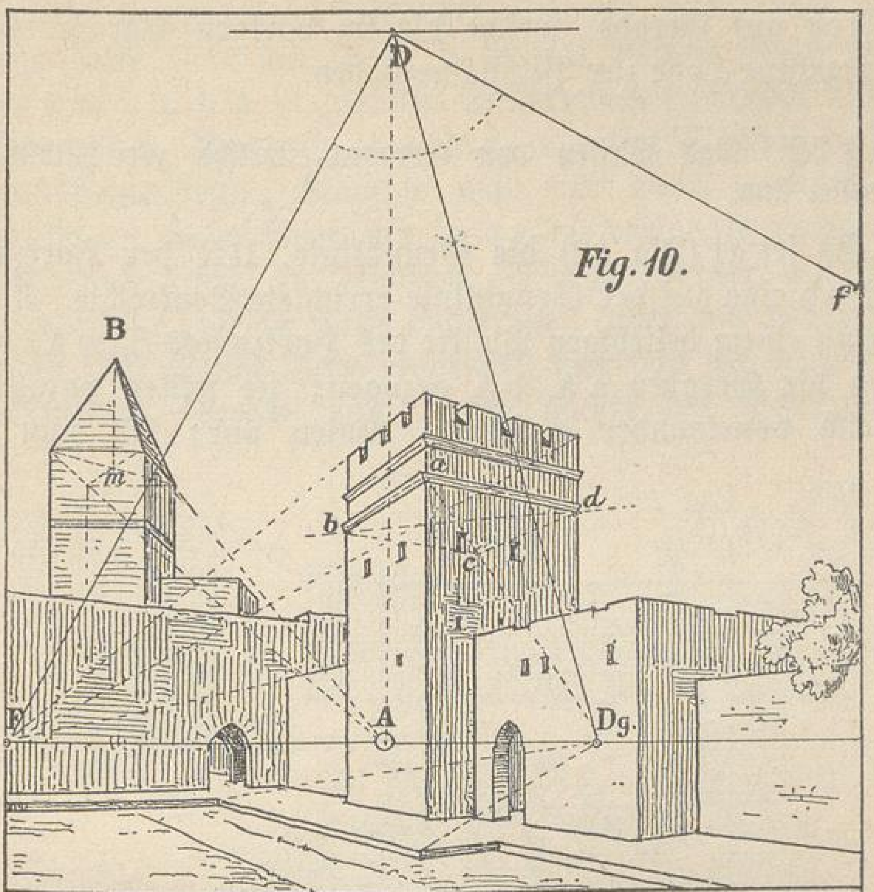


Fig. 10.

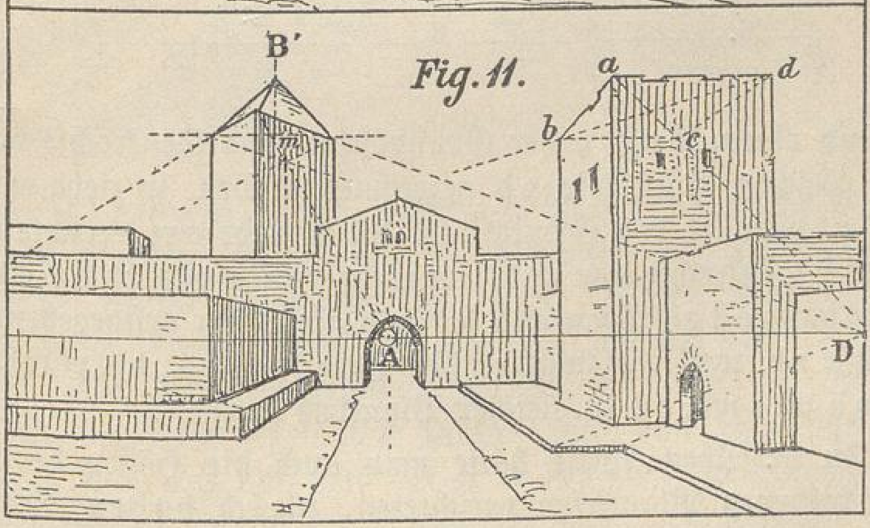


Fig. 11.

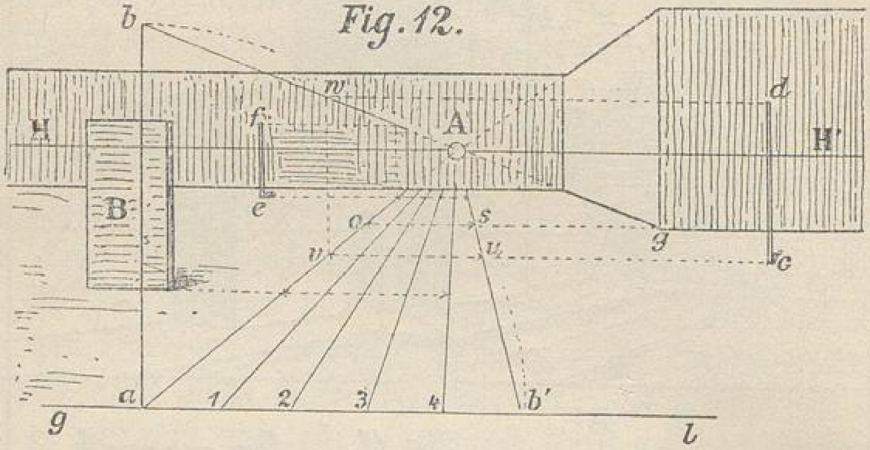
§ 51. Begriff des Teilens von perspektivischen Geraden.

Man versteht darunter das Uebertragen von gegebenen, gleichen, ungleichen oder proportionierten Teilverhältnissen auf Gerade, welche die im vorigen Paragraphen angegebene Lage zur Bildfläche haben.

§ 52. **Das Messen von Geraden, welche zur Bildfläche parallel sind.**

Es sei gl (Fig. 12) die Grundlinie, HH′ der Horizont und ab eine auf der Grundlinie errichtete Senkrechte. Nach irgend einem beliebigen Punkte des Horizontes (hier A) hat man die Geraden aA, bA gezogen; sie stellen parallele (gleich voneinander entfernte) Linien vor; soll nun in

Fig. 12.

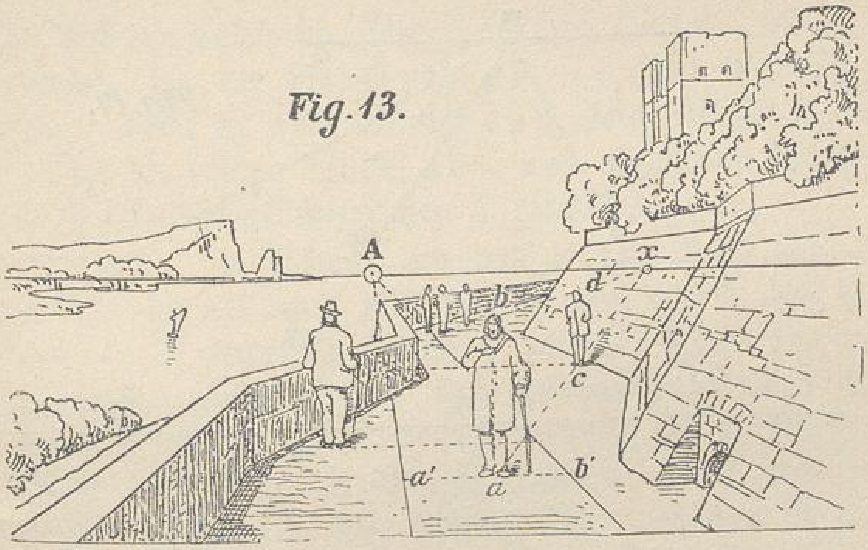


irgend einem Punkt c der Grundebene eine Senkrechte von der gleichen Höhe wie ab gezeichnet werden, so ziehe man aus c, parallel der Grundlinie, die Gerade cv, errichte in v eine Senkrechte vw und trage vw von c aus in cd auf; es ist dann cd gleich vw und deshalb gleich der erstgegebenen Größe ab, weil vw zwischen den Parallelen aA, bA parallel zu ab und wie cd in gleicher Plantiefe liegt.

In derselben Weise hätte man auch die Höhen der in verschiedenen Plantiefen errichteten, gleich hohen Senkrechten bestimmt, wie dies bei ef ersichtlich ist. Die nach A laufenden Geraden aA, bA bilden hier einen Höhenmaßstab für alle Plantiefen. Dieselbe Aufgabe kann indes auf folgende Art kürzer gelöst werden.

Legt man ab in die Grundlinie, z. B. nach ab′, nieder und zieht aA, b′A, so ist vu dieselbe Größe wie vw, weil aA, b′A in gleichen Entfernungen parallel liegen wie aA, bA. Dadurch aber, daß man den Maßstab in die Grundebene legte, brauchte man nur durch c die eine Gerade cv zu zeichnen, um in uv die verlangte, in c aufzutragende Höhe zu erhalten. Werden ferner auf der Grundlinie gl gleiche Teile angetragen (oder, wie hier z. B., ab′ in fünf gleiche Teile eingeteilt) und von den einzelnen Teilpunkten Gerade nach einem Punkt des Horizontes

Fig. 13.



(hier A) gezogen, so ist damit ein Maßstab für alle Plantiefen gegeben, wenn man die Abschnitte a 1, 1 2, . . . als irgend welche Maßeinheiten, Fuß, Meter oder dergl., betrachtet. Angenommen, es wäre ab′ gleich 5 Fuß, so hätte auch jede der Senkrechten, wie ab, vw, cd, ef, 5 Fuß Höhe, die bei g gezeichnete Mauer hätte eine Höhe von 10 (= 2 mal os) und das bei B in Frontansicht aufgestellte Rechteck eine Breite von 2 und eine Höhe von 4 Fuß.

§ 53. In Fig. 13 ist die Verwendung des Höhen-, Tiefen- oder Breitenmaßstabes bei dem Antragen gleicher Figurengrößen veranschaulicht; ab war die gegebene Höhe der ersten Figur und eine weitere Figurenhöhe c d konnte entweder mittels des in der Straßenebene liegenden Maßstabes a′A, b′A, oder auch dadurch gefunden werden, daß man durch die Fußpunkte a, c eine Gerade bis zum Horizont in x, sodann b x zeichnete und damit in d den Scheitelpunkt der zweiten Figur bestimmte. Es sei hier noch bemerkt, daß Maßstab a′A b′ nur für die Ebene Geltung hat, in welcher die Figuren stehen, also für die bedeutend niederer, d. i. unterhalb der Straßenebene gedachte Wasserfläche nicht verwendet werden dürfte.

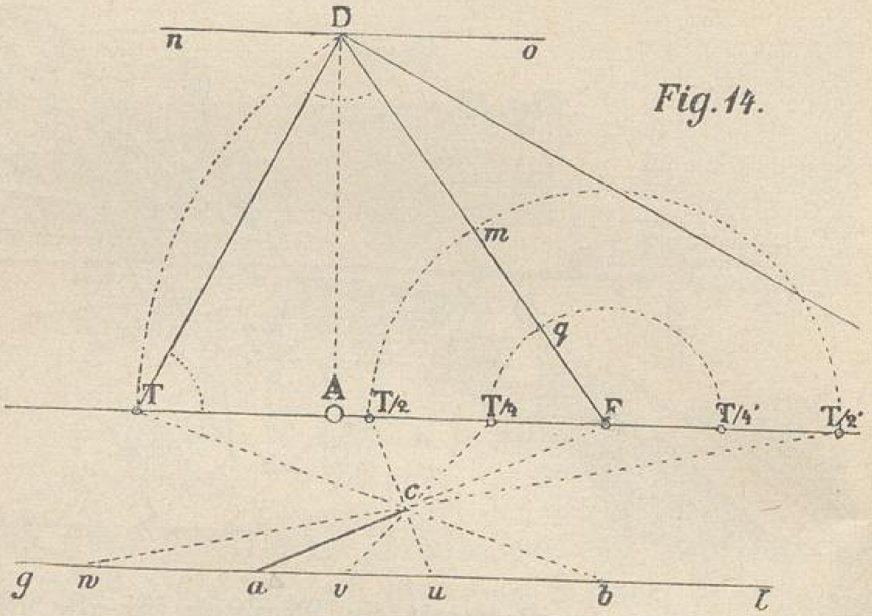


Fig. 14.

§ 54. Messen von Geraden, welche zur Bildfläche geneigt sind.

In Fig. 14 sei a F die gegebene Gerade, A der Augenpunkt und A D die Distanz; auf a F soll von a aus eine auf der Grundlinie g l gegebene, geometrische Größe a b perspektivisch übertragen werden.

Man ziehe F D und trage die Länge F D von F aus nach links oder rechts auf den Horizont, hier in F T, an. Zieht man nun von b nach T eine Gerade, welche a F in c schneidet, so ist a c perspektivisch gleich der Größe a b. Hierbei ist nun F D der in die Bildfläche nach oben umgelegte

Parallelstrahl zu aF und die Strecke DF gleich der Entfernung des Auges vom Fluchtpunkte F, welch letztere von F nach T in den Horizont gelegt wurde. Damit ist also FDT ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Spitze in F liegt, dessen Basis DT ist und dessen Schenkel die Geraden FD, FT sind.

Da nun nach § 19 und 20 die Gerade aF mit DF, die Gerade bT mit DT und die Gerade ab mit FT parallel ist, so folgt daraus, daß das Dreieck abc ähnlich dem geometrischen Dreieck FTD, somit wie dieses gleichschenklig ist*).

In dem perspektivisch gleichschenkligen Dreieck abc ist a die Spitze, bc die Basis und ab, ac sind die beiden Schenkel; somit ist auch Winkel cab gleich Winkel DFT, ferner sind die beiden Winkel abc, acb gleich den Winkeln FDT, FTD des geometrischen Dreiecks**).

Hätte man die Strecke ab von a nach links auf die Grundlinie in ab′ und FD von F nach rechts auf den Horizont in T′ angetragen und b′ mit T′***) verbunden, so wäre damit gleichfalls aF in c geschnitten worden und das stumpfwinklige, gleichschenklige Dreieck b′ac dem geometrischen Dreieck T′FD ähnlich gewesen; denkt man sich AD wieder räumlich, also perpendikulär vor dem Augenpunkte in AO†) aufgestellt (vergleiche § 27 Fig. 5), so erhellt, daß OF (=DF) die Entfernung des Auges von F und DF dessen Umlegung in die Bildfläche ist; demgemäß könnte FT als die in den Horizont gelegte Distanz für F gelten und, da T zugleich die Funktion des Messens oder Teilens für die nach F laufenden Geraden hat, FT als Maß- oder Teildistanz für aF bezeichnet werden. Da indes diese

*) Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn ihre Seiten paarweise parallel liegen; oder auch, wenn die Winkel des einen Dreiecks einzeln gleich sind den Winkeln des anderen Dreiecks.

**) Vergleiche § 19, 20, 26, Lehrsatz IV und V.

***) Die Punkte b′ und T′ sind hier Raummangels wegen nicht angegeben.

†) O bedeutet, wie schon früher erwähnt, den Ort des Auges vor der Bildfläche.

Bezeichnung leicht zu Verwechslungen mit der schon öfters erwähnten Augendistanz führen könnte, so benennen wir T einfach seiner Funktion gemäß als Meß- oder Teilungspunkt.

Fassen wir das hier Gesagte in Folgendem noch einmal kurz zusammen:

§ 55. 1. Das Uebertragen einer geometrischen Größe auf einer zur Bildfläche geneigten perspektivischen Geraden geschieht mittels des betr. Teilungspunktes.

2. Unter dem Teilungspunkt einer Geraden versteht man einen Punkt (T), dessen Entfernung (FT) auf der Bildfläche von der Flucht (F) dieser Geraden gleich ist der Entfernung des Auges von dieser Flucht, d. i. gleich der Strecke DF (siehe Fig. 14 S. 40).

3. Für horizontale Gerade wird der zugehörige Teilungspunkt stets auf dem Horizont angenommen.

§ 56. Verfahren, wenn der Teilungspunkt wegen Raummangels auf dem Bilde nicht mehr angegeben werden kann*).

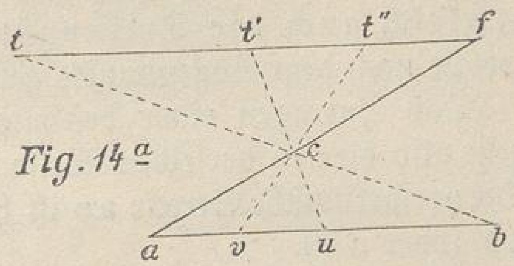
Gesetzt, T fiele hier außerhalb des verfügbaren Raumes, so hätte man die Hälfte, ein Viertel, oder sonst einen Bruchteil der Strecke FD, von F aus auf den Horizont getragen, ebenso von a aus die Hälfte, ein Viertel, oder sonst einen Bruchteil des ursprünglichen Maßes a b angetragen und die entsprechend gleichartig liegenden Punkte miteinander verbunden.

Man halbiere z. B. bei Fig. 14 FD in m, trage Fm in $FT/_2$ an, ebenso halbiere man ab in u und ziehe u $T/_2$; dann ist a c gleich zweimal a u, also gleich a b; oder: man trage $^1/_4$ FD in $FT/_4$ an, mache ebenso a v gleich $^1/_4$ a b und verbinde v mit $T/_4$; dann ist a c gleich viermal a v, mithin wieder gleich a b. In gleicher Weise hätte man die Konstruktion mit $^1/_3$, $^2/_3$ rc. von FD und a b ausführen können.

*) Ein in der Praxis oft vorkommender Fall.

Der Beweis für dieses Verfahren ist aus Fig. 14 selbst zu ersehen, wenn man den Linienzug FTbaF als rein geometrische Figur betrachtet. Der Klarheit halber sei jedoch diese Figur hier separat gezeichnet. Wie nun daraus ersichtlich, werden die Parallelen tf, ab (Fig. 14a) im gleichen Verhältnis geschnitten, wenn man durch einen beliebigen, zwischen den Parallelen liegenden Punkt c Gerade zieht*), so daß also hier die Proportion au:ub = f t′ : t′ t, oder: av : vb = f t″ : t″ t besteht 2c.

Fig. 14a



§ 57. **Messen von Geraden, welche im Augenpunkte ihre Flucht haben.**

Es verhält sich dabei genau so wie bei Fig. 14. Da nämlich hier (Fig. 15) der Augenpunkt zugleich Flucht

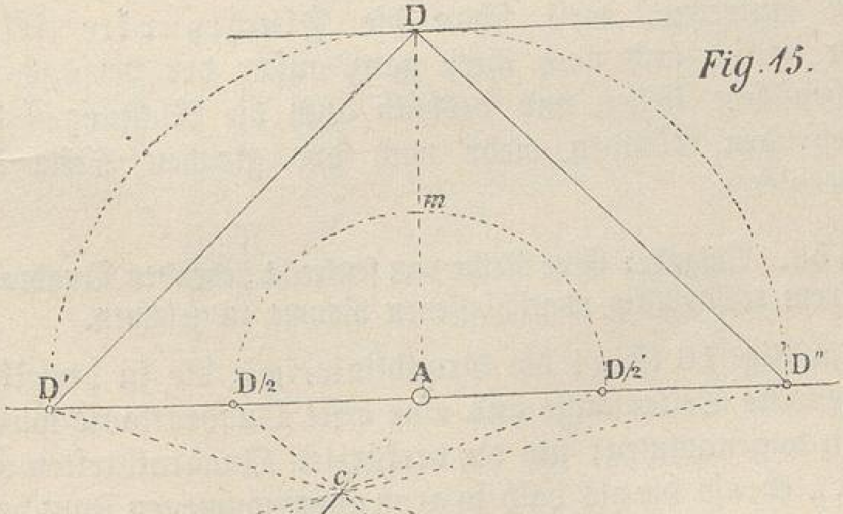


Fig. 15.

der Geraden ac ist, so folgt daraus, daß die Entfernung des Auges von diesem Fluchtpunkte (A) zugleich die kürzeste

*) Das wäre übrigens auch der Fall, wenn c außerhalb der Parallelen läge.

von der Bildfläche, mithin der Augendistanz oder kurzweg der Distanz AD gleich ist.

Trägt man daher AD von A aus nach D′ und D″, so sind hier die in den Horizont umgelegten Distanzpunkte zugleich auch die Teilungspunkte für alle Geraden, welche nach dem Augenpunkte gehen.

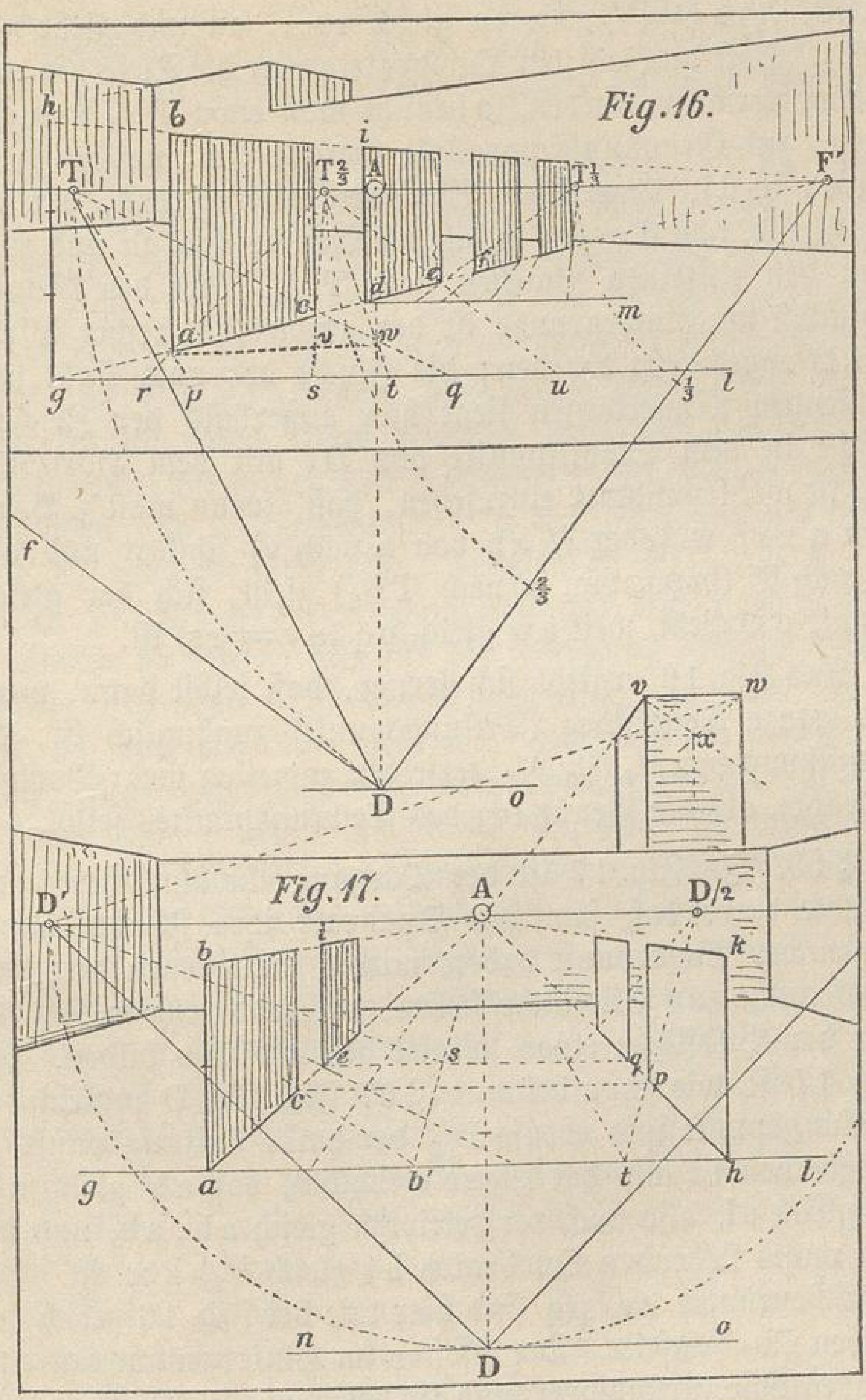
Das Antragen einer bestimmten Größe ab (oder ab′) geht also hier in derselben Weise vor sich wie bei Fig. 14. Die perspektivische Strecke ac ist hier gleich der geometrischen ab (oder ab′).

Bei dem Messen von Geraden, welche im Augenpunkt ihre Flucht haben, kann die Verwendung bald des einen, bald des andern Distanzpunktes D′ oder D″ vorteilhafter sein, je nachdem eine nach dem Augenpunkte gehende Gerade sich mehr von links nach rechts oder von rechts nach links darstellt; so hat z. B. in Fig. 15 die Hilfslinie bD′, bezw. $uD/_2$ den Schnittpunkt c sicherer und genauer ergeben, als die Hilfslinien in entgegengesetzter Richtung.

Bei Fig. 14 dagegen kann dieser Fall deshalb nicht leicht eintreten, weil schon die Fluchtpunkte selbst mehr seitlich und noch öfter ganz außer der verfügbaren Zeichenfläche liegen und deshalb auch die Richtungen der betreffenden Geraden mehr nach der gleichen Seite hin konvergieren.

§ 58. **Aufgabe: Eine Reihe von senkrecht stehenden Quadraten in einem rechtwinklig abgeschlossenen Raume zu zeichnen.**

In Fig. 16 ist gl die Grundlinie, gh die in derselben aufgestellte Seitenlänge und eine erste Quadratkante wurde in ab angenommen; um die verkürzten Quadratbreiten ac, de..., ebenso die als halb so groß angenommenen Zwischenräume cd, ef.. zu bestimmen, ziehe man aus T durch a bis p, mache pq gleich gh und ziehe qT; es ist dann ac gleich gh; die Höhen sämtlicher in einer Fluchtrichtung stehenden Quadrate sind durch die Parallelen gF′, hF′ erhalten worden. Da hier von q nach rechts hin auf der Grundlinie



die wahren Größen Raummangels wegen nicht mehr angetragen werden können, so ziehe man aus T $^2/_3$ durch a bis r, mache rs gleich $^2/_3$ gh und ziehe sT $^2/_3$; ferner trage man st gleich $^1/_2$rs ($=^1/_3$gh), tu gleich rs... an und ziehe nach T$^2/_3$. Soll die Zahl der Quadrate gegen die Tiefe hin noch weiter vermehrt werden, so benütze man etwa T$^1/_3$ und eine neue, zur Grundlinie parallele Gerade dm, nehme $^1/_3$di, ferner $^1/_6$di, trage diese Abschnitte alternierend, d. i. abwechselnd, von d gegen m auf die Gerade dm an und ziehe von den einzelnen Punkten nach T$^1/_3$. Für den Mauerabschluß im Hintergrunde ist der geometrisch rechte Winkel bei D angetragen worden; die Flucht der nach links verlaufenden Mauerkanten liegt hier außerhalb der Zeichenfläche in dem Schnittpunkte von Df mit dem Horizonte. Es ist wohl unschwer einzusehen, daß, wenn man z. B. ab von a nach w (oder $^2/_3$ab von a nach v) umlegt und von w nach T (bezw. von v nach T$^2/_3$) zieht, sich der gleiche Punkt c ergiebt, weil aw gleich pq (av = rs) ist.

Aus Fig. 16 ergiebt sich ferner, daß selbst dann, wenn die ganze Teildistanz (Teilungspunkt) zugänglich ist, die Benützung von $^1/_2$, $^2/_3$, $^1/_3$ derselben zuweilen mehr Vorteile gewährt, als die Benützung des Teilungspunktes selbst.

§ 59. In Fig. 17 ist der Vorgang ein ähnlicher; man beachte nur, daß sämtliche Quadrate ihre Fluchtrichtung gegen den Augenpunkt haben, mithin die Ebenen derselben winkelrecht zur Bildfläche stehen, während jene in Fig. 16 mit der Bildfläche einen Winkel gleich F′Do bilden. In Fig. 17 ist, wie schon bekannt (§ 57 Fig. 15), D zugleich der Teilungspunkt und ebenso D/2 der halbe Teilungspunkt*); desgleichen ist aus der Figur ersichtlich, daß ab′ gleich ab, es gleich ei, also auch perspektivisch gleich ab′, ab, und bei den rechts stehenden Quadraten ht gleich $^1/_2$hk rc. ist. Die Zwischenräume ce, pq sind hier wie bei Fig. 16 gleich der halben Quadratseite. Der Pfosten im Hintergrunde hat eine quadratische Grundform, und ist daher wx gleich wv rc.

---

*) Man verzeihe den Ausdruck „halber Teilungspunkt", der zwar nicht korrekt ist, aber immerhin die Funktion dieses Punktes am treffendsten und kürzesten bezeichnet.

§ 60. Aufgabe: Es sollen in der Grundebene zwei Würfel von perspektivisch gleicher Größe, sowie im Hintergrunde eine Mauer und die Hauptform eines einfachen Gebäudes dargestellt werden.

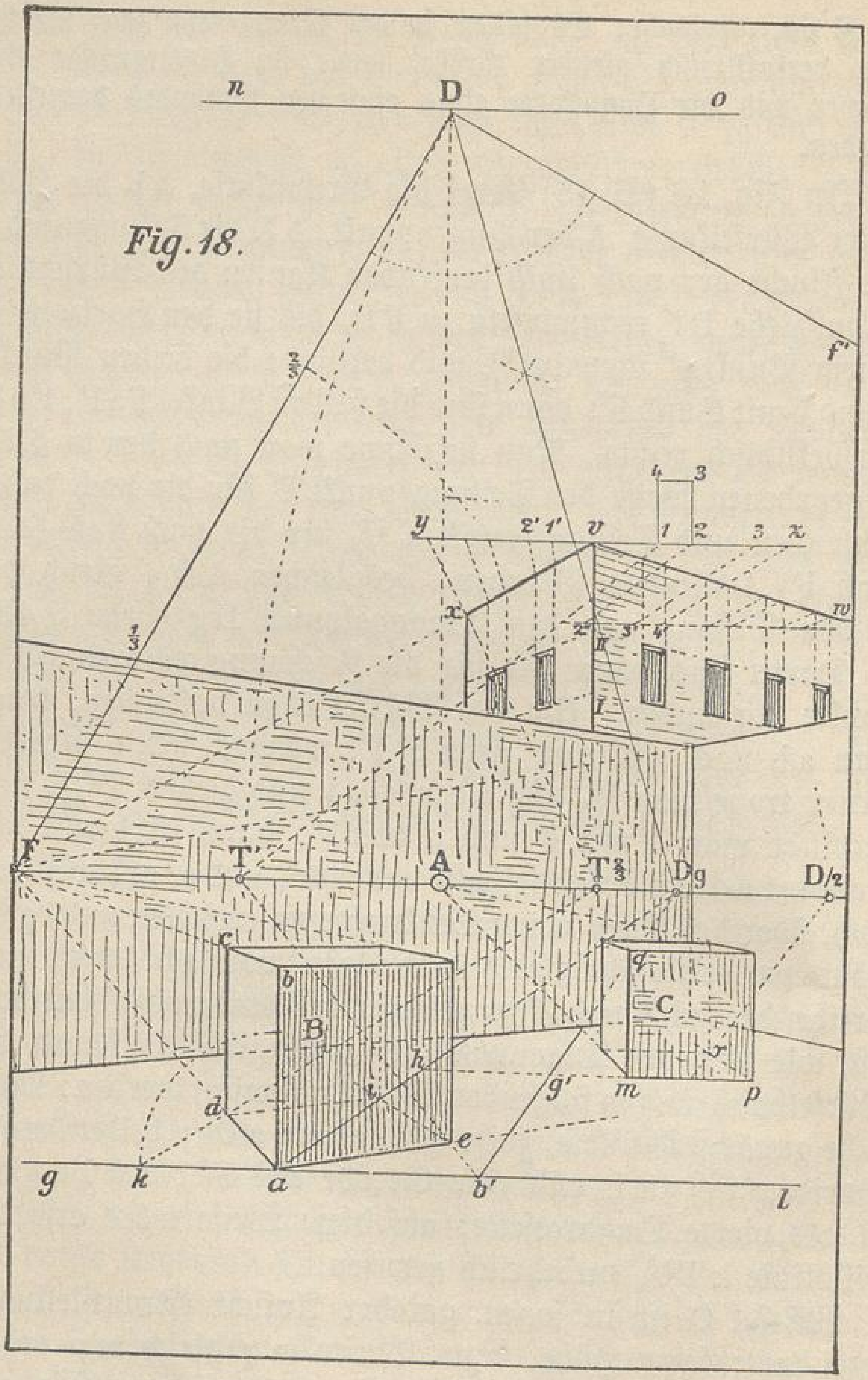
In Fig. 18 (S. 48) ist g l die Grundlinie, a b die Höhe einer Würfelkante, A der Augenpunkt, A D die Distanz und F die Flucht der nach links laufenden Kanten des Würfels B. Man ziehe D f′ rechtwinklig zu F D, bis sie den Horizont in einem Punkt F′ schneidet*), und verbinde die beiden Punkte a und b mit F und F′; dann sind die beiden Winkel F a F′, F b F′ perspektivisch rechte. Nun bestimme man nach der in § 54 angegebenen Weise den Teilungspunkt T′ für die nach rechts laufenden und Teilungspunkt $T^2/_3$ für die nach links (also nach F) laufenden Geraden; desgleichen $AD/_2$ gleich der halben Distanz und den Diagonalpunkt D g (siehe § 42).

Damit sind dann alle für die Zeichnung nötigen Hilfspunkte vorhanden. Um den Würfel B zu vollenden, trage man a b nach a b′ und ziehe b′ T′, wodurch sich e ergiebt; ferner trage man $^2/_3$ von a b nach a k und ziehe $k\,T^2/_3$; nun verbinde man e mit F und d mit F′, dann ist damit das Quadrat a d i e als Würfelbasis vollendet, und es erübrigt nur noch, über den Ecken e, i, d Senkrechte zu errichten und deren Höhe perspektivisch gleich derjenigen von a b durch entsprechende nach F und F′ zu zeichnende Gerade abzuschneiden. Ist, wie hier, der Diagonalpunkt zugänglich, so konnte die Würfelbasis auch in folgender Weise konstruiert werden: Man suche zunächst Punkt e, ziehe e F, sodann a D g; beide Gerade schneiden sich in i, und eine Gerade aus F′ durch i ergiebt i d als vierte Quadratseite; auf diese Weise wäre also die Hilfslinie $k\,T^2/_3$ entbehrlich gewesen.

Würfel C ist in sogen. gerader Ansicht (Frontstellung) gezeichnet; seine Höhe, bezw. Breite m q gleich m p ergab sich, nachdem m als die links liegende vordere Ecke angenommen war, in g′ h durch Ziehen der zu g l parallelen

---

*) Fluchtpunkt F′ konnte hier nicht mehr angegeben werden; derselbe liegt rechts außerhalb des Zeichenformates.

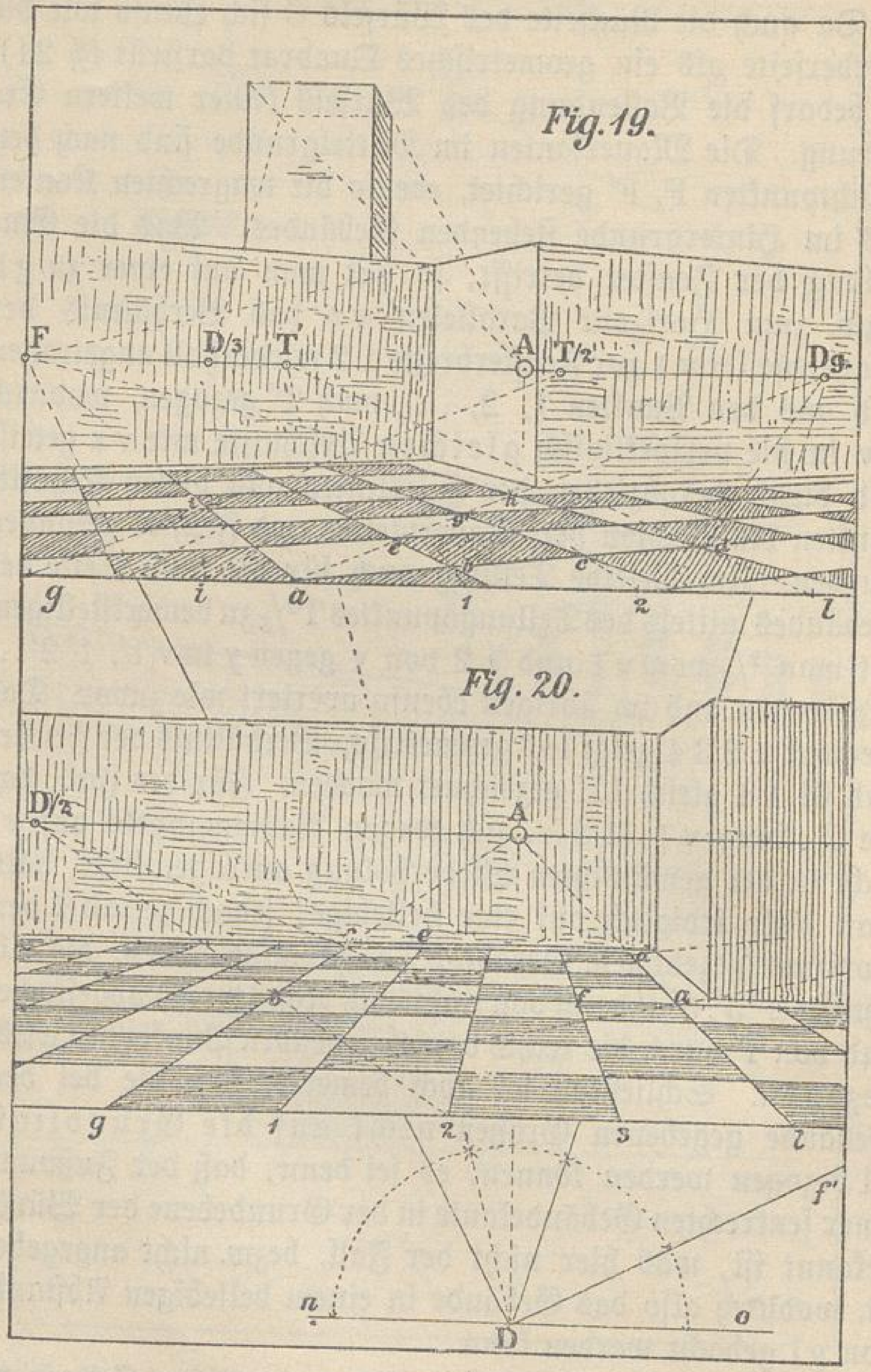


Geraden m h; g′h (= a b′ = a b) ist die in m q und m p anzutragende Größe der Würfelkanten (siehe § 52). Die Verkürzung einer Kante p r wurde mittels der halben Distanz gefunden (vergl. § 59 Fig. 17).

Da auch die Rückseite des Würfels C sich ebenso wie die Vorderseite als ein geometrisches Quadrat darstellt (§ 21), so bedarf die Vollendung des Würfels keiner weitern Erklärung. Die Mauerkanten im Mittelgrunde sind nach den Fluchtpunkten F, F′ gerichtet, ebenso die wagrechten Kanten des im Hintergrunde stehenden Gebäudes. Was die Einteilung der Fenster betrifft, so hat man auf einer zu gl, bezw. zum Horizont Parallelen vz das Verhältnis der Mauerpfeiler v 1 zur Fensterbreite 1 2 wiederholt angetragen und aus den Punkten 1, 2, ... nach T′ gezogen, wodurch vw in die perspektivisch gleichen Abschnitte wie vz geteilt und durch Herabziehen der Hilfslinien aus diesen Schnittpunkten die Breiten der Mauerpfeiler und Fenster gefunden wurden. Um dieselbe Teilung auch für die linke Seite des Gebäudes mittels des Teilungspunktes $T^2/_3$ zu bewerkstelligen, hat man $^2/_3$ von v 1 und 1 2 von v gegen y in v 1′, 1′ 2′... angetragen und im übrigen ebenso operiert wie zuvor. Das Rechteck 1 2 3 4 zeigt das geometrische Verhältnis der Fenster und ist 1 4 gleich I II gezeichnet worden. Für den Fall, daß die Teilung v 1, 1 2... sich wegen Raummangels auf vz nicht in der gewünschten Wiederholung antragen ließe, hätte man diese lediglich auf eine beliebige, jedoch parallel dem Horizont gezeichnete Gerade 2″ 4′ zurückgeschoben, die Abschnitte 2″ 3′, 3′ 4′ dann von links nach rechts weiter abgestochen und von T′ durch die rechts von 4′ liegenden Punkte herausgezogen. Schließlich sei noch bemerkt, daß die bei dem Gebäude gegebenen Größen nicht auf die Grundlinie gl bezogen werden können, es sei denn, daß der Fußpunkt einer senkrechten Gebäudekante in der Grundebene der Würfel bekannt ist, was hier nicht der Fall, bezw. nicht angegeben ist, wodurch also das Gebäude in einem beliebigen Abstande von gl gedacht werden kann.

§ 61. **Aufgabe: Es soll ein aus quadratischen Feldern bestehender Fußboden konstruiert werden.**

Gegeben ist hier (Fig. 19 S. 50) wie in der vorigen Aufgabe gl als Grundlinie, A als Augenpunkt, AD als Distanz



und F als der links liegende Fluchtpunkt; ebenso sind die weiteren Hilfspunkte, wie $D/_3$, T', $T/_2$ und Dg in bekannter Weise gefunden worden.

Von a hat man eine erste Gerade nach F′ (hier rechts außer der Zeichenfläche liegend) und eine zweite nach F gezeichnet. Auf g l wurden sodann von a nach rechts die wahren Größen a 1, 1 2, 2 1 . . . der Quadratseiten angegeben und mittels des zu F′ gehörigen Teilungspunktes T′ *) auf a d in a b, b c, c d perspektivisch übertragen.

Die Geraden b F, c F, d F und die Diagonale a Dg schneiden sich in den Punkten e, g′, h, und die von F′ durch letztere Punkte gezeichneten Geraden ergeben sowohl das Quadrat a d h i, als auch weitere Quadrate des Fußbodens innerhalb desselben; durch Wiederholung dieses Verfahrens mittels der weiteren Diagonalen d Dg, i Dg ergeben sich beliebig viele Quadrate. Alles andere ist aus der Zeichnung unschwer zu ersehen.

Es sei nur noch bemerkt, daß in diesem Beispiel die Verwendung des Diagonalpunktes die Sache wesentlich vereinfachte, indem er den Gebrauch eines zweiten Teilungspunktes für die nach F gehenden Geraden und die damit verbundenen Konstruktionen überflüssig machte.

Der Teilungspunkt T′ hätte statt durch Antragen der Strecke F′D in F′T′ auch durch Halbieren des Winkels n D f′ gefunden werden können.

§ 62. Handelt es sich, wie in Fig. 20 (welche obige Aufgabe in gerader Ansicht giebt), lediglich um das Zeichnen von Gegenständen in gerader Ansicht, so ist das Umlegen der Distanz rechtwinklig zum Horizont überflüssig, und kann diese oder ein Bruchteil derselben direkt von A aus auf den Horizont angetragen werden. Um den Fußboden zu zeichnen, trage man auf g l gleiche Teile, z. B. g 1, 1 2, 2 3, 3 1 an, betrachte g l als Seite eines größern Quadrates g b a l, dessen Konstruktion hier leicht ersichtlich ist, und ziehe

*) Durch Beifügen eines Striches rechts über T dürfte seine Zugehörigkeit zu dem ebenfalls mit Strich versehenen Fluchtpunkte hinreichend bezeichnet sein. Stets werden wir die Fluchtpunkte mit F, bezw. F′ und die entsprechenden Teilungspunkte mit T, bezw. T′ ꝛc. bezeichnen.

in dieses Quadrat eine Diagonale **g a***); dann werden die von **1, 2, 3, 1** nach **A** gezeichneten Geraden auf **g a** weitere Punkte ergeben, durch welche die Parallelen zum Horizont gezeichnet sind. Quadrat **a b c d** zeigt die Wiederholung desselben Verfahrens. Um die kleineren Quadrate links von **g c** und rechts von **1 a** bis an die Ränder des Bildes zeichnen zu können, trage man den Abschnitt **c e** von **c** aus nach links und ebenso den Abschnitt **a f** von **a** nach rechts wiederholt an und ziehe von **A** durch die so erhaltenen weiteren Punkte Gerade gegen den Vordergrund.

Hätte man, statt die Distanz von vornherein anzunehmen, etwa die Verkürzung eines Quadrates, wie z. B. **g b a l**, zuerst bestimmt, so ist leicht einzusehen, daß hiernach $D/_2$ bedingt gewesen wäre und gefunden würde, indem man **g l** in **2** halbiert und die Gerade **2 b** zieht.

§ 63. **Teilen von perspektivischen Geraden in gleiche oder proportionierte Teile.**

Sofern es sich nicht um das Antragen bestimmter geometrischer Maße, sondern lediglich um das Uebertragen gleicher oder proportionierter Teilverhältnisse handelt, kann diese Aufgabe durch Annahme beliebiger, sogen. zufälliger Teilungspunkte gelöst werden.

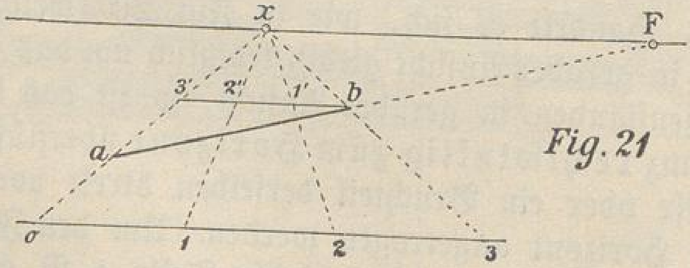


Fig. 21

In Fig. 21 sei **a b** eine beliebig gegebene Strecke, welche z. B. in drei perspektivisch gleiche Teile gebracht werden soll.

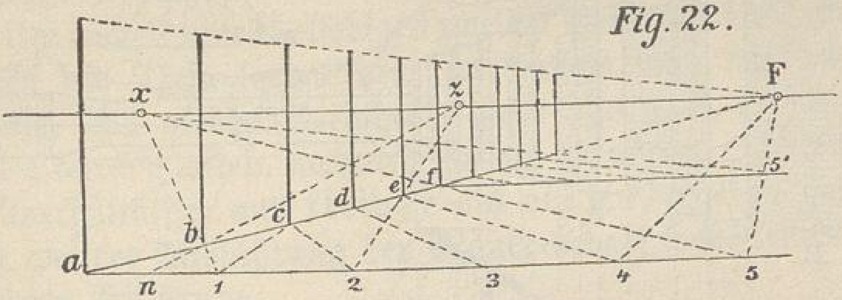
Zieht man **0 3** parallel zum Horizont, sodann aus einem beliebigen Punkte **x** desselben Gerade durch **a** und **b**, teilt

*) welche in dem Distanzpunkte ihre Flucht haben würde, so daß also hier Distanz- und Diagonalpunkt ein und dasselbe bedeutet (vergl. § 44).

die so erhaltene Strecke 0 3 in drei gleiche Teile 0 1, 1 2, 2 3, und zieht 1 x, 2 x, so ist a b in drei perspektivisch gleiche Teile gebracht; ebenso gut hätte man auch b 3′ parallel F x, sowie a x zeichnen und b 3′ in drei gleiche Teile bringen können 2c.

§ 64. In Fig. 22 sei a F eine gegebene Gerade und a b ein erster beliebiger Abschnitt auf derselben, welcher sich gegen F wiederholen soll; in den Punkten a, b, c ... wurden Senkrechte von gleicher Höhe errichtet.

Fig. 22.



Man ziehe a 5, sodann aus einem beliebigen Punkte x des Horizontes durch b bis 1, trage den hierdurch erhaltenen Abschnitt a 1 wiederholt in 1 2, 2 3, 3 4, 4 5 .... an und verbinde 2, 3, 4, 5 ... mit x; es sind dann die perspektivisch unter sich gleichen Abschnitte a b, b c, c d ... gefunden; um die Teilung von f aus fortzusetzen, hat man f 5′ perspektivisch gleich a 5 gemacht und das eben beschriebene Verfahren wiederholt.

Statt x zuerst zu wählen, hätte man auch irgend einen Abschnitt, z. B. a n, geben, sodann von n durch b bis z ziehen können; trägt man nun die Größe a n (hier = $^1/_2$ a 1) wiederholt nach rechts an und zieht aus den betreffenden Punkten nach z, so hätten sich hierdurch die gleichen Punkte c, d, f ... ergeben.

§ 65. Fig. 23 (S. 54) zeigt die Anwendung einer alternierenden Teilung bei einer Mauer mit vorspringenden Mauerpfeilern und einem mit Zinnen gekrönten Turme.

Da hier die Basis B A der Mauer sehr flach gegen den Horizont verläuft, so empfiehlt es sich in diesem und allen ähnlichen Fällen, die Konstruktion des Messens oder Teilens in größerem Abstande vom Horizont, also wie hier z. B. nach unten in B′, zu verlegen*).

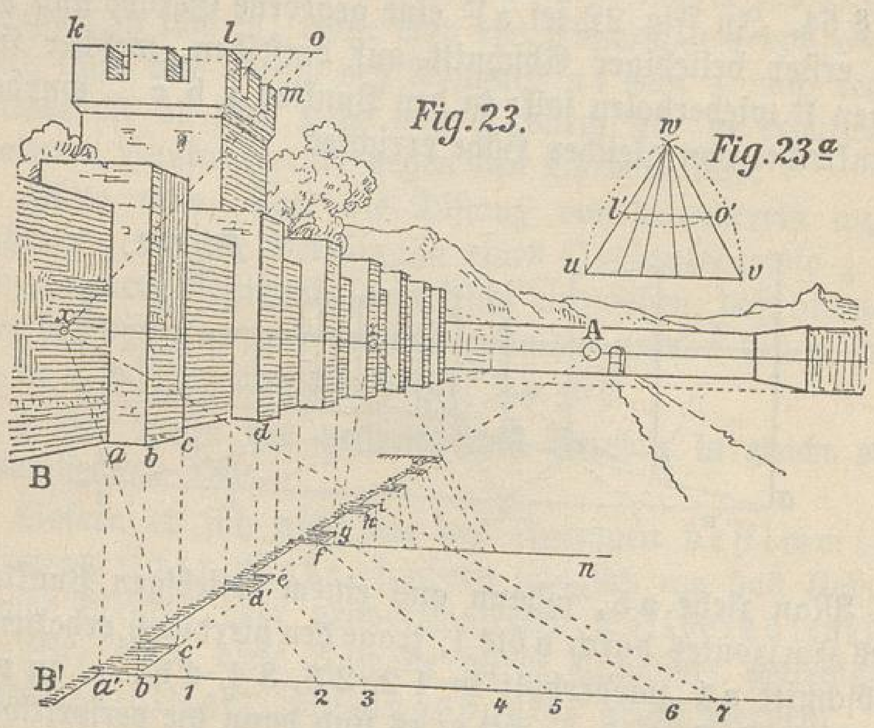


Fig. 23.
Fig. 23a

Angenommen, es sei a b der Vorsprung, b c die verkürzte Breite des Pfeilers und c d als Abstand zweier Pfeiler von Kante zu Kante gegeben und dieses wechselnde (alternierende) Verhältnis von Pfeilerbreite und Mauerfeld solle sich gegen den Hintergrund wiederholen, so verfahre man etwa in folgender Weise:

Man ziehe die Senkrechte a a′, bestimme a′ in entsprechendem Abstand vom Horizonte, mache a′ b′ gleich a b, ziehe von b′ nach A, verlängere die über c stehende Kante nach abwärts bis c′, ebenso die über d stehende bis d′; dann ist das

*) Eine Linienfigur, wie die von B′ nach dem Augenpunkte verlaufende, kann als ein perspektivischer Grundriß bezeichnet werden; ein solcher Grundriß könnte aber auch ebenso gut in beliebiger Höhe über dem Horizonte gezeichnet werden.

Verhältnis der Pfeilerbreite b′c′ zur Breite c′d′ des Mauerfeldes perspektivisch bestimmt; um dasselbe geometrisch auf a′...7 zu finden*), wähle man einen beliebigen Punkt x auf dem Horizonte, ziehe aus x durch c′ und d′ Gerade gegen a′...7, und man erhält die Abschnitte b′1, 1 2; faßt man nun eine Größe wie b′2 in den Zirkel und trägt dieselbe von 1, 2... der Reihe nach von links nach rechts auf a′7 an, so erhält man die Punkte 3, 4, 5, 6, 7..., von diesen nach x gezogen, ergeben sich auf b′A die Punkte c′, f′, g′, h′...., über welchen man nur Senkrechte zu errichten braucht 2c.

Um mittels eines beliebigen zweiten Punktes z die Teilung gegen die Tiefe fortzusetzen, wiederhole man mit diesem Punkte das gleiche Verfahren, ziehe also z. B. fn, ferner aus z durch g und h, wodurch sich auf fn wieder die gleichen Teilverhältnisse, nur kleiner als auf b′7, ergeben haben. Die weitere Ausführung der Mauer bedarf wohl keiner besondern Erklärung.

§ 66. Für den Turm war die Einteilung der Zinnen an der Frontseite kl geometrisch gegeben; um die gleiche Teilung auch für die gegebene Verkürzung lm, etwa mittels des Punktes x zu finden, ziehe man aus x durch m bis o und teile lo im geometrisch gleichen Verhältnis wie kl. Mittels eines gleichseitigen Dreiecks uvw (Fig. 23a) kann diese Teilung am schnellsten ausgeführt werden. Man mache uv gleich kl, trage ebenso die Teilung von kl nach uv über (etwa mittels eines gefalzten Papierstreifens), zeichne über uv das gleichseitige Dreieck uvw und verbinde die einzelnen zwischen uv liegenden Punkte mit der Spitze w. Zeichnet man jetzt mit lo als Radius aus w einen Bogen und verbindet die Schnittpunkte desselben mit den Dreieckseiten uw, vw durch die Gerade l′o′, so braucht man nur die Abschnitte

*) Unter den Abschnitten b′1, 12, 23... ist nicht etwa die wahre Größe, sondern nur das Verhältnis der Pfeilerbreite und der Zwischenräume zu verstehen. Nur wenn Ax zugleich als Distanz betrachtet würde, wären b′1, 12... zugleich die wahren Größen der Abschnitte b′c′, c′d′....

innerhalb l'o' mittels des Papierstreifens nach lo zu übertragen ꝛc.

Die Anwendung eines solchen gleichseitigen Dreiecks empfiehlt sich besonders dann, wenn ein und dasselbe Teilverhältnis auf Linien von verschiedener Länge zu übertragen ist.

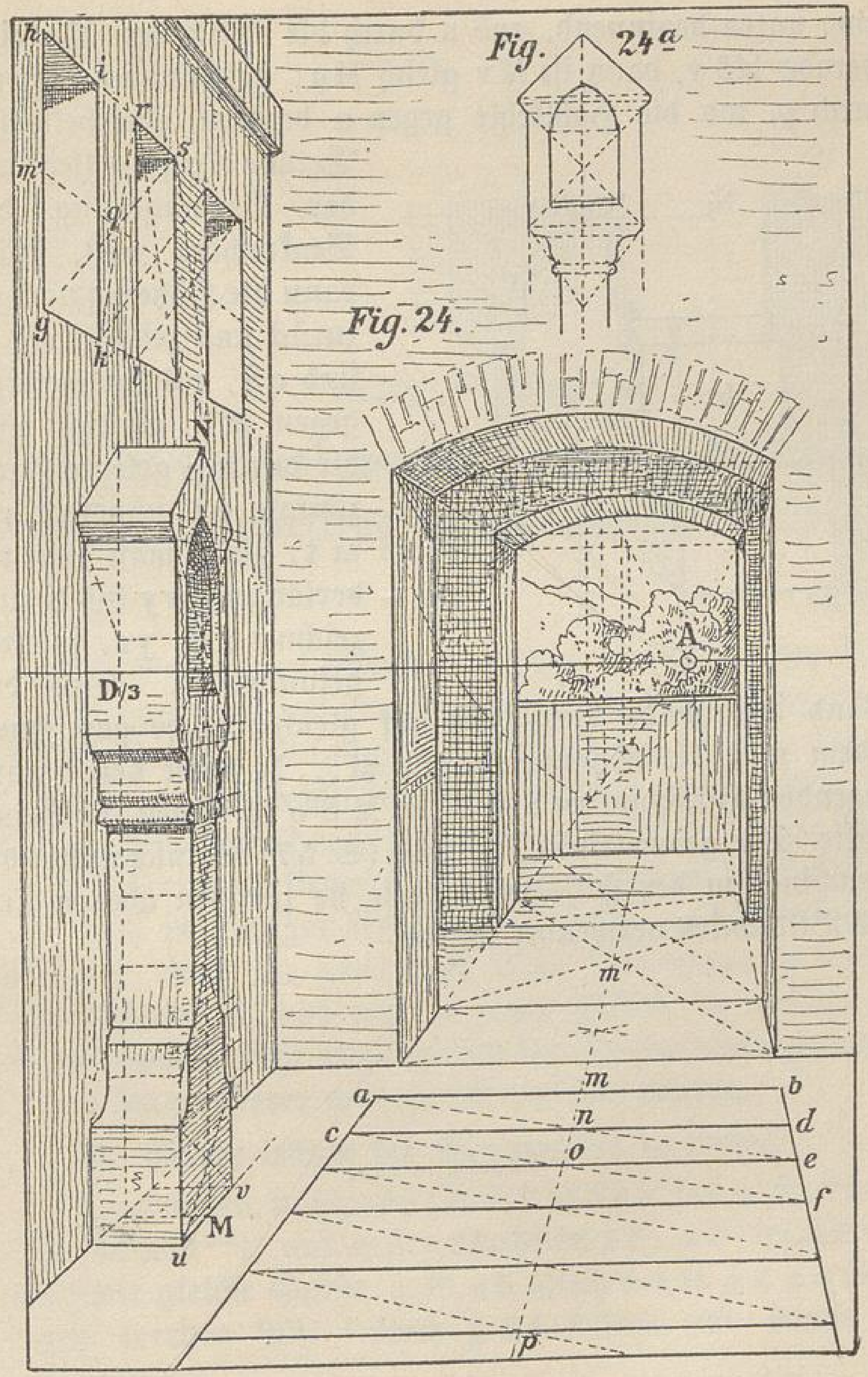
Ueber die Verwendung symmetrisch kombinierter Linien.

§ 67. **Mit Hilfe von diagonalen oder sonstigen symmetrisch kombinierten Linien Aufgaben ähnlich denen in § 64—66 zu lösen.**

Angenommen, es sei in Fig. 24 abdc ein gegebenes Rechteck, welches gegen den Vordergrund wiederholt gezeichnet werden soll, so kann dies sehr leicht und ohne Zuhilfenahme irgend eines Teilungspunktes ausgeführt werden.

Halbiert man ab in m und zieht m...p, ferner von a durch n, so ergiebt sich e auf der Geraden bf; zieht man von e wieder eine Parallele zum Horizont, bezw. zu ab, und von c durch o, so ergiebt sich f ꝛc. Oder: an der Wand links sei das Viereck ghik gegeben, ebenso in irgend einem Abstande die Gerade lr, von welcher aus das gleiche Viereck gegen den Hintergrund wiederholt werden soll. Halbiert man nun gh in m', zieht aus m' nach dem Augenpunkt, ferner die Diagonale kr, welche in q die Mitte des Vierecks klri schneidet, und von g durch q, so ist s gefunden; zieht man jetzt von s eine Senkrechte herab, so ist die Aufgabe gelöst ꝛc.

Bei dem an der linken Wandseite stehenden Bildstock erweist sich dieses Verfahren als besonders praktisch. Angenommen, der Zeichner habe in uM die halbe Breite des Fußes oder Sockels bestimmt, sodann die Senkrechte MN als Symmetrieachse der von der Wand abstehenden flachen Seite gegeben, sowie diese Fläche etwa nach dem Gefühl im Vordergrunde profiliert, und nun sollte das gegen rückwärts gerichtete Profil entsprechend dem vorderen ausgeführt werden, so verfahre man nach dem in Fig. 25 (S. 58) gegebenen Detail wie folgt:



Man ziehe zunächst aus sämtlichen Eckpunkten des vorderen Profiles Gerade nach dem Augenpunkte*), sodann,

*) Um Raum zu sparen, hier nicht mehr angegeben.

etwa unten beginnend, aus n durch die Mitte von Mo eine Gerade bis v, dann ist Mv gleich Mu; zeichnet man ferner durch p, wo die Hohlkehle gegen n beginnt, eine beliebige Gerade Spq (q liegt auf der Verlängerung der Senkrechten un), trägt dann die Höhe uq nach vr zurück und zeichnet rS, so sind qS, rS symmetrisch gegen MN geneigt und die durch p gelegte Horizontale pt schneidet rS in t; zieht man nun tx, verlängert wy bis N und zeichnet xN, yz, so ist z gefunden ꝛc. Das der Wand anliegende Profil ist auf gleiche Weise gezeichnet, indem man die Symmetrieachse M ... N nebst den darauf liegenden Hilfspunkten S, o, N in M′S′o′N′ gegen die Wand rückte. Die geometrische Fig. 24a (S. 57) veranschaulicht die Kombination der Hilfslinien, wie sie für den oberen Teil des Bildstockes verwendet wurde.

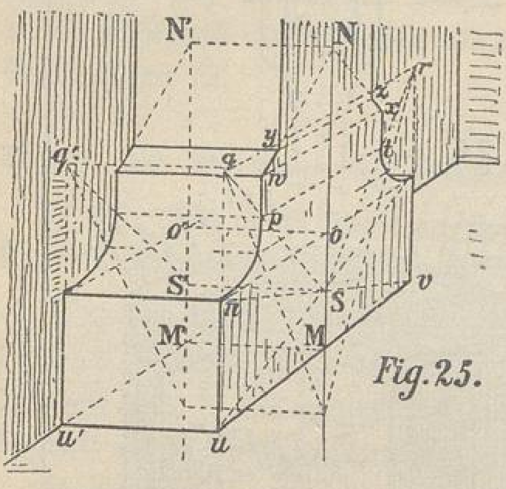


Fig. 25.