Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

§ 31. Der Schlagschatten eine Kreises.

urn:nbn:de:hbz:466:1-82190

ihre Schnittpunkte ſeien A' und B'. — Der Körper I wirft nun auch einen Schatten auf den Körper II; wenn I' und II' ſich durchſchneiden, fällt aber der Schatten von I nicht ganz, ſondern nur teilweiſe auf II — der Reſt fällt auf die Ebene. Der Umriß des von I auf II geworfenen Schlagſchattens ſchneidet dann die Eigenſchattengrenze von II in zwei Punkten A und B, und dieſe Punkte der Schattengrenze ſind eben diejenigen, deren Schatten die Schnittpunkte A' und B' ſind. Die höchſt wichtigen Punkte A und B findet man alſo dadurch, daß man von den Schnittpunkten A' und B' Lichtſtrahlen zurückzieht und mit der Schattengrenze von II ſchneidet.

Die folgenden Abbildungen zeigen einige Beiſpiele. Abb. 120 ſtellt den Schatten dar, den ein ſtehendes auf ein liegendes rechtwinkliges Parallelepiped wirft. In Abb. 121 wirft eine ſtehende Pyramide ihren Schatten auf ein liegendes Prisma. In beiden Fällen ſind die Punkte A und B und ihre Schatten A' und B' beſonders hervorgehoben.

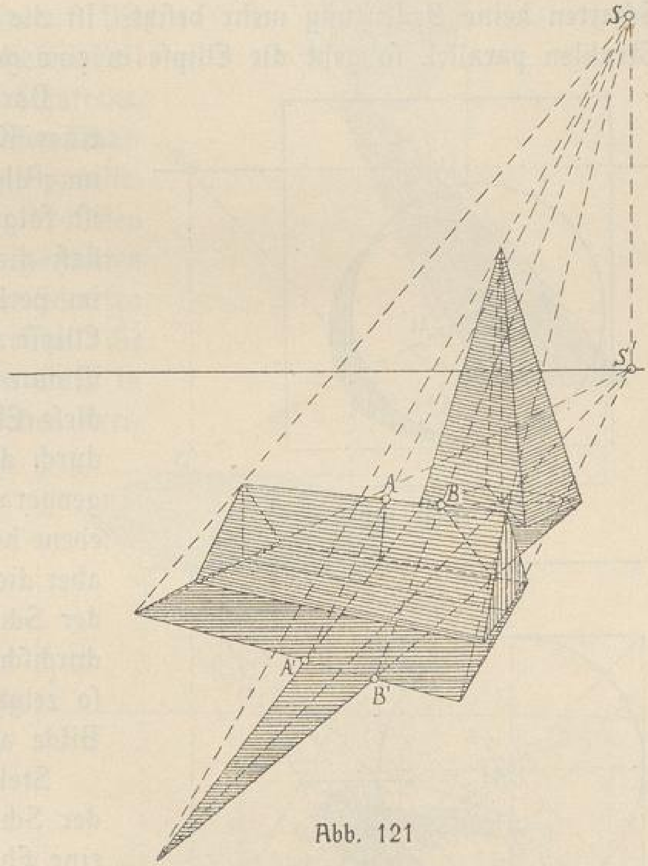

Abb. 121

§ 31. Der Schlagſchatten eines Kreiſes.

Die vom leuchtenden Punkte aus durch die Punkte des Kreiſes gehenden Strahlen bilden eine Kegelfläche zweiter Ordnung, der Schatten des Kreiſes auf eine beliebige Ebene iſt alſo unter allen Umſtänden ein Kegelſchnitt. Da wir hier parallele Beſtrahlung vorausſetzen, geht der Strahlenkegel in einen Zilinder über. Da der ebene Schnitt eines Kreiszilinders oder eines Zilinders zweiter Ordnung im Allgemeinen eine Ellipſe iſt, muß bei paralleler Beſtrahlung der Schatten eines Kreiſes auf eine Ebene eine Ellipſe ſein. — In beſonderen Fällen geht die Ellipſe in einen Kreis von dem Radius des ſchattenwerfenden Kreiſes oder in zwei parallele Gerade über. Erſterer Fall tritt ein, wenn der Kreis der beſtrahlten Ebene parallel iſt, oder wenn die Ebene des Kreiſes und die beſtrahlte Ebene Wechſelſchnitte des Strahlenzilinders ſind, letzterer Fall ergiebt ſich, wenn die beſtrahlte Ebene den Kreis durchſchneidet und den Strahlen parallel iſt. Dann hat allerdings die ganze beſtrahlte Ebene die Helligkeit Null, ſo daß der Schatten keine Bedeutung mehr beſitzt. Iſt die Ebene des Kreiſes den Strahlen parallel, ſo geht die Ellipſe in eine gerade Strecke über.

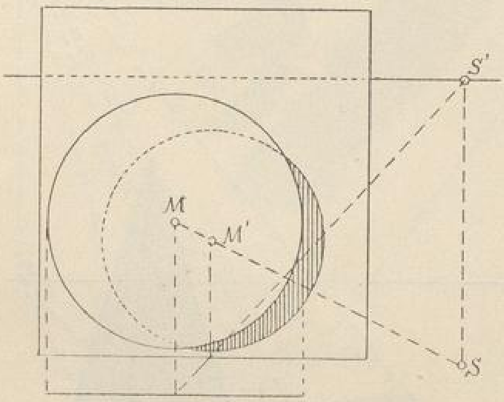

Abb. 122

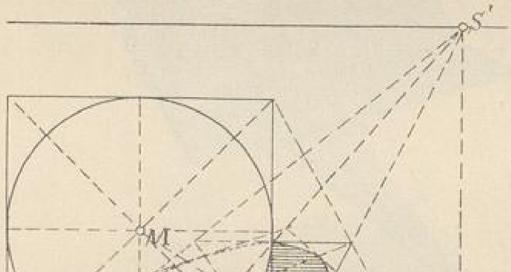

Abb. 123

Daraus, daß der Schatten eines Kreiſes auf eine Ebene im Allgemeinen eine Ellipſe iſt, folgt natürlich keineswegs, daß dieſer Schatten ſich auch im perſpektiviſchen Bilde als Ellipſe darſtellen müſſe. Das iſt nur dann der Fall, wenn dieſe Ellipſe nicht bis an die durch das Auge und die Gegengerade gehende Vertikalebene heranreicht. Berührt ſie aber dieſe Ebene, ſo bildet ſich der Schatten als Parabel ab, durchſchneidet ſie dieſe Ebene, ſo zeigt ſich der Schatten im Bilde als Hyperbel.

Stellt ſich, wie gewöhnlich, der Schatten des Kreiſes auf eine Ebene als Ellipſe dar, ſo finden wir dieſe ſtets am bequemſten dadurch, daß wir dem Kreiſe zwei um 45° gegen einander gedrehte Quadrate umſchreiben und die Schatten dieſer Quadrate und ihrer Diagonalen auf die Ebene aufſuchen; ſo erhalten wir ſtets 8 Tangenten mit ihren Berührungspunkten.

Wirft der Kreis auf eine Ebene einen kreisförmigen Schatten, ſo iſt damit ſelbſtverſtändlich nicht geſagt, daß der Schattenkreis ſich auch im Bilde als Kreis darſtelle. Das iſt, wie wir wiſſen, nur dann der

Fall, wenn der Schattenkreis der Bildebene parallel ist oder aber dann, wenn die bestrahlte Ebene und die Bildebene Wechselschnitte des Sehstrahlenzilinders sind.

Ist die Ebene des schattenwerfenden Kreises der bestrahlten Ebene und der Bildebene parallel, so ist der Schatten in Wahrheit und im Bilde ein Kreis. Die Abb. 122 zeigt für diesen Fall die Konstruktion des Schattens.

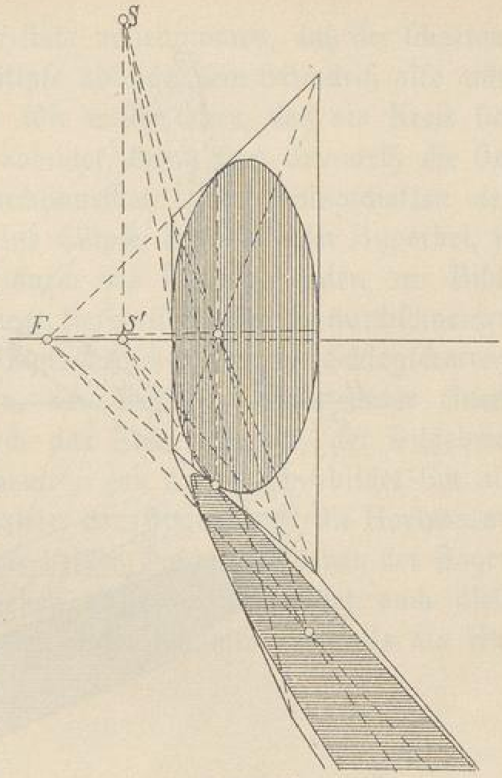

Abb. 124

Die Abb. 123 stellt den Schatten eines der Bildebene parallelen Kreises, die Abb. 124 den eines andern vertikal gestellten Kreises, die Abb. 125 den Schatten eines wagerechten Kreises, die Abb. 126 den Schatten eines in beliebiger Lage befindlichen Kreises auf die Grundebene dar. Endlich zeigt Abb. 127 den Schatten eines beliebigen Kreises auf eine in beliebiger Lage befindliche ebene Figur. Ueber die angewandten Konstruktionen ist nichts Neues zu sagen; in allen Fällen wurden in bekannter Weise die Schatten zweier um 45° gegen einander gedrehter, dem Kreise umschriebener Quadrate mit ihren Diagonalen oder der Schatten des regelmäßigen Achtecks aufgesucht und die Ellipsen eingezeichnet.

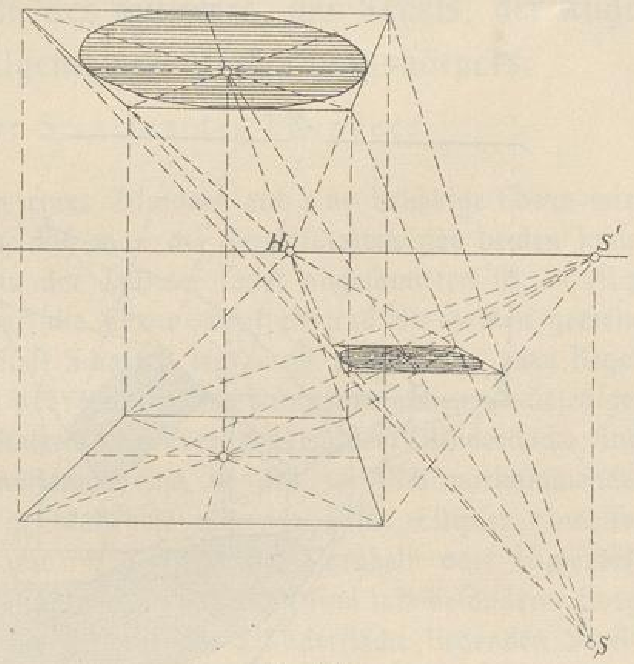

Abb. 125

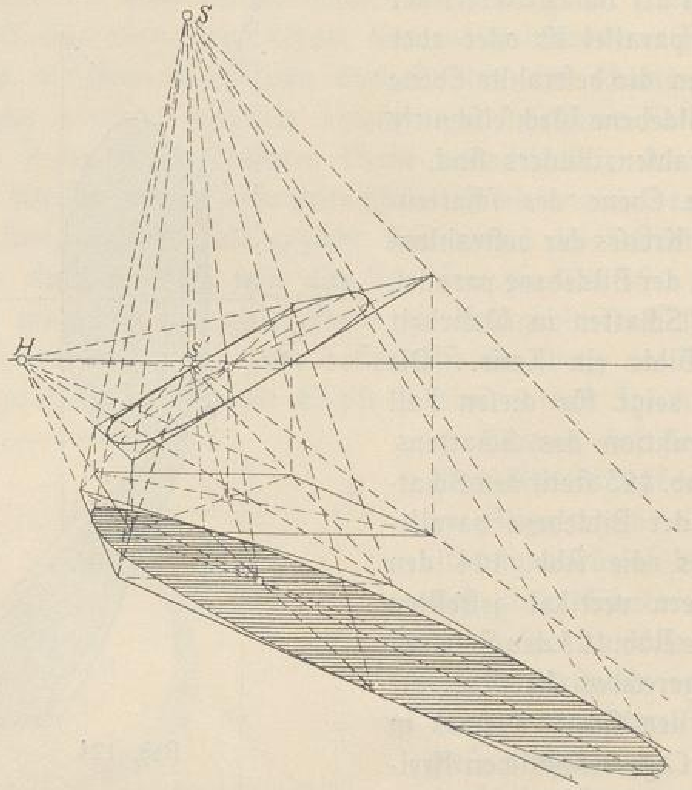

Abb. 126

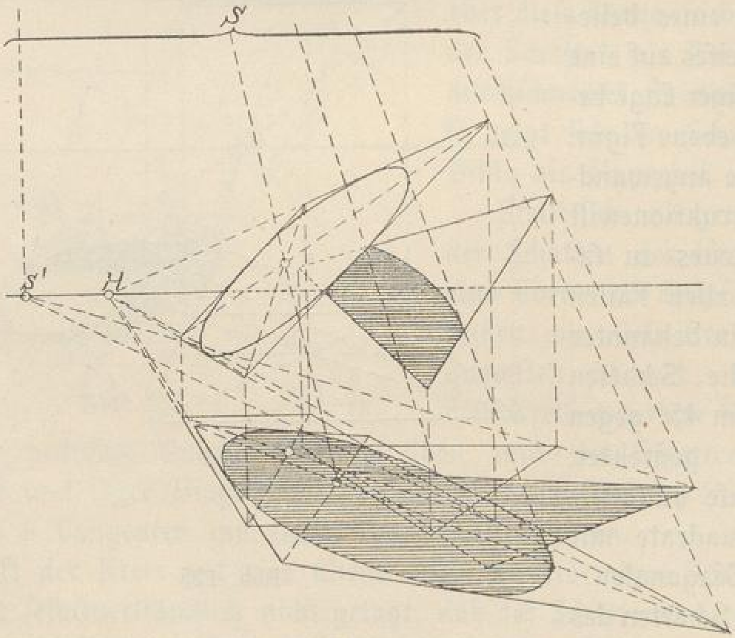

Abb. 127

Bei diesen Beispielen wurde stets angenommen, daß der schattenwerfende Kreis selbst sich als Ellipse abbilde, sein Grundriß also nicht bis an die Gegengerade reiche. Wir wissen aber, daß ein Kreis sich als Parabel oder als Hyperbel abbildet, wenn sein Grundriß die Gegengerade berührt oder sie durchschneidet. Der Schlagschatten des Kreises ist auch jetzt im Bilde eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem er ganz außerhalb der durch das Auge gehenden, zur Bildebene parallelen Vertikalebene liegt, sie berührt oder sie durchschneidet. So zeigt Abb. 124 einen im Bilde hyperbolisch begrenzten Schlagschatten.

Stellen wir uns z. B. vor, der Beschauer stehe unter einem Brückenbogen, der also die durch das Auge gehende, der Bildebene parallele Vertikalebene durchschneidet; der Kreisbogen bildet sich als Hyperbelbogen ab. Da der Schatten des Bogens auf die Horizontalebene eine Ellipse ist, die durch die beiden Punkte, in denen der Bogen die Horizontalebene schneidet, gehen muß, durchschneidet auch diese Ellipse die genannte Vertikalebene, bildet sich also ebenfalls als Hyperbelbogen ab.

§. 32. Die Schatten des Zilinders, des Kegels, der Kugel und des allgemeinen Umdrehungskörpers.

1. Der Schatten des Zilinders.

Der Schlagschatten eines Zilinders auf eine beliebige Ebene wird stets dadurch gefunden, daß man die Schlagschatten der beiden kreisförmigen oder — wenn der Zilinder schief abgeschnitten ist — elliptischen Grundflächen auf die Ebene ermittelt und die beiden gemeinsamen Tangenten an diese Schatten legt, und zwar — da zwei Kegelschnitte im Allgemeinen vier gemeinsame Tangenten haben — diejenigen von ihnen, die die Schatten von Erzeugenden der Zilinderfläche sind. Die Schatten der Grundflächen sind in den wirklich vorkommenden Fällen in der Regel in Wahrheit und im Bilde Ellipsen, indessen können sie auch, wie wir im § 31 sahen, Parabeln oder Hyperbeln sein. Die Berührungspunkte der Tangenten sind mit besonderer Sorgfalt zu bestimmen, da sie die auf der Zilinderfläche liegenden Streiflinien ergeben. Ziehen wir nämlich von den Berührungspunkten der Tangenten Strahlen zurück, so schneiden diese Strahlen nach dem im § 26 allgemein Ausgeführten die Umrisse der zugehörigen Grundflächen