



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

1. Der Schatten des Zylinders.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-82190](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-82190)

Bei diesen Beispielen wurde stets angenommen, daß der Schattenwerfende Kreis selbst sich als Ellipse abbilde, sein Grundriß also nicht bis an die Gegengerade reiche. Wir wissen aber, daß ein Kreis sich als Parabel oder als Hyperbel abbildet, wenn sein Grundriß die Gegengerade berührt oder sie durchschneidet. Der Schlagschatten des Kreises ist auch jetzt im Bilde eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem er ganz außerhalb der durch das Auge gehenden, zur Bildebene parallelen Vertikalebene liegt, sie berührt oder sie durchschneidet. So zeigt Abb. 124 einen im Bilde hyperbolisch begrenzten Schlagschatten.

Stellen wir uns z. B. vor, der Beschauer stehe unter einem Brückenbogen, der also die durch das Auge gehende, der Bildebene parallele Vertikalebene durchschneidet; der Kreisbogen bildet sich als Hyperbelbogen ab. Da der Schatten des Bogens auf die Horizontalebene eine Ellipse ist, die durch die beiden Punkte, in denen der Bogen die Horizontalebene schneidet, gehen muß, durchschneidet auch diese Ellipse die genannte Vertikalebene, bildet sich also ebenfalls als Hyperbelbogen ab.

§. 32. Die Schatten des Zylinders, des Kegels, der Kugel und des allgemeinen Umdrehungskörpers.

1. Der Schatten des Zylinders.

Der Schlagschatten eines Zylinders auf eine beliebige Ebene wird stets dadurch gefunden, daß man die Schlagschatten der beiden kreisförmigen oder — wenn der Zylinder schief abgeschnitten ist — elliptischen Grundflächen auf die Ebene ermittelt und die beiden gemeinsamen Tangenten an diese Schatten legt, und zwar — da zwei Kegelschnitte im Allgemeinen vier gemeinsame Tangenten haben — diejenigen von ihnen, die die Schatten von Erzeugenden der Zylinderfläche sind. Die Schatten der Grundflächen sind in den wirklich vorkommenden Fällen in der Regel in Wahrheit und im Bilde Ellipsen, indessen können sie auch, wie wir im § 31 sahen, Parabeln oder Hyperbeln sein. Die Berührungspunkte der Tangenten sind mit besonderer Sorgfalt zu bestimmen, da sie die auf der Zylinderfläche liegenden Streiflinien ergeben. Ziehen wir nämlich von den Berührungspunkten der Tangenten Strahlen zurück, so schneiden diese Strahlen nach dem im § 26 allgemein Ausgeführten die Umrisse der zugehörigen Grundflächen

in den Punkten, durch die die Streiflinien gehen. Die Streiflinien selbst sind natürlicherweise Erzeugende, müssen also im Bilde nach dem Fluchtpunkte der Erzeugenden gehen.

Die den Schlagschatten begrenzenden gemeinsamen Tangenten der Schattenumrisse der beiden Grundflächen sind als Schatten paralleler Gerader — nämlich zweier Erzeugender der Zylinderfläche — auf eine Ebene parallel, gehen also im Bilde nach einem Fluchtpunkte, der in der Fluchtgeraden der beschatteten Ebene liegen muß. Die Auffindung dieser Fluchtgeraden haben wir im § 5 bereits kennen gelernt. Da die beiden Tangenten als Schatten paralleler Erzeugender aber auch in der Fluchtgeraden der durch die Erzeugenden gehenden Strahlenebenen liegen müssen, ist der gesuchte Fluchtpunkt der Schnittpunkt der beiden Fluchtgeraden.

Die den Schlagschatten begrenzenden Tangenten finden wir nun nach der im § 19 angegebenen Konstruktion. Die Berührungspunkte können, wie schon erwähnt, zur Auffindung der Streiflinien dienen.

Die Punkte, in denen die Streiflinien das Bild eines Grundkreises schneiden, sind in Wahrheit Endpunkte eines Durchmesser dieses Kreises. Im Bilde muß also ihre Verbindungslinie durch das Bild des Mittelpunktes des Kreises gehen.

Wir können aber auch direkt, ohne Vermittlung des Schlagschattens, die Streiflinien finden. Wir projizieren nämlich einen beliebigen Strahl auf eine der beiden Endflächen des Zylinders, indem wir durch einen beliebigen Punkt P des Umrisses der Endfläche einen Strahl legen, auf ihm einen beliebigen Punkt Q annehmen, durch ihn eine Parallele zu den Erzeugenden ziehen, sie mit der verlängerten Endfläche schneiden und den Schnittpunkt Q' mit P verbinden. Die mit PQ' parallelen Tangenten berühren offenbar den Umriss der Endfläche in den Punkten, von denen aus die Streiflinien gehen, da die den Zylinder berührenden Strahlenebenen die Endflächen in eben diesen parallelen Tangenten schneiden. Im Bilde gehen die parallelen Tangenten natürlich nach einem Fluchtpunkte, der in der Fluchtgeraden der Endfläche liegen muß. — Die hier im Allgemeinen angedeutete Konstruktion werden wir in den jetzt zu behandelnden besonderen Fällen durchführen.

Wir denken uns zuerst einen auf der Grundebene stehenden, rechtwinkligen Kreiszyylinder. Sein Bild haben wir bereits im § 19 kennen gelernt. Den Schatten des oberen Grundkreises als eines der Grundebene parallelen Kreises können wir ohne Weiteres finden. Die den Schlagschatten begrenzenden Tangenten gehen in diesem einfachsten Falle als Schatten vertikaler Erzeugender durch S' ; wir finden sie

also, indem wir von S' aus Tangenten an den Umriss der Grundfläche legen (s. Abb. 128).

Wir benutzen dabei die in Abb. 65 (S. 71) angegebene Konstruktion; von den so gefundenen Berührungspunkten aus gehen die vertikalen Streiflinien. Die von S' aus gezogenen Tangenten müssen auch den Schattenumriss der oberen Grundfläche berühren.

Wenn die durch das Auge und die Zylinderaxe gehende Vertikalebene auf der Bildebene rechtwinklig, das perspektivische Bild des Zylinders also symmetrisch ist, kann man die Berührungspunkte der von S' an den Umriss der Grundfläche gelegten Tangenten auch auf eine andere Weise finden.

Da nämlich die in der Abb. 65 benutzten Schnittpunkte von Geraden mit der Ellipse naturgemäß immer etwas ungenau ausfallen, empfiehlt es sich, die Ellipse durch einen Kreis zu ersetzen. Bei der gemachten Annahme liegen die Hauptachsen der Ellipse stets wagerecht und senkrecht, und es giebt unter den rechtwinkligen Schnitten des unbegrenzt zu denkenden Zylinders stets zwei, die sich als Kreise abbilden. Diese kreisförmigen Bilder haben wir im § 18 bereits kennen gelernt; sie treten, wie wir wissen, auf, wenn die Ebene des Kreises und die Bildebene Wechselschnitte des Sehstrahlenkegels sind. — Ermitteln wir nun einen dieser beiden Kreise, so brauchen wir nur von S' aus die Tangenten an ihn zu legen; durch ihre Berührungspunkte gehen die gesuchten Streiflinien.

In Abb. 129 ist ein auf der Grundebene, also horizontal liegender rechtwinklig abgesehnener Kreiszyylinder dargestellt. Die den auf die Grundebene fallenden Schlagschatten begrenzenden Tangenten sind jetzt den Erzeugenden parallel, gehen also nach dem im Horizonte liegenden Fluchtpunkte F_2 der letzteren. Die direkte Konstruktion der Streiflinien fällt hier sehr einfach aus. — Ein durch den ganz beliebigen

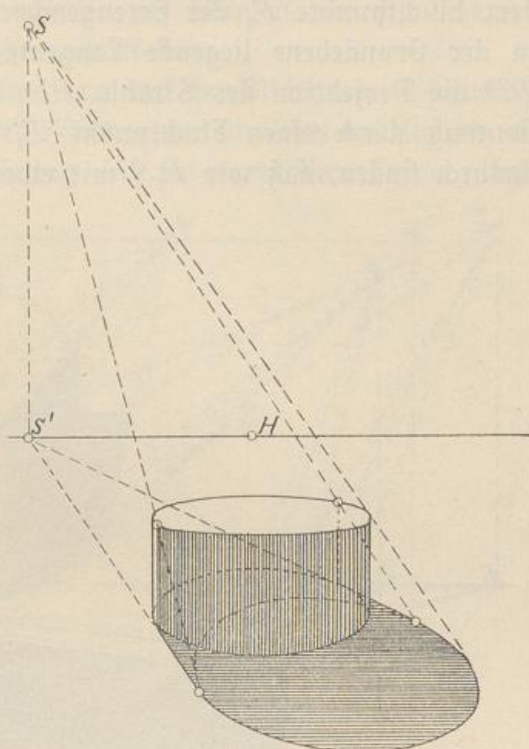


Abb. 128

darstellenden Ellipsen. Durch die Berührungspunkte gehen die Bilder der Streiflinien und durch die Schatten der Berührungspunkte die den Schlagschatten begrenzenden Tangenten der Ellipsen, die die Schatten der Endflächen auf die Grundebene darstellen.

In dem Falle, daß die Zylinderaxe auf der Bildebene rechtwinklig ist, liegt der Fluchtpunkt der Projektionen der Strahlen auf die Grundfläche des Zylinders in der Richtung HS in unendlicher Ferne. Jetzt

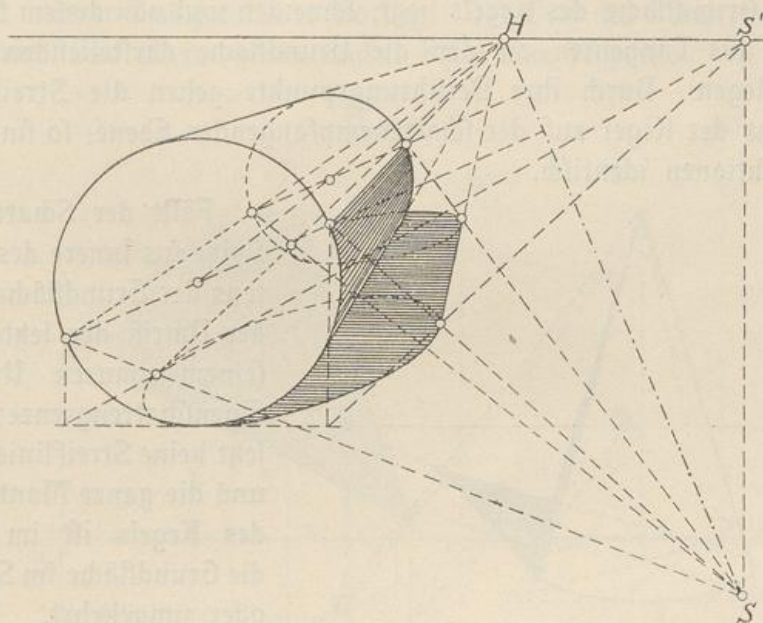


Abb. 130

haben wir, um die Streiflinien zu finden, also nur an den Grundkreis Tangenten zu legen, die mit HS parallel sind, also den Kreis mit dem auf HS rechtwinkligen Durchmesser zu schneiden und von den Schnittpunkten aus nach H zu ziehen (s. Abb. 130).

Die allgemeinste Lage des Zylinders wird im § 33 (Abb. 141) behandelt werden.

2. Der Schatten des Kegels.

Den Schlagschatten eines Kegels auf eine beliebige Ebene finden wir, indem wir zuerst den Schatten seiner Grundfläche auf diese Ebene bestimmen. Er stellt sich im Bilde, wie wir wissen als Kegelschnitt, gewöhnlich als Ellipse dar. Wir suchen weiter den Schatten der Spitze auf dieselbe Ebene auf und ziehen von diesem Schattenpunkte aus Tangenten an den den Umriss des Schlagschattens der Grundfläche darstellenden Kegelschnitt. Diese beiden Tangenten und der zwischen