Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

§ 30. Der Schatten von Geraden und ebenflächig begrenzten Körpern auf Ebenen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-82190

indem man vom Grundriß P' des Punktes P eine Parallele zum Horizonte und von deren Schnittpunkt mit der Horizontalspur der Ebene eine Parallele zur Vertikalspur zieht. Die Parallele schneidet die von P aus senkrecht zur Vertikalspur gezogene Linie in P''. Der gesuchte Schatten P''' ist nun einfach der Schnittpunkt von SP und $S''P''$.

Daß diese Konstruktion ohne Weiteres auch auf eine zur Bildebene rechtwinklige Vertikalebene anwendbar ist, versteht sich wohl von selbst. Da aber dieser Fall besonders oft vorkommt, ist in Abb. 109 die Ermittlung des Schattens P'' eines Punkts P auf eine solche Ebene dargestellt worden. — In den Abb. 109 und 110 ist der gebrochene Schatten des ganzen senkrechten Stabes PP' angegeben worden.

§ 30. Schatten von Geraden und ebenflächig begrenzten Körpern auf Ebenen.

Der Schatten einer Geraden auf eine Ebene ist als Schnitt zweier Ebenen — nämlich der durch die Gerade gehenden Strahlenebene und der beschatteten Ebene — wieder eine Gerade. Man braucht daher nur die Schatten zweier beliebiger Punkte der Geraden auf die Ebene aufzusuchen und durch die beiden Schattenpunkte eine Gerade zu ziehen. Der Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene ist stets sein eigener Schatten; ist dieser Punkt also im Bilde vorhanden oder leicht zu ermitteln, so braucht man nur noch den Schatten eines andern Punkts der Geraden aufzusuchen und durch ihn und den Schnittpunkt eine Gerade zu legen.

Handelt es sich um den Schatten eines ebenflächig begrenzten Körpers, so hat man, wie schon aus dem im § 26 Gesagten hervorgeht, nur die Schatten der einzelnen, die Eigenschattengrenze bildenden Kanten auf die Ebene zu ermitteln. Man sucht also die Schatten der Eckpunkte auf, die dem die Eigenschattengrenze bildenden Linienzuge angehören und verbindet die Schatten dieser Eckpunkte in derselben Reihenfolge. — Sind die der Eigenschattengrenze angehörigen Kanten und Eckpunkte nicht ohne Weiteres zu erkennen, so sucht man die Schatten aller Eckpunkte auf die Ebene auf und verbindet die äußersten dieser Punkte. So erhält man den Umriß des Schlagschattens, und die Kanten des Körpers, deren Schatten diesen Umriß bilden, sind eben die die Schattengrenze bildenden Kanten. Die Eckpunkte, deren Schatten in das Innere des gefundenen Schlagschattens fallen, sind entweder im Licht oder im Schatten, gehören also dem ganz im Lichte oder dem ganz im Schatten befindlichen Teile der körperlichen Oberfläche an.

Die Ermittelung des Schlagschattenumrisses durch Verbindung der äußersten Schattenpunkte setzt allerdings voraus, daß der Körper keine einspringenden Flächenwinkel besitzt; ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so muß man den Körper in mehrere Teile, die keine einspringenden Flächenwinkel enthalten, zerlegen und den Schatten jedes dieser Teile für sich ermitteln.

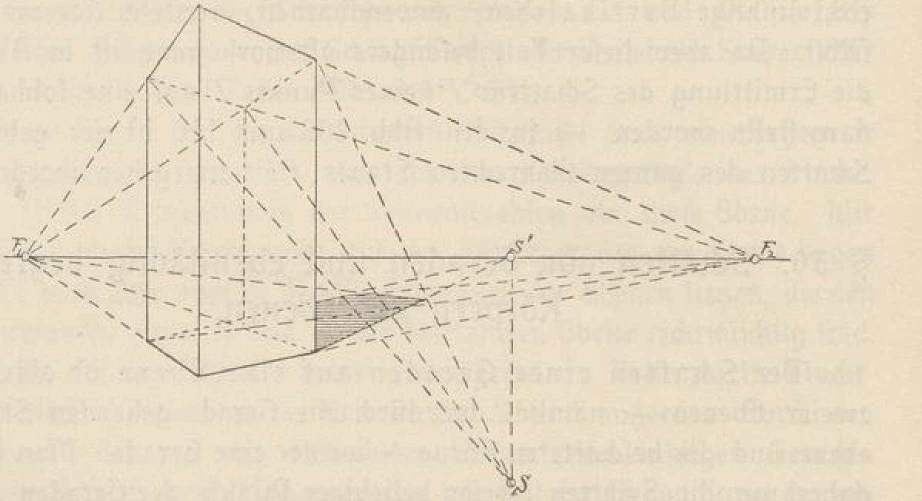

Abb. 111

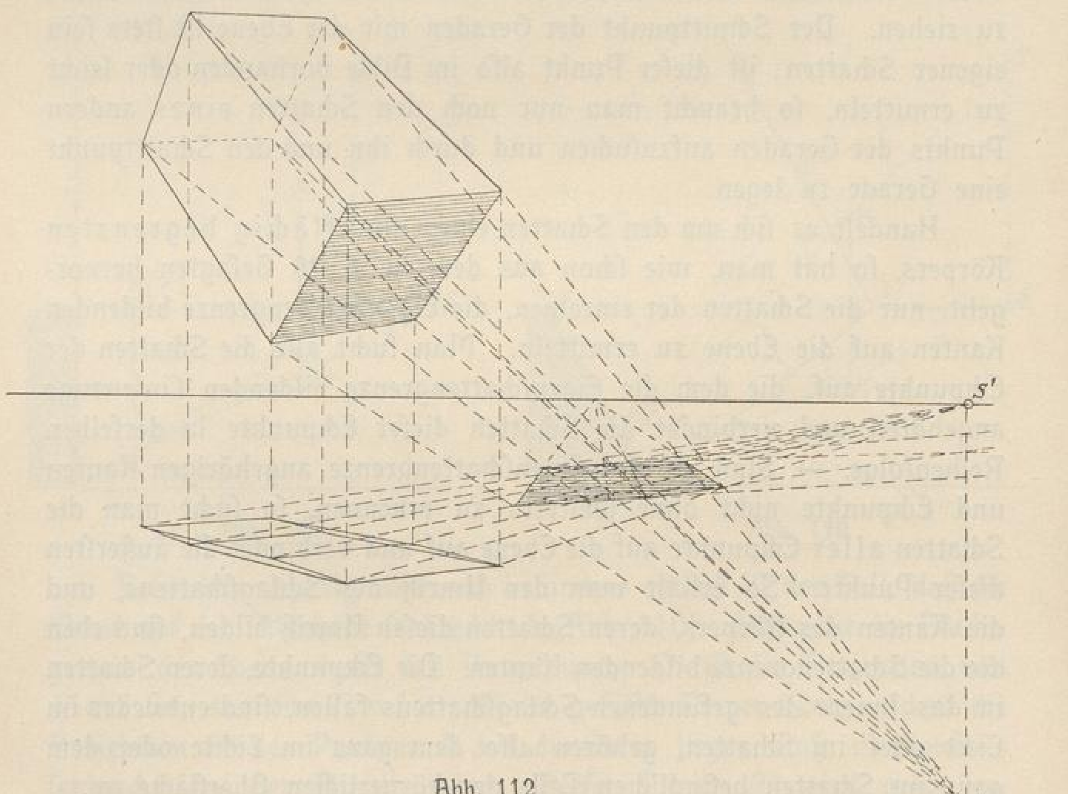

Abb. 112

Die Abb. 111 zeigt den Schlagschatten, den ein auf der Grundebene stehendes, rechtwinkliges Parallelepiped auf diese Ebene wirft. Da der Körper auf der Grundebene steht, kommen nur zwei vertikale Kanten und zwei Seiten der oberen Grundfläche als schattenwerfend in Betracht. Die Schatten der vertikalen Kanten gehen nach S'; die Schatten der Seiten der oberen Grundfläche sind einzeln diesen Kanten parallel, und jeder Schatten geht daher nach dem Fluchtpunkte der betreffenden Kante.

Die Abb. 112 zeigt den Schlagschatten, den ein in ganz beliebiger Lage über der Grundebene schwebendes Parallelepiped auf diese Ebene wirft. Ein solches Prisma besitzt drei Gruppen von je vier gleich langen und parallelen Kanten; die Eigenschattengrenze besteht aus je zwei gegenüberliegenden Kanten aus jeder dieser Gruppen. Da die Schatten, die gleich lange, parallele Strecken auf eine Ebene bei paralleler Bestrahlung werfen, gleich lang und parallel sind, ist der Umriß des Schlagschattens in jeder Lage des Körpers ein Sechseck, dessen gegenüberliegende Kanten paarweise gleich und parallel sind. Je zwei gegenüberliegende Seiten des Schlagschattens gehen daher im Bilde nach einem im Horizonte liegenden Fluchtpunkte.

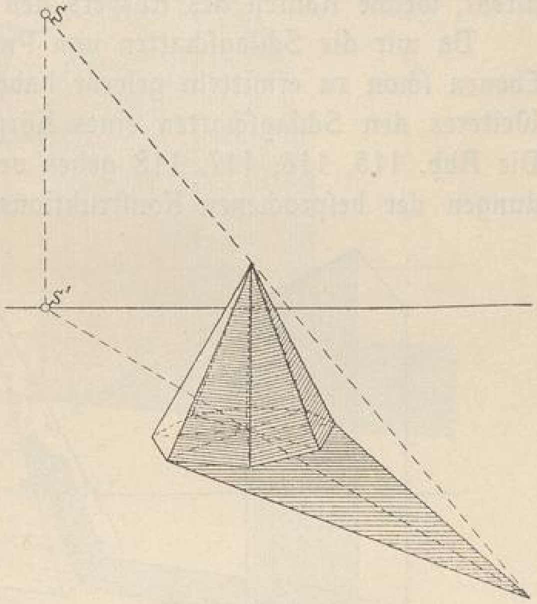

Abb. 113

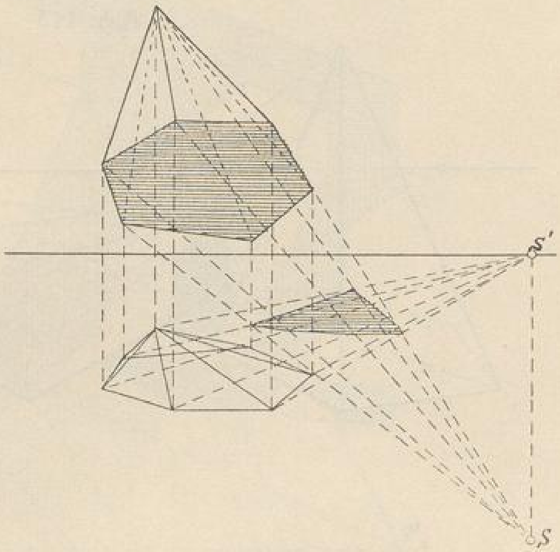

Abb. 114

In der Abb. 113 ist der Schatten dargestellt, den eine auf der Grundebene stehende regelmäßige, in

Abb. 114 der Schatten, den eine in ganz allgemeiner Lage befindliche, beliebig geſtaltete Pyramide auf die Grundebene wirft. Man findet dieſen Schatten, indem man den Schatten der Grundfläche und den der Spitze aufſucht und den Schatten der Spitze mit d e n beiden Eckpunkten des Schattens der Grundfläche verbindet, die von ihm aus geſehen die äußerſten ſind. Da die den Umriß des Schlagſchattens bildenden Linien ſtets die Schlagſchatten der die Eigenſchattengrenze bildenden Kanten ſind, erkennt man aus dem Schlagſchatten auch direkt, welche Kanten des Körpers den Eigenſchatten begrenzen.

Da wir die Schlagſchatten von Punkten auf verſchieden liegende Ebenen ſchon zu ermitteln gelernt haben, können wir nun auch ohne Weiteres den Schlagſchatten eines Körpers auf einen andern finden. Die Abb. 115, 116, 117, 118 geben verſchiedene Beiſpiele als Anwendungen der beſprochenen Konſtruktionsmethoden. Bei der Abb. 117

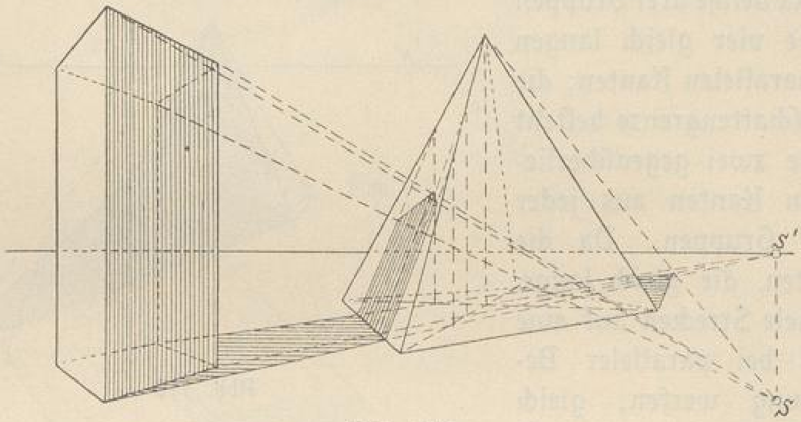

Abb. 115

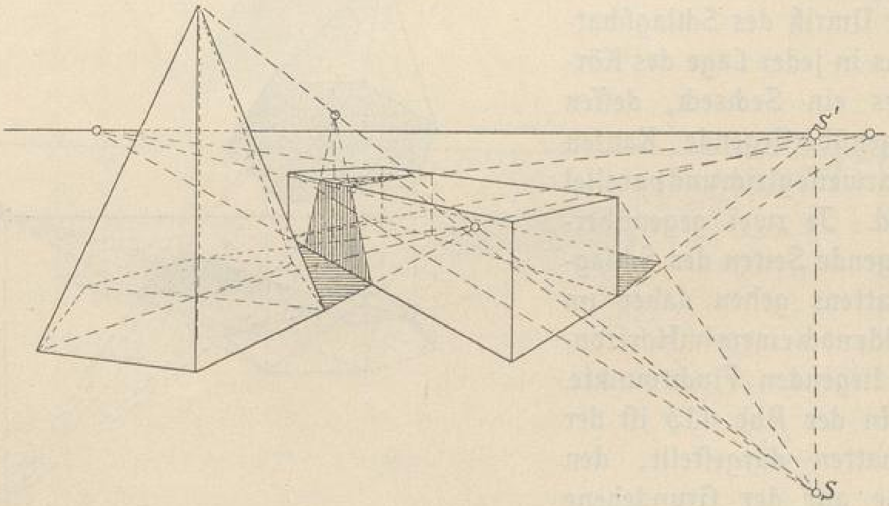

Abb. 116

ist auch angegeben, wie die Schnittlinien der Dächer direkt im Bilde konstruiert werden können. Die Abb. 118 zeigt eine Reihe von Konsolen, von denen jedes seinen Schatten auf das folgende wirft.

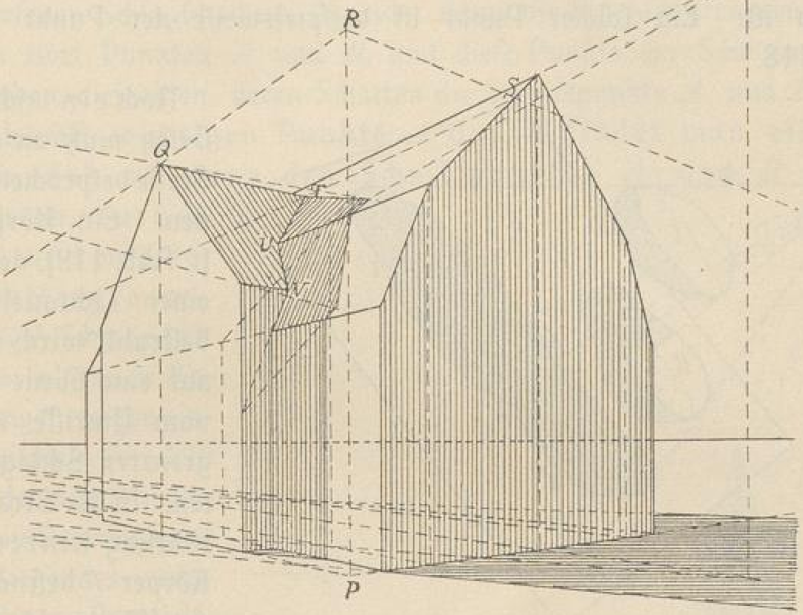

Abb. 117

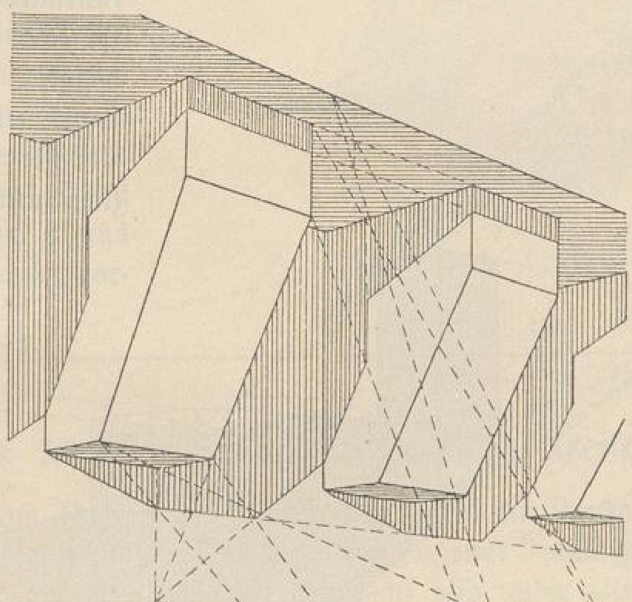

Abb. 118

Bei diesen Konstruktionen läßt sich mit Vorteil die schon erwähnte Tatsache benutzen, daß der Schatten, den eine Gerade auf eine Ebene wirft, stets durch den Punkt gehen muß, in dem die Gerade die Ebene schneidet, auch dann, wenn dieser Schnittpunkt am Körper nicht vorhanden ist. Ein solcher Punkt ist beispielsweise der Punkt P in Abb. 118.

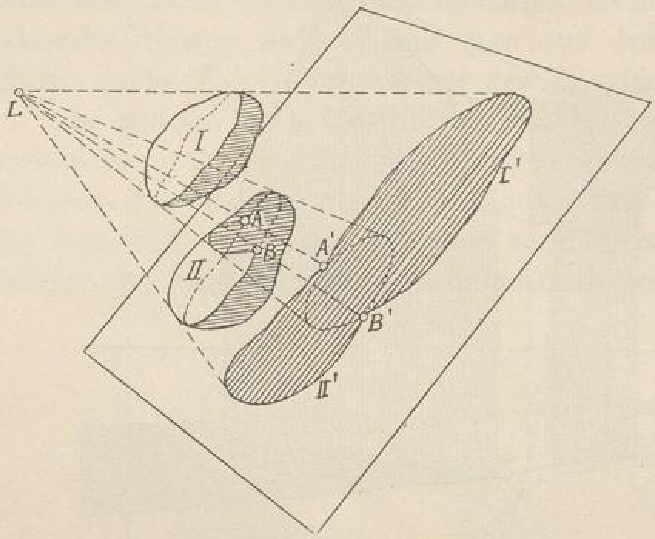

Abb. 119

Noch ein wichtiges Gesetz muß an dieser Stelle besprochen werden. Ein Körper I (s. Abb. 119), der von einer Lichtquelle L bestrahlt wird, werfe auf eine Ebene einen vom Umrisse I' begrenzten Schlagschatten. In der Strahlenrichtung **hinter** dem Körper I befinde sich ein Körper II, dessen auf dieselbe Ebene fallender Schlagschatten den Umriß II' besitzt. Wir wollen annehmen, daß die Umrisse I' und II' sich durchschneiden;

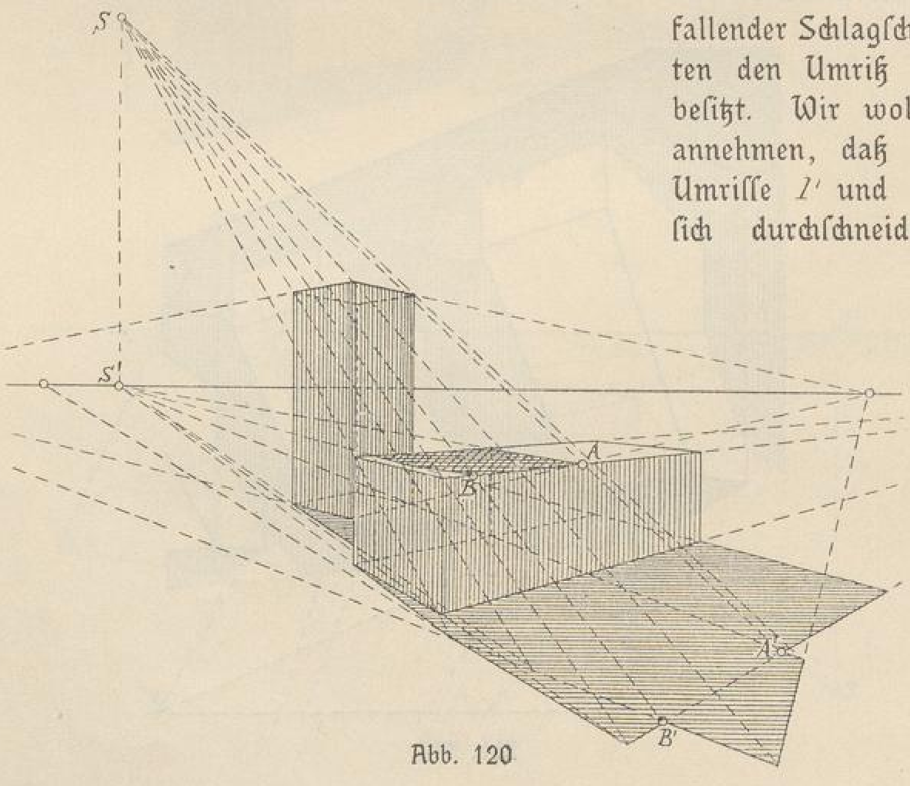

Abb. 120

ihre Schnittpunkte ſeien A' und B'. — Der Körper *I* wirft nun auch einen Schatten auf den Körper *II*; wenn I' und II' ſich durchſchneiden, fällt aber der Schatten von *I* nicht ganz, ſondern nur teilweiſe auf *II* — der Reſt fällt auf die Ebene. Der Umriß des von *I* auf *II* geworfenen Schlagſchattens ſchneidet dann die Eigenſchattengrenze von *II* in zwei Punkten *A* und *B*, und dieſe Punkte der Schattengrenze ſind eben diejenigen, deren Schatten die Schnittpunkte A' und B' ſind. Die höchſt wichtigen Punkte *A* und *B* findet man alſo dadurch, daß man von den Schnittpunkten A' und B' Lichtſtrahlen zurückzieht und mit der Schattengrenze von *II* ſchneidet.

Die folgenden Abbildungen zeigen einige Beiſpiele. Abb. 120 ſtellt den Schatten dar, den ein ſtehendes auf ein liegendes rechtwinkliges Parallelepiped wirft. In Abb. 121 wirft eine ſtehende Pyramide ihren Schatten auf ein liegendes Prisma. In beiden Fällen ſind die Punkte *A* und *B* und ihre Schatten A' und B' beſonders hervorgehoben.

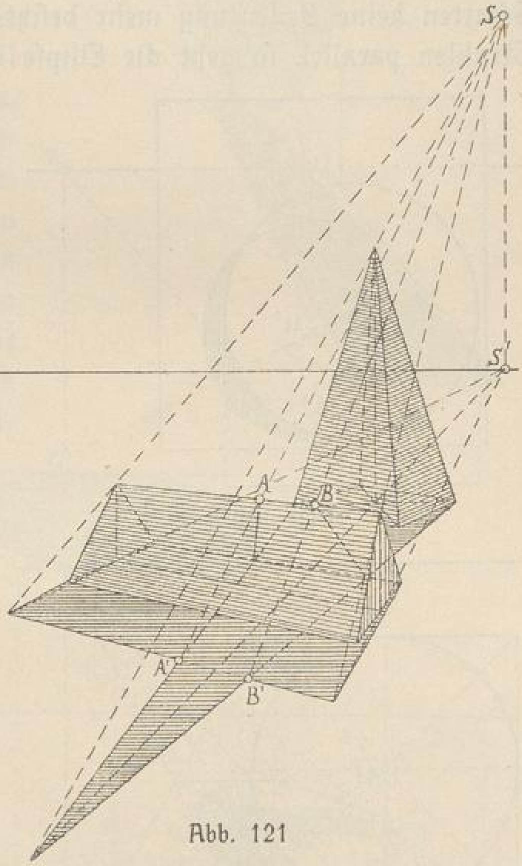

Abb. 121

§ 31. Der Schlagſchatten eines Kreiſes.

Die vom leuchtenden Punkte aus durch die Punkte des Kreiſes gehenden Strahlen bilden eine Kegelfläche zweiter Ordnung, der Schatten des Kreiſes auf eine beliebige Ebene iſt alſo unter allen Umſtänden ein Kegelſchnitt. Da wir hier parallele Beſtrahlung vorausſetzen, geht der Strahlenkegel in einen Zilinder über. Da der ebene Schnitt eines Kreiszilinders oder eines Zilinders zweiter Ordnung im Allgemeinen