Angewandte Perspektive

Kleiber, Max

Leipzig, 1912

Achter Abschnitt. Ueber das Antragen von schiefen Geraden und Ebenen, deren Fluchtpunkte und Fluchtspuren (schiefe Horizonte). Messen von schiefen Geraden &c.

urn:nbn:de:hbz:466:1-80387

Achter Abschnitt.

Ueber das Antragen von schiefen Geraden und Ebenen, deren Fluchtpunkte und Fluchtspuren (schiefe Horizonte)*). Messen von schiefen Geraden 2c.

§ 143. Ansteigende und abfallende Linien (Gerade).

Man versteht darunter solche Gerade, welche von der Bildfläche aus gegen den Hintergrund ansteigen oder abfallen und deren Fluchtpunkte somit über oder unter dem Horizonte liegen.

In Fig. 104 (S. 160) ist a F′ eine ansteigende, a F″ eine abfallende Gerade. a F heißt die Horizontalprojektion oder der Grundriß der betreffenden Geraden, weil die Projizierende aus einer solchen, wie z. B. x y die horizontale Grundfläche in der Geraden a F trifft; F′ a F, ebenso F″ a F ist der Neigungswinkel, den die beiden Geraden a F′, a F″ mit der Grund- oder Horizontalebene bilden. Liegen wie hier die beiden Fluchtpunkte F, F″ in gleichem Abstande von F, so sind auch die beiden Winkel n und o einander gleich. Da durch einen

*) Der Ausdruck „schiefer" oder „senkrechter Horizont" findet sich wiederholt in älteren Werken; damit sollte indes nur die Funktion derartiger Fluchtspuren angedeutet sein, welche bezüglich solcher schiefer oder senkrechter Ebenen die gleiche sein kann, wie die des wirklichen Horizontes bei Darstellung von Gebilden, die in einer horizontalen Ebene liegen.

Winkel immer auch die Lage einer Ebene bedingt ist, die Winkelebenen in Fig. 104 aber in eine senkrechte Ebene fallen,

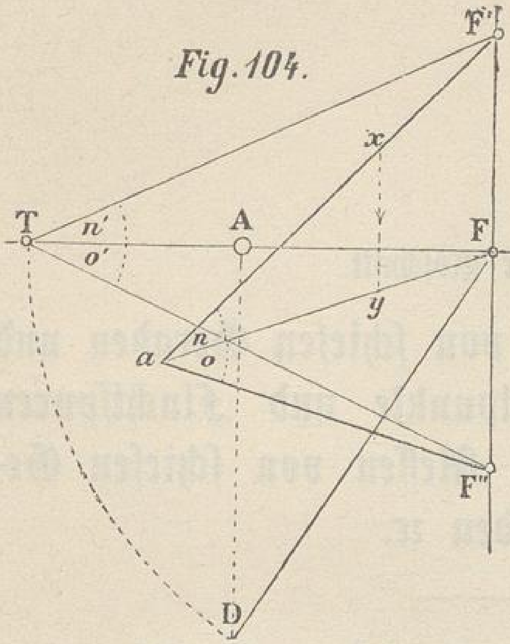


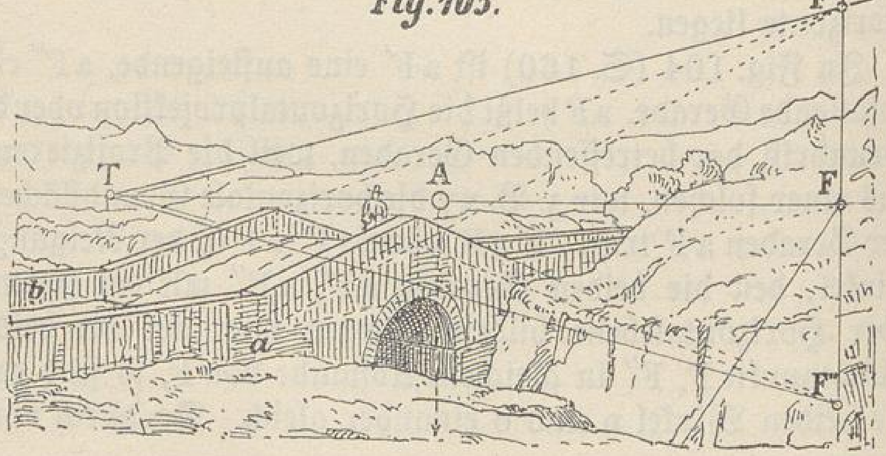
Fig. 104.

ferner F' die Flucht der steigenden, F'' die Flucht der fallenden Geraden ist, so folgt daraus, daß F'F'' die Fluchtspur der Ebene F'aF'' ist, also sozusagen den Horizont dieser Ebene bedeutet.

§ 144. Auffinden der wahren Größe der Winkel bei n und o.

Denkt man sich die Ebene F'aF'' um die Fluchtspur F'F'' in die Bildfläche umgeklappt, so wird a nach T, d. h. nach dem Teilungspunkt der Geraden aF fallen. Man stelle sich nur vor, daß das Auge O wieder perpendikulär über A in

Fig. 105.



einer Entfernung gleich AD von der Bildfläche liege*); dann ist OF gleich DF gleich TF die Entfernung des Auges von

*) Vergl. § 27 und Fig. 5 nebst Anmerkung hierzu.

der Fluchtspur $F'F''$, und TF', TF'' sind somit die in die Bildfläche umgelegten Parallelstrahlen zu aF', aF'', weil FT nichts anderes als die Umlegung von FO um den Punkt F, bezw. um das Scharnier $F'F''$ ist. Damit haben sich denn auch in n' und o' die wahren Größen der perspektivischen Winkel n und o ergeben (vergl. § 26, Lehrsatz V). Fig. 105 veranschaulicht die Anwendung bei einem Viadukt, wobei T etwa aus dem angenommenen rechten Winkel $b\,a\,F$ wie in Fig. 76 bestimmt werden konnte.

§ 145. Mögliche Lage von Ebenen und die Lage ihrer Fluchtspuren zum Horizont.

Hier ist zunächst folgendes zu unterscheiden:

a) In Bezug auf die Bildfläche giebt es nur drei Lagen, welche eine Ebene einnehmen kann, nämlich eine parallele, rechtwinklige und schiefe.

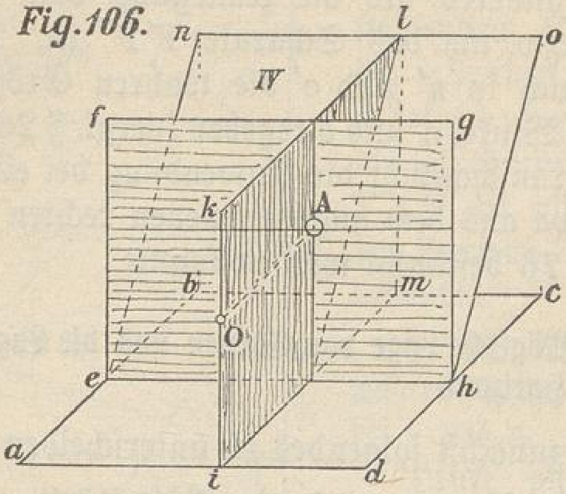
b) In Bezug auf eine horizontale Grundfläche gilt das gleiche, d. h. eine Ebene kann zu dieser wieder parallel, rechtwinklig (senkrecht) oder schief sein.

Keine dieser Erklärungen aber genügt für sich, um die Lage einer Ebene in allen Fällen deutlich genug in Worten auszudrücken, denn es kann eine Ebene z. B. rechtwinklig zur Grundfläche, zugleich aber auch schief, rechtwinklig oder parallel zur Bildfläche sein und umgekehrt.

Um also die Lage einer Ebene genau auszudrücken, müssen wir zum mindesten zwei (Bildfläche und Grundfläche), noch besser aber drei bestimmte Ebenen annehmen, auf welche die Lage der übrigen bezogen werden kann. Als dritte Hilfsebene denken wir uns nun eine solche, welche zur Bild- und Grundfläche rechtwinklig steht, so daß also alle drei Hilfsebenen rechtwinklig zu einander zu denken sind, wie dies in Fig. 106 (S. 162) durch die Flächen $a\,b\,c\,d$, $e\,f\,g\,h$, $i\,k\,l\,m$ versinnlicht ist.

Bezeichnen wir nun der Kürze halber die Fläche abcd mit A, efgh mit B und iklm mit C, so ist damit alles

Fig. 106.



Erforderliche vorhanden, um die Ebenen in Fig. 107 bezüglich ihrer Lage zu den drei gedachten Hilfsebenen zu erklären.

§ 146. Zur besseren Versinnlichung sind in Fig. 107 die betreffenden Ebenen als begrenzte Flächen I bis VIII dargestellt. Ebene I ist wie bekannt eine horizontale, steht also rechtwinklig zur Hilfsebene B und C; ihre Fluchtspur ist zugleich der Horizont. Ebene II ist parallel der Bildfläche B, mithin rechtwinklig zur Ebene A und C.

Da eine zu ihr parallele und durch das Auge gelegte Ebene die Bildfläche **nicht** schneidet, so hat Ebene II auch keine Fluchtspur*), und alle in II liegenden Linien sind parallel der Bildfläche und zeigen sich in ihrer geometrischen Größe und Form.

Die Ebene III ist rechtwinklig zur Bildfläche B und schief zur Ebene A und C; ihre Fluchtspur fs geht durch den Augenpunkt**) und bildet mit dem Horizont den gleichen Winkel wie Fläche III mit der Grundebene A, also den Winkel n.

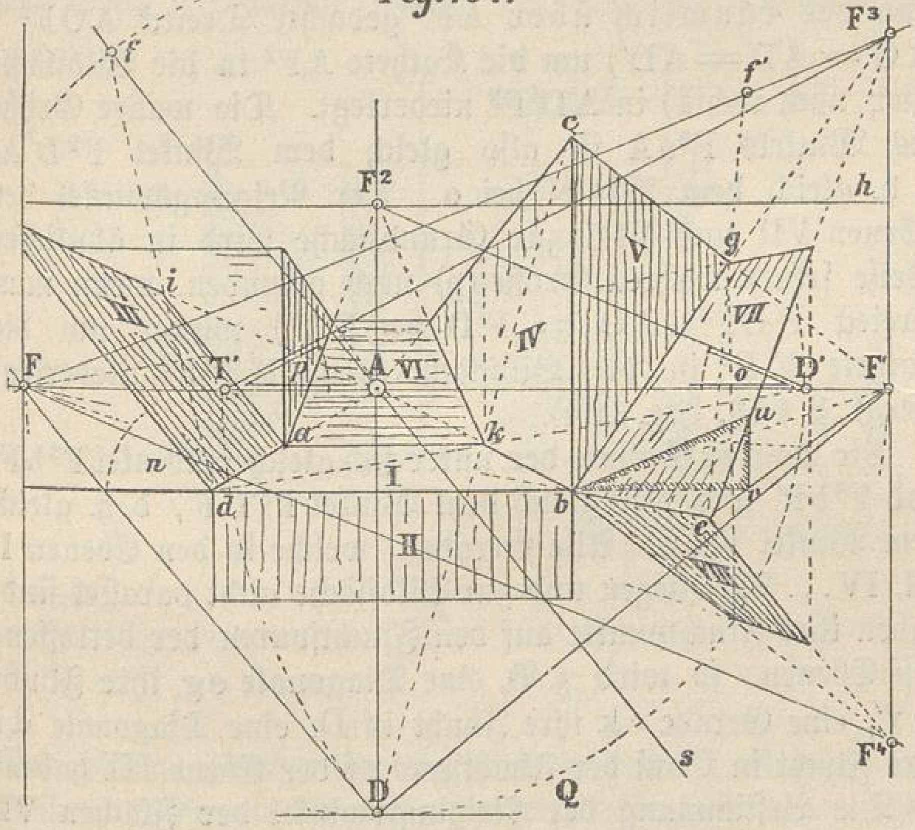
---

*) Vergleiche § 20 mit diesem Falle.

) Alle Fluchtspuren von Ebenen, welche **rechtwinklig zur Bildfläche stehen, gehen durch den Augenpunkt, weil alle durch das Auge O gelegten, **zur Bildfläche rechtwinkligen Ebenen** sich im Hauptstrahl OA, ihre Fluchtspuren somit im Augenpunkte schneiden müssen.

Die Ebene IV steht ebenso wie I und III rechtwinklig zur Bildfläche B, ist jedoch auch zur Ebene A rechtwinklig (senkrecht) und parallel mit der Ebene C; ihre Fluchtspur ist die Senkrechte F^2D. Ebene V steht senkrecht zur Grundfläche A, schief zur Bildfläche B und Hilfsfläche C; ihre Fluchtspur ist die Senkrechte F^3F^4.

Fig. 107.



Ebene VI steht schief zur Bild- und Grundfläche und ist nur rechtwinklig zur Hilfsebene C (vergl. Ebene e n o h in Fig. 106); ihre Fluchtspur ist die zum Horizont parallele Gerade F^2 h. Die Ebenen VII und VIII sind zu **keiner** der drei gedachten Hilfsebenen A, B, C parallel oder rechtwinklig, sondern schief zu allen dreien; FF^3 ist die Fluchtspur der Ebene VII, FF^4 die Fluchtspur der Ebene VIII; beide Fluchtspuren stehen also schief zum Horizont.

§ 147. Wahre Größe der Neigungswinkel, welche die Ebenen I bis VIII mit der Grundfläche A bilden.

Die Ebenen II, IV, V stehen rechtwinklig, also unter einem Winkel von 90° zur Grundfläche. Der Neigungswinkel, den Ebene III mit der Grundfläche bildet, ist bei n in seiner geometrischen oder wahren Größe ersichtlich. Der Neigungswinkel, den die Ebene VI mit der Grundfläche bildet, wird in seiner wahren Größe (o) gefunden, wenn man das räumlich über AF^2 gedachte Dreieck AOF^2*) ($AO = AD = AD'$) um die Kathete AF^2 in die Bildfläche (hier nach rechts) in $AD'F^2$ niederlegt. Die wahre Größe des Winkels F^2aA ist also gleich dem Winkel $F^2D'A$, d. h. gleich dem Winkel bei o. Der Neigungswinkel der Ebenen VII und VIII zur Grundfläche wird in ähnlicher Weise seiner wahren Größe (p) nach gefunden, wenn man Dreieck $F'OF^3$ ($F'O = F'D = F'T'$) wieder um die Kathete $F'F^3$ in die Bildfläche nach $F'T'F^3$ niederlegt (vergl. § 143, Fig. 104).

Die wahren Größen der unter sich gleichen Winkel F^3bF' und F^4bF' sind also gleich dem Winkel $F^3T'F'$, d. h. gleich dem Winkel bei p. Alle Geraden, welche in den Ebenen I, III, IV... VIII liegen und zur Bildfläche nicht parallel sind, haben ihre Fluchtpunkte auf den Fluchtspuren der betreffenden Ebenen; so wird z. B. eine Diagonale eg ihre Flucht in f', eine Gerade ck ihre Flucht in D, eine Diagonale di ihre Flucht in f auf der Fluchtspur sf der Ebene III haben.

Die Bestimmung der Neigungswinkel der Flächen VI, VII, VIII gegen die Bildfläche dürfte nach dem Vorausgegangenen nicht allzu schwierig sein; sie ist aber für die Anwendung von geringem Belang und soll daher hier nicht weiter erörtert werden. Erwähnt sei nur, daß z. B. der Winkel, welchen die Ebene V mit der Bildfläche bildet, gleich ist dem Winkel F'DQ (vergl. § 39, Fig. 7); daß die Ebene II

*) Man entsinne sich, daß O immer das Auge räumlich vor der Bildfläche bedeutet und unter AO, gleich AD oder AD', immer die Entfernung des Auges von der Bildfläche zu verstehen ist. Vergl. § 27 nebst Anmerkung.

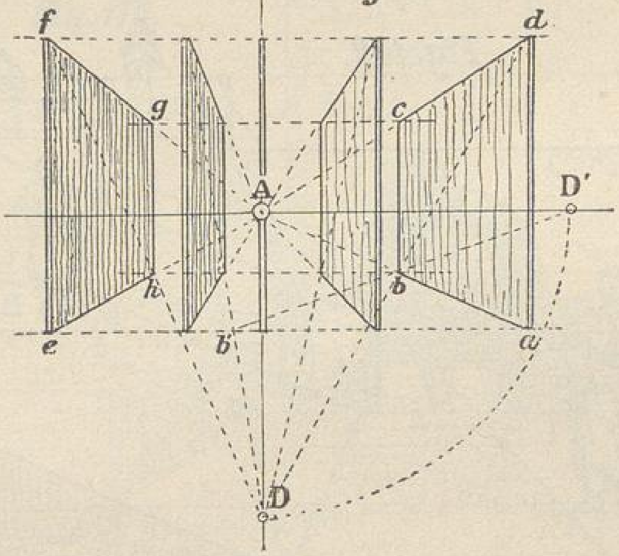
zur Bildfläche parallel und die Ebenen I, III, IV zur Bildfläche rechtwinklig sind, ist schon früher gesagt worden.

Bezüglich des Schnittes b u v siehe den Schlußsatz des § 152.

§ 148. Einige aus § 145—147 sich ergebende Nutzanwendungen.

Fig. 108 veranschaulicht in einer Reihe von Quadraten, welche senkrecht zur Bild- und Grundfläche stehen, wie z. B. eine Seite a b, welche sowohl der Quadrat- als auch der

Fig. 108.

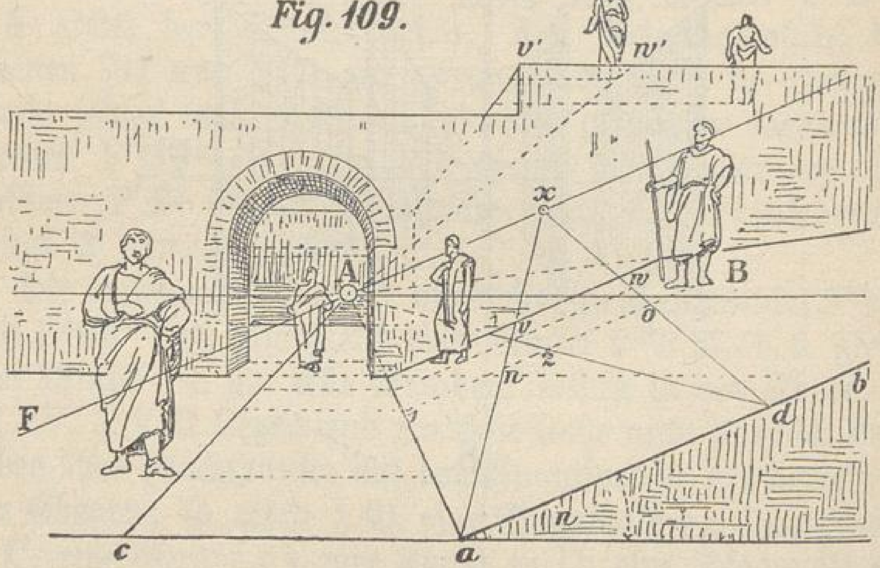


Grundebene gleichzeitig angehört, mittels D oder D′ gemessen werden kann, und wie ferner sämtliche Diagonalen der gleichgroßen Quadrate ihre Flucht D in der Fluchtspur A D dieser Quadratebenen haben müssen.

§ 149. Fig. 109 (S. 166) zeigt eine zur Bildfläche rechtwinklige, zur Grundfläche unter dem Winkel n geneigte Ebene, deren Fluchtspur F x durch den Augenpunkt geometrisch parallel mit a b geht, und auf welcher mittels des von a c nach a d übertragenen Breiten- oder Höhenmaßstabes a x d oder a A d Figurenhöhen gemessen werden können. So ist z. B. die Höhe der Figur B gleich der zu a b geometrisch parallelen Strecke n o oder 1 2 ꝛc.; ferner ist zu ersehen, daß der betreffende Maßstab auch auf die Oberfläche der zurückstehenden Mauer in v′w′, gleich vw, aufgetragen wurde, um die dort oben stehenden Figuren zu messen.

§ 150. Fig. 110 veranschaulicht eine von a g aus ansteigende Ebene, welche ebenso wie die horizontale in gleich große quadratische Felder zerlegt ist. Zunächst sei angenommen, daß die schiefe Ebene mit der Grundfläche einen Winkel von 30° bilden, also unter 30° ansteigen soll, sowie, daß Augenpunkt und Distanz gegeben seien.

Fig. 109.

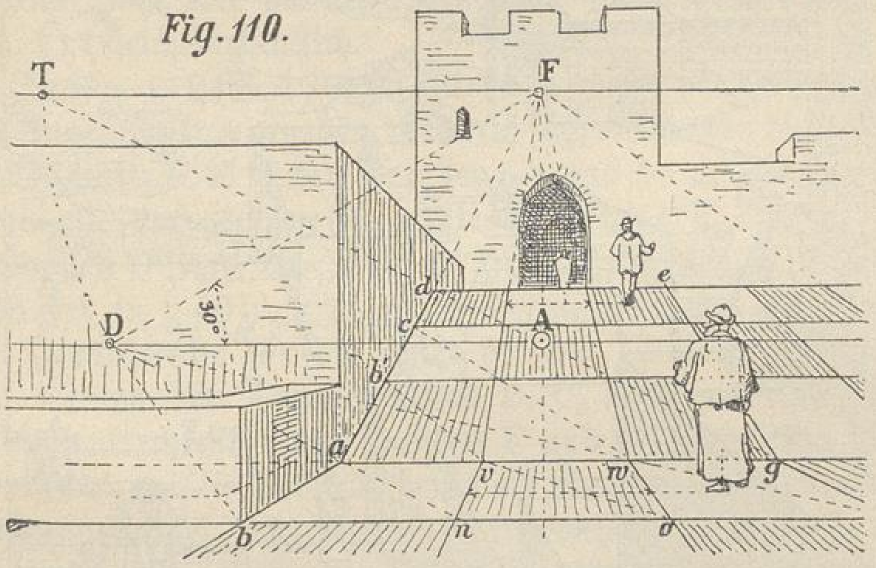


Denkt man sich wieder das Auge O in die Bildfläche nach links umgelegt, so wird O nach D fallen; in D zeichne man nun den verlangten Winkel gleich 30°, dessen ansteigender Schenkel DF die durch A errichtete Senkrechte in F trifft, und ziehe durch F eine Parallele zum Horizont; dann ist letztere die Fluchtspur der ansteigenden Ebene adeg. Als Maßstab für die gleichen Figurengrößen ist die Seite no eines Quadrates gewählt worden. Die Geraden nv, ow bilden den Maßstab für die horizontale Ebene, die Geraden vF, wF den gleichen Maßstab für die ansteigende Ebene.

Bezüglich der weiteren, in Fig. 110 angegebenen Konstruktionen siehe § 153.

§ 151. Die folgenden Figuren 111 und 112 (S. 168 und 170) sind zwei weitere Beispiele über das Antragen schiefer Ebenen, welche hier etwa als die Neigungsflächen von Treppen angesehen werden könnten. Bei Fig. 111 wurde der Augenpunkt und die halbe Distanz $D/_2$ gegeben. Die von a d nach abwärts führende Treppenfläche soll mit der nach einwärts verlängert gedachten Horizontalebene e a d g einen Winkel von 20° bilden, d. h. unter 20° abfallen.

Fig. 110.



Man konstruiere bei $D/_2$ den geometrischen Winkel **n** gleich 20°, wodurch sich f auf einer durch A gezeichneten Senkrechten ergeben hat.

Nun trage man die Strecke A f wiederholt von f aus nach abwärts in f F an; dann ist F die Flucht der Geraden **a** b und aller zu ihr Parallelen und der Winkel n′ perspektivisch gleich 20°. Die Wagrechte F x ist die Fluchtspur der abfallenden Ebene; trägt man die Größe A F von A nach F′, so ist F′ die Flucht aller unter 20° ansteigenden Geraden und eine Wagrechte F′ y die Fluchtspur aller unter 20° ansteigenden Ebenen, wie z. B. der Dachfläche bei dem im Hintergrunde gezeichneten Tempel.

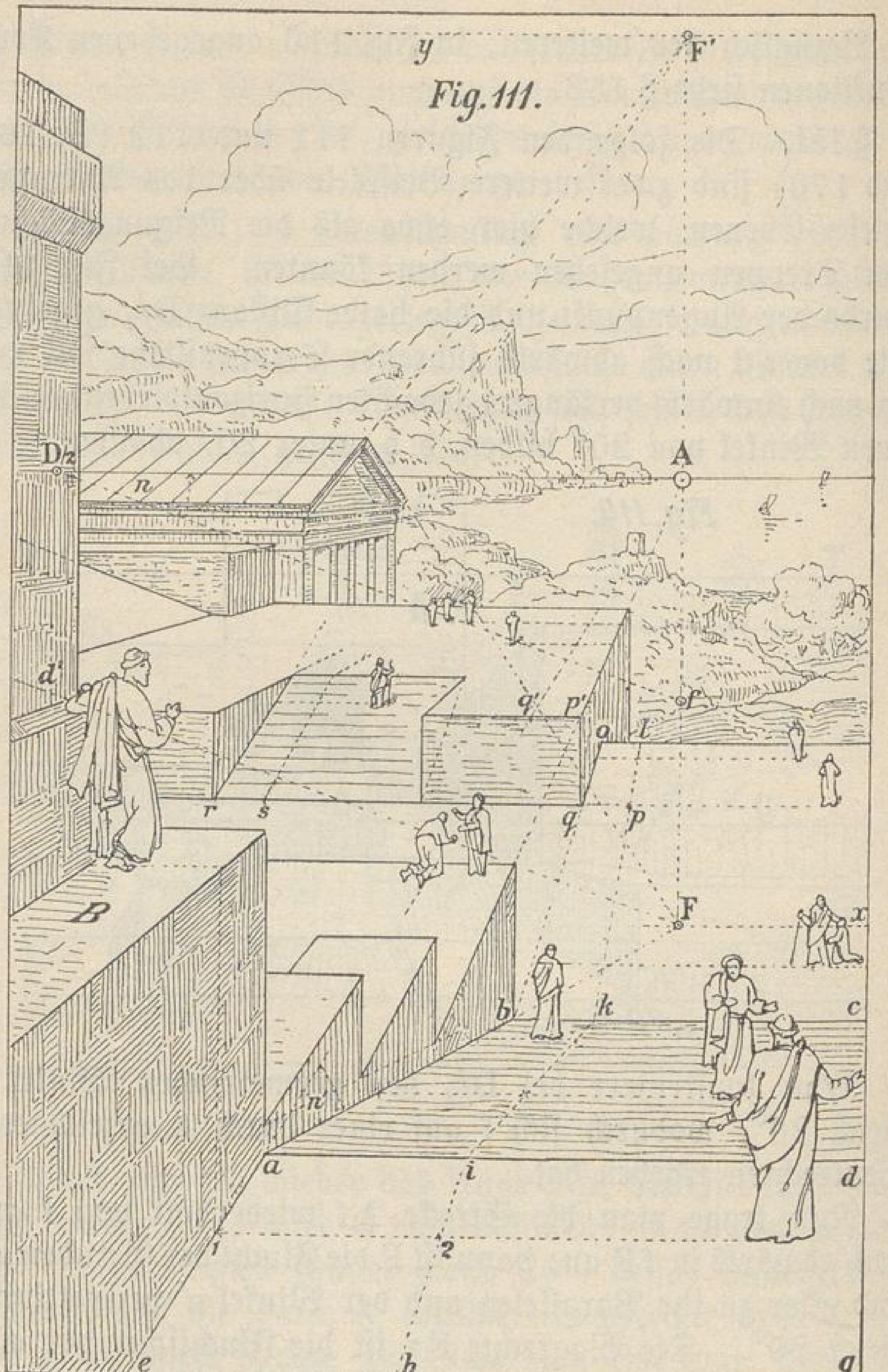


Fig. 111.

Betrachtet man die zu $fD/_2$ geometrisch parallele Gerade Fd', so erhellt, daß letztere den Horizont in der ganzen Distanz D schneiden wird und der durch FD mit dem Horizont gebildete Winkel wieder gleich 20° ist. Wäre also statt $D/_2$

etwa ein Drittel oder ein Viertel der Distanz gegeben und ebenso wie vorhin verfahren worden, so hätte man aus leicht erkennbarem Grunde F in drei- oder viermal so großem Abstande wie Af von A annehmen müssen.

Das Messen der Figuren geschah mittels der jedesmal in den betreffenden Ebenen liegenden Parallelen, wie ea, hi; ab, ik; bo, kl ꝛc.

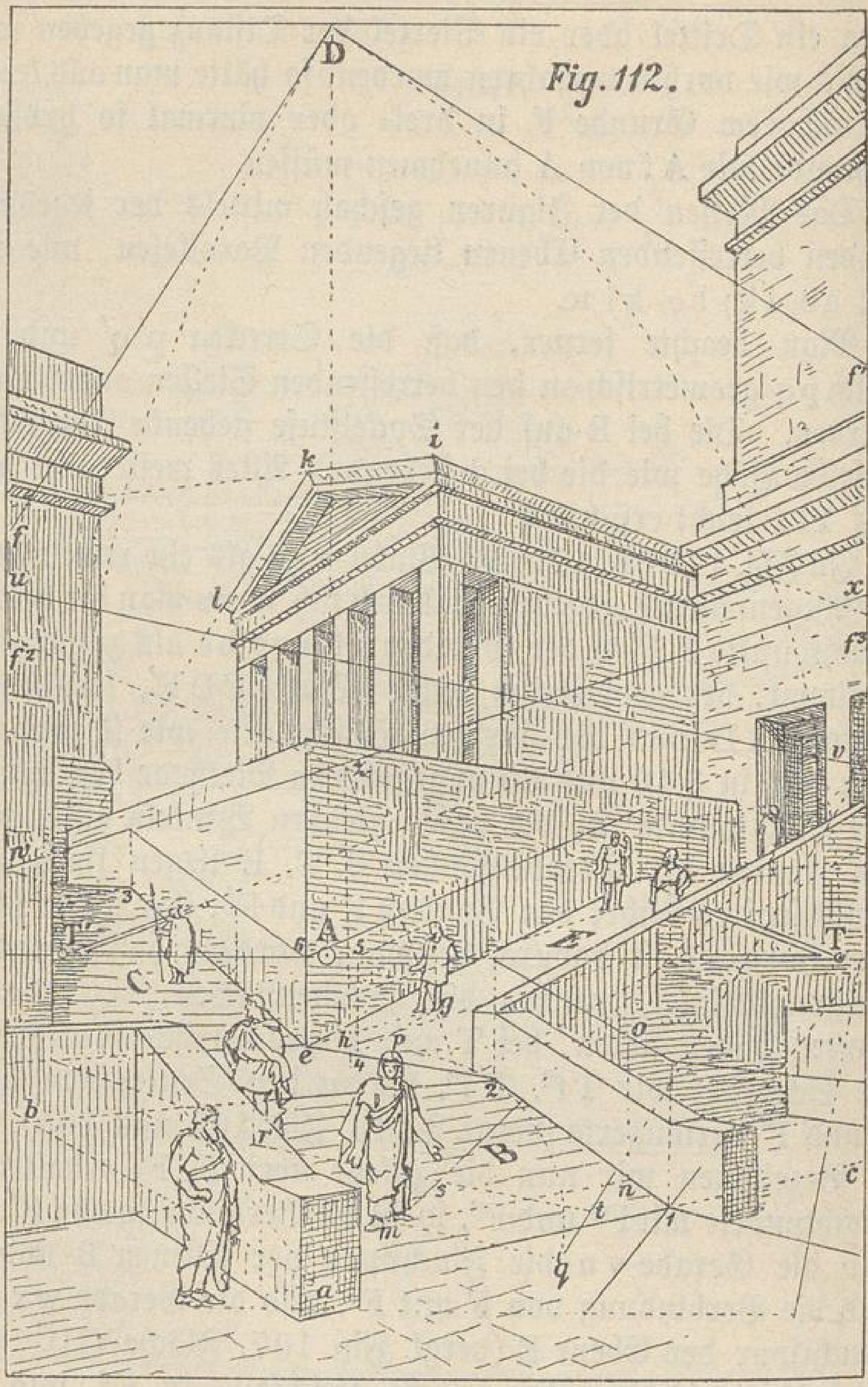
Man beachte ferner, daß die Strecken p′q′ und rs gleich pq geometrisch an den betreffenden Stellen angetragen wurden. Die bei B auf der Sockelstufe stehende Figur hat dieselbe Höhe wie die bei d stehende. Alles weitere ist aus Fig. 111 leicht ersichtlich.

In Fig. 112 (S. 170) sei Winkel bac als ein rechter und der Augenpunkt A gegeben, wodurch sich, wenn man die beiden Fluchtpunkte F, F′ *) der Geraden ab und bc als zugänglich annimmt, der geometrisch rechte Winkel FDF′, ferner die Distanz AD und die übrigen Hilfspunkte wie T und T′ nach der in § 40 und 60 angegebenen Methode bestimmen. Die Fluchtpunkte für die unter gleichen Winkeln ansteigenden Kanten der Treppenflächen B, C, E liegen links und rechts senkrecht über den Punkten F und F′; ihre Höhe über dem Horizont ist dadurch bestimmt worden, daß man den Neigungswinkel, welchen die Treppenflächen, bezw. deren Kanten haben sollen, bei T und T′ geometrisch antrug und die Schenkel, wie Tf^2, $T'f^3$, bis zu den Senkrechten über F und F′ verlängerte (vergl. § 143, Fig. 104 und 105).

Bezeichnen wir nun die zuletzt über F, F′ erhaltenen Fluchtpunkte mit F^2 und F^3, so ist die Verbindung von $F'F^2$, also die Gerade vu die Fluchtspur der Ebenen B und C, und die Verbindung von F mit F^3, also die Gerade wx die Fluchtspur der Ebene E (vergl. Fig. 107, Fläche VII). Die Giebelkante ik hat ihre Flucht gleichfalls in F^2, und kl ihre Flucht unter dem Horizont in gleicher Entfernung von F wie F^2.

---

*) Punkt F liegt in Fig. 112 links, Punkt F′ rechts außer dem Rahmen des Bildes.



§ 152. Zum Messen der Figuren auf irgend einer der schiefen Ebenen hätte man etwa wie folgt verfahren können:

Angenommen, es sei mp eine erste Figurengröße, so ziehe man mn, po nach F′, errichte in n die Senkrechte no und ziehe aus o stets parallel den Kanten 12, 2e, e3, wodurch der Maßstab für die Figuren senkrecht zur Grundfläche aufgestellt war. Sollte nun bei g die Höhe einer Figur bestimmt werden, so ziehe man aus F^3 durch g, bis die Kante 2e in 4 geschnitten wird, errichte in 4 die Senkrechte 45 und ziehe von 5 wieder nach dem Fluchtpunkte F^3; damit ist die Höhe der Figur bei g gefunden ꝛc. Sind aber auf einer der schiefen Flächen mehrere Figuren anzugeben, so ist es einfacher und kürzer, den betreffenden Maßstab in jene Ebene niederzulegen, auf welcher die Figuren stehen. Dies geschah in der Weise, daß man z. B. von m aus die Figurengröße mp in mq geometrisch parallel mit der zu B gehörigen Fluchtspur uv niederlegte, sodann von m und q nach irgend einem beliebigen Punkte der Fluchtspur, z. B. nach v, die Parallelen mv, qv zeichnete und von einem gegebenen Standpunkte r einer auf B stehenden weiteren Figur wieder eine Gerade rst geometrisch parallel mit uv, bezw. mq zeichnete; st ist sodann die über r aufzustellende Figurenhöhe.

Auf gleiche Weise konnte auch ein Maßstab in die Ebene E gelegt und damit die Höhen der auf E stehenden Figuren gefunden werden, indem man aus den gegebenen Fußpunkten derselben geometrisch parallel mit wx in die Skala hereinzog und die so gefundenen Höhen über den entsprechenden Fußpunkten aufstellte. Zieht man z. B. durch e geometrisch parallel zur Fluchtspur wx eine Gerade, macht auf dieser Geraden irgendwo eine Strecke gh gleich e6 und zieht von g und h nach einem beliebigen Punkte z der zu E gehörigen Fluchtspur wx die Geraden gz, hz, so ist der Maßstab für die Ebene E gefunden. Ein Maßstab für die Ebene C müßte wieder ebenso wie für B gefunden werden.

Um zu sehen, daß Gerade wie mq, rst, ebenso egh ꝛc. zur Bildfläche geometrisch parallel sind, mithin bestimmte Größen geometrisch darauf angetragen werden können, vergleiche man in Fig. 107 die auf der Ebene VII liegende Gerade bu und die dazugehörige Horizontalprojektion bv, bezw. das zur Bildfläche parallele Schnittdreieck buv.

Ueber die Bestimmung menschlicher Figurengrößen in verschiedenen, höher oder tiefer gelegenen Ebenen (Niveaus) siehe auch noch Taf. V, zu welcher hier folgendes bemerkt sei:

Eine Figur ab sei als eine erste und a'b' als eine zweite, tiefer stehende von an sich gleicher Größe gegeben; will man nun wissen, um wie viel tiefer die Ebene liegt, auf welcher a'b' steht, so verfahre man wie folgt: Man ziehe durch a, a' und b, b' Gerade, welche sich in F schneiden, errichte in F eine Senkrechte FF' bis zum Horizont, ziehe aF', bF' und verlängere a'b' bis in die Skala aF'b, also bis 12; dann ist 12 die Plantiefe der Figur a'b' (d. h. a'b' steht ebensoweit im Hintergrunde wie die Gerade 12), und 1a' ist der Höhenunterschied des Standpunktes beider Figuren ab, a'b' in der Plantiefe von 12. In ähnlicher Weise könnten auch die betr. Niveaus zuerst angegeben sein und z. B. die Größe a'b' nachträglich aus der gegebenen Figurenhöhe ab abgeleitet werden. Eine Begründung des hier Angedeuteten dürfte nach den bisherigen Erklärungen überflüssig sein.

§ 153. Unmittelbares Messen von schiefen (ansteigenden oder fallenden) Geraden*).

Legt man die Entfernung des Auges von dem betreffenden Fluchtpunkte einer solchen Geraden, und zwar von letzterem aus, nach irgend einer Seite in die Bildfläche um, so kann eine jede solche Umlegung als Teilungspunkt verwendet werden.

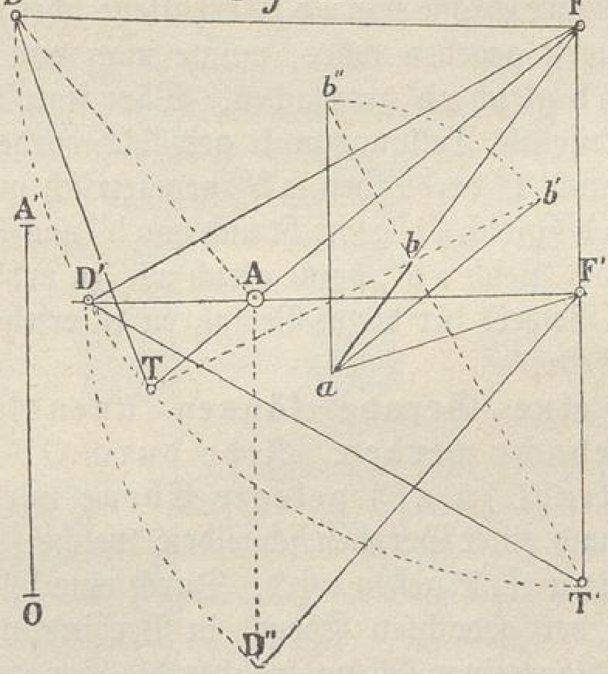
*) Das volle Verständnis des in § 153 und teilweise auch in § 152 Erörterten wird zwar dem in der darstellenden Geometrie vollständig unbewanderten Leser etwas schwer fallen; aber gerade in diesen Paragraphen liegt so zu sagen der Schlüssel für alle in der Perspektive vorkommenden schwierigeren Operationen. Ferner sei noch erwähnt, daß das in diesem Abschnitt Gebrachte keineswegs den Gegenstand erschöpfend behandeln, sondern lediglich eine Anregung zur Fortsetzung des Studiums für solche Leser sein soll, welche durch Kenntnis der darstellenden Geometrie hierzu genügend vorbereitet sind.

Es sei hier zunächst die Aufgabe im allgemeinen erklärt, um sodann auf die in Fig. 110 bereits gebrachte Anwendung in dem dort gegebenen speziellen Falle zurückzukommen.

In Fig. 113 sei a der Anfangspunkt und F die Flucht einer Geraden a F.

Ist nun nebst a F auch noch der Augenpunkt A und die Entfernung des Auges vom Augenpunkt, also die Distanz etwa gleich einer Strecke A′O bestimmt, so ist damit auch die Lage der Geraden a F, sowie die wahre Größe einer

Fig. 113.



perspektivischen Strecke a b bedingt. Denkt man sich die gegebene Distanz A′O über A perpendikulär aufgestellt und sodann F mit O verbunden, so ist F O der Parallelstrahl zu a F (vergl. § 27) und F A ist die rechtwinklige Projektion von F O gegen die Bildfläche. Es ist also O A F ein rechtwinkliges, senkrecht über A F stehendes Dreieck, dessen eine Kathete F A in der Bildfläche, dessen zweite Kathete gleich A′O in A senkrecht und dessen Hypotenuse O F schief zur Bildfläche ist. Denkt man sich nun dieses Dreieck um die Kathete A F als Scharnier in die Bildfläche umgeklappt, so fällt O nach D (AD = A′O) und FD ist die in die Bildfläche umgelegte Entfernung des Auges vom Fluchtpunkte. Beschreibt man nun mit FD als Halbmesser aus F einen Kreis, so ist dieser der geometrische Ort*) für alle Umlegungen der Entfernung FO, und **jeder beliebige Punkt dieses Kreises** (oder Kreisbogens DD′TT′) kann zum Heraustragen der **wahren Größe** von ab benützt werden. Angenommen, man hätte T auf der Verlängerung von FA gewählt, so brauchte man nur von a aus eine geometrisch Parallele zu TF und sodann aus T durch b zu ziehen, um in ab′ die wahre Größe von ab zu erhalten; oder umgekehrt: falls ab′ zuerst gegeben wäre, müßte man von b′ nach T ziehen, um ab gleich ab′ zu machen. Wäre statt T Punkt T′ auf dem Kreise als Teilungspunkt gewählt worden, so hätte man nur F mit T′ verbunden, ab″ geometrisch parallel FT′ gezeichnet, ab″ gleich ab′ gemacht und von b″ nach T′ gezogen, um ab wieder gleich ab″, bezw. gleich ab′ zu erhalten ꝛc.

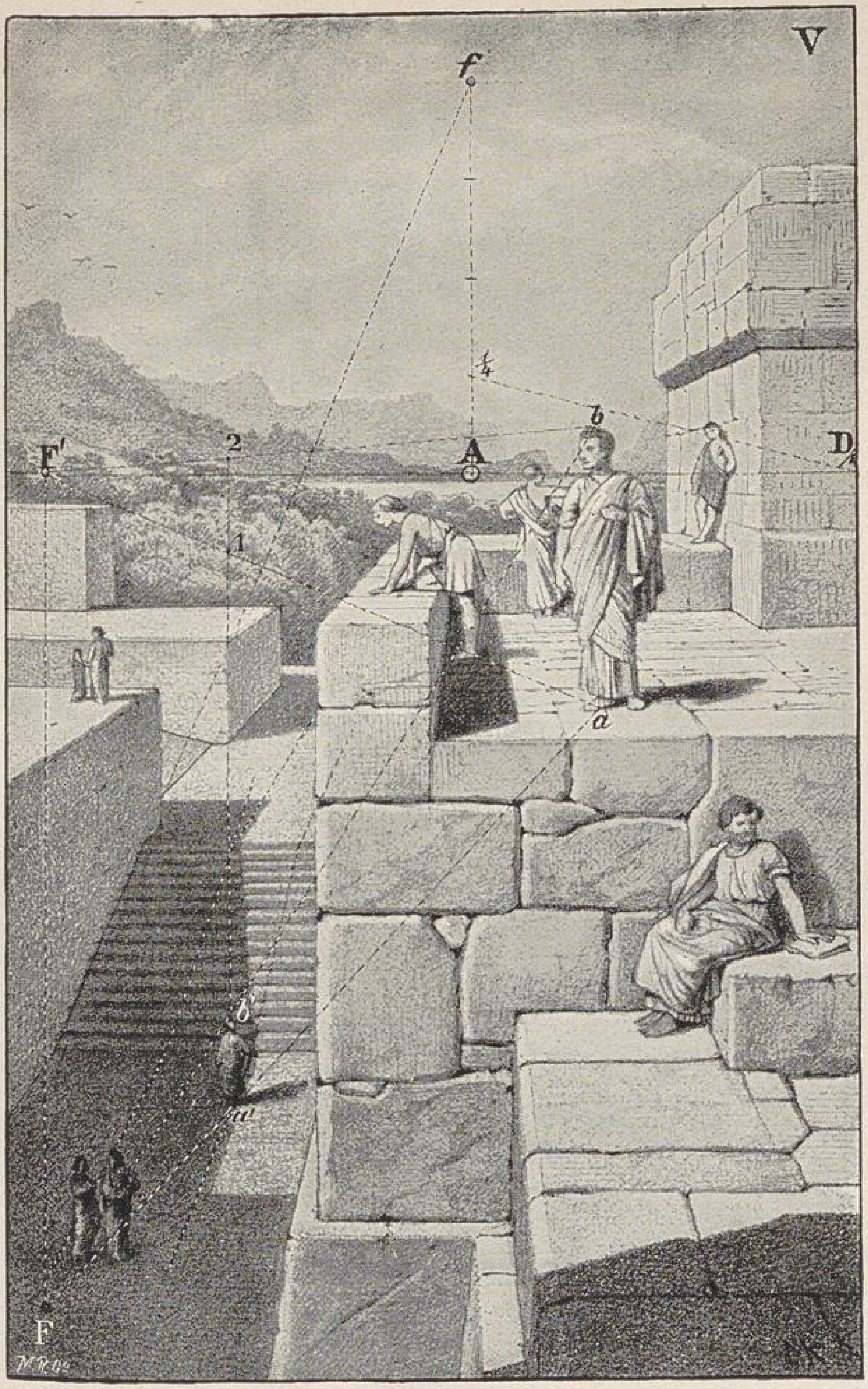
Um den Beweis für dieses Verfahren zu ersehen, erwäge man folgendes:

Durch eine Gerade können unendlich viele Ebenen gedacht werden. Jede durch OF (als dem **Parallelstrahl** zu aF) gelegte **Ebene** wird nun die Bildfläche nach einer Geraden schneiden, welche stets durch den **Fluchtpunkt** F gehen wird. Durch eine solche Gerade (Fluchtspur der gedachten Ebene) in Verbindung mit OF ist aber die Lage einer Ebene, welcher die Gerade aF angehören soll, fixiert**), und eine zur Fluchtspur geometrisch Parallele, welche durch einen Punkt der Geraden aF geht, liegt in der gleichen Ebene***); folglich bildet in Fig. 113 aF und die Fluchtspur FT eine Ebene, welcher auch ab′

*) Unter einem geometrischen Ort im allgemeinen versteht man irgend eine Linie oder Ebene, auf welcher ein zu suchender Punkt oder eine zu suchende Gerade liegen muß; so ist hier der Kreis der geometrische Ort für alle von F gleichen Entfernungen.

) Weil durch zwei sich schneidende Gerade, bezw. durch die Schenkel eines Winkels nur **eine Ebene gelegt werden kann.

***) Weil zwei parallele Gerade und eine sie schneidende Gerade stets in **einer** Ebene liegen.


V
f
A
b
a
D
F'
F
2
1
b'
a'

angehört und innerhalb welcher nun bezüglich des Messens und aller weiteren eventuell vorzunehmenden Operationen ebenso vorgegangen werden kann, wie in § 39 bis 48 und § 54 ꝛc., indem man nur die Fluchtspur F T als gleichbedeutend mit einem Horizont betrachtet. Die Strecke a b ist also gleich a b′, weil Dreieck b a b′ ähnlich dem Dreieck D F T, nämlich wie dieses gleichschenklig ist (vergl. § 54, Fig. 14).

Das gleiche gilt, wenn a F als zu irgend einer anderen Ebene, z. B. zu der senkrechten T′ F a gehörig betrachtet wird. In diesem Falle klappe man nur das zur Bildfläche jetzt schief stehende Dreieck F′ O F um F′ F als Scharnier wieder in die Bildfläche, wodurch O nach D′ zu liegen kommt; alsdann ist D′ F wieder der um F′ F in die Bildfläche gelegte Parallelstrahl zur Geraden a F, somit T′ der Teilungspunkt, vermittelst dessen die wahre Größe von a b auf die zu T′ F Parallele a b″ herausgetragen werden kann. Dreieck b a b″ ist also wieder ähnlich dem Dreieck D′ F T′, somit wie dieses gleichschenklig.

Betrachtet man jetzt nachträglich die Figur 110, so wird daraus ersichtlich, daß F T nichts anderes als wieder die Umlegung der Entfernung F O in die Fluchtspur T F der ansteigenden Ebene ist und F T gleich F D, die Strecke F D aber durch Umlegen des rechtwinkligen Dreieckes A F O um seine Kathete A F gefunden wurde.

Teilungspunkt T gilt nun für alle nach F gehenden Geraden. In Fig. 110 sind demnach die Strecken a b′, b′ c, c d gleich den Größen a v, v w ... Ferner sei noch erwähnt, daß in diesem speziellen Falle F bezüglich der ansteigenden Ebene die Eigenschaft eines Augenpunktes und T die Eigenschaften eines Distanz- und Diagonalpunktes in sich vereinigt, so daß also auf der Ebene a d e g ebenso operiert werden kann, als ob F T ein Horizont, F der Augenpunkt und T die Distanz, bezw. ein Diagonalpunkt wäre. Daraus erhellt auch, daß a d e g ein Quadrat darstellt, welches in neun kleinere Quadrate zerlegt wurde.