



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

3. Der Schatten der Kugel.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-82190](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-82190)

tikalebene die verlängerte Grundfläche schneidet und die sich aus den Punkten V' und W' sofort ergibt, in denen die Horizontalspur dieser Ebene zwei Seiten des in der Grundebene liegenden Parallelogramms schneidet, das die Horizontalprojektion des der Grundfläche des Kegels umschriebenen Quadrates ist. Die von P an den Umriss des Grundflächenbildes gelegten Tangenten ergeben in ihren Berührungspunkten die Ausgangspunkte der Streiflinien. — Von dem Schlagschatten ist nur ein kleiner Teil gezeichnet worden. Das Bild des Schattenumrisses der Grundfläche ist im vorliegenden Falle eine Hyperbel.

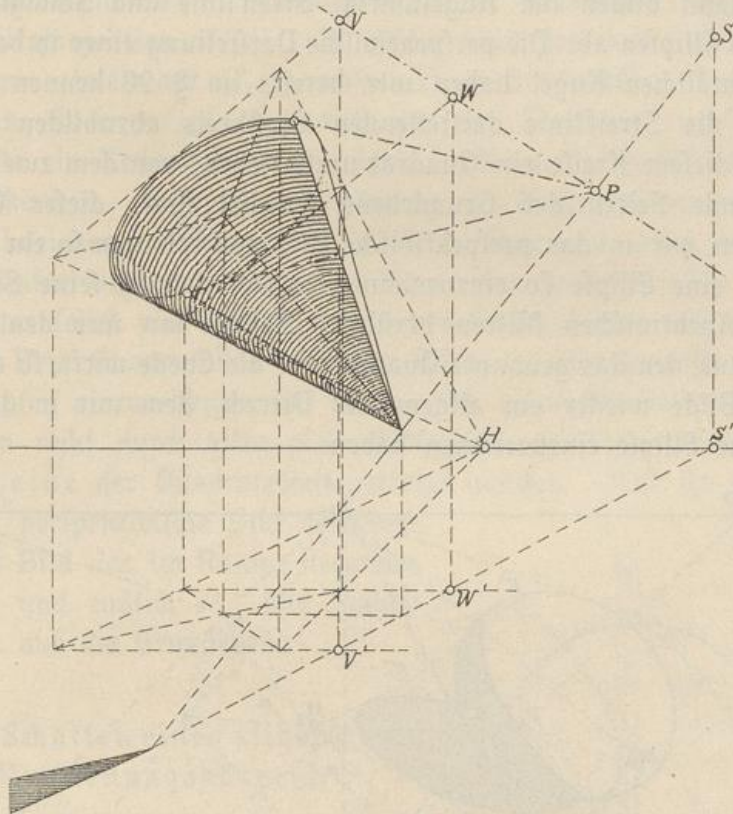


Abb. 133

3. Der Schatten der Kugel.

Die Schattengrenze einer parallel bestrahlten Kugel ist stets ein Großkreis, dessen Ebene auf der Strahlenrichtung senkrecht steht und den wir daher dadurch finden, daß wir durch den Mittelpunkt der Kugel eine zur Strahlenrichtung senkrechte Ebene legen und mit ihrer Oberfläche schneiden. Der diese Oberfläche in der Streiflinie berührende Strahlensylinder schneidet eine beliebige Ebene in einer Ellipse, die den Umriss des auf diese Ebene fallenden Schlagschattens darstellt. Streif-

linie und Schlagshattenumriß bilden sich im perspektivischen Bilde gewöhnlich als Ellipsen ab; es kann aber auch jede dieser Kurven ein parabolisches oder hyperbolisches Bild ergeben, wenn sie die durch das Auge parallel zur Bildebene gelegte Ebene berührt oder durchschneidet.

Es soll nun die Streiflinie einer in beliebiger Lage befindlichen Kugel nebst ihrem Schlagshatten auf eine ebenfalls in beliebiger Lage befindliche Ebene ermittelt werden. Wir setzen den gewöhnlichen Fall voraus, daß weder die Kugel noch ihr Schlagshattenumriß mit der durch das Auge parallel zur Bildebene gelegten Ebene Punkte gemein haben; dann bilden sich Kugelumriß, Streiflinie und Schlagshattenumriß als Ellipsen ab. Die perspektivische Darstellung einer in beliebiger Lage befindlichen Kugel haben wir bereits im § 20 kennen gelernt. Um den die Streiflinie darstellenden Großkreis abzubilden, denken wir uns diesem Kreise ein Quadrat umschrieben, von dem zwei gegenüberliegende Seiten der Grundebene parallel sind; dieses Quadrat übertragen wir in das perspektivische Bild und erhalten so ein Viereck, dem wir eine Ellipse so einzuzeichnen haben, daß sie seine Seiten in ihren perspektivischen Mitten berührt. Suchen wir nun den Schlagshatten auf, den das genannte Quadrat auf die Ebene wirft, so erhalten wir im Bilde wieder ein allgemeines Viereck, dem wir in derselben Weise eine Ellipse einzuzeichnen haben.

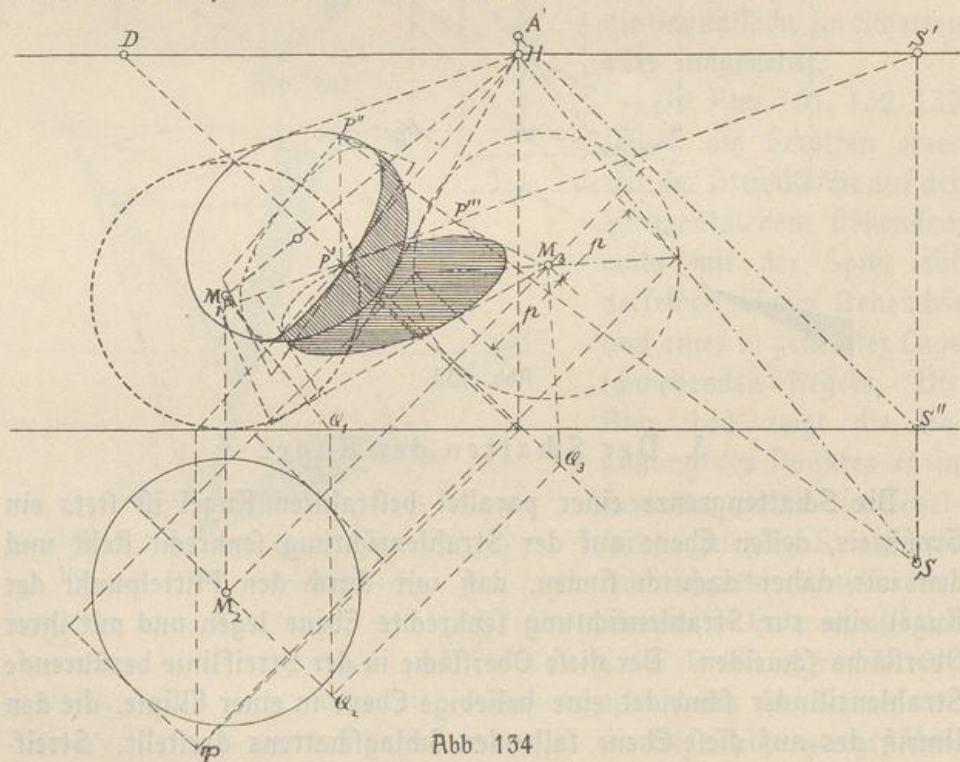


Abb. 134

Zunächst also handelt es sich um die Darstellung der Streiflinie (s. Abb. 134). Wir legen der Konstruktion die Abb. 75 zu Grunde. Ist S'' die Projektion des Sonnenpunkts auf die Grundlinie, so ist offenbar $A'S''$ der Grundriß, HS der Aufriß eines durch das Auge gelegten Strahls. Nach den Regeln der gewöhnlichen Schattenkonstruktionslehre finden wir nun die Streiflinie, indem wir die Kugel auf eine der Strahlenrichtung parallele Vertikalebene projizieren und diese Ebene in die Horizontalebene umklappen; M_3 sei der Mittelpunkt der umgeklappten Hilfsprojektion. Der durch den Kugelmittelpunkt gelegte Lichtstrahl ist im Aufrisse M_1Q_1 , im Grundrisse M_2Q_2 und in der Hilfsprojektion M_3Q_3 . In dieser Hilfsprojektion erscheint die Streiflinie als ein auf M_3Q_3 rechtwinkliger Durchmesser. Nun erhalten wir ohne Weiteres als Grundriß des der Streiflinie umschriebenen Quadrats ein Rechteck, das wir direkt in das perspektivische Bild übertragen können. Unter Berücksichtigung des Maßes ρ , um welches die beiden horizontalen Seiten des Quadrats über und unter dem Kugelmittelpunkte liegen, erhalten wir ferner das perspektivische Bild des Quadrates selbst und endlich auch seinen Schlagschatten auf die Grundebene. Dem Quadratbilde und dem Bilde des Schattens des Quadrats die Ellipsen einzuzichnen, hat bekanntlich keine Schwierigkeiten.

Um nicht durch allzu viele Hülfslinien die Figur zu verwirren, ist nur eine der Quadratecken verfolgt worden. P ist ihr Grundriß, P' das perspektivische Bild desselben, P'' das Bild des im Raume liegenden Punkts und endlich P''' sein Schlagschatten auf die Grundebene.

4. Der Schatten eines allgemeinen Umdrehungskörpers.

Wenn die Streiflinie eines Umdrehungskörpers bestimmt werden soll, geht man am besten von der Vorstellung einer normalen Kreiskegelfläche aus, die die Axe des Umdrehungskörpers zur Axe hat und ihn in einem Parallelkreise berührt. Diese Kegelfläche hat mit der Umdrehungsfläche einen unendlich schmalen, ringförmigen Flächenstreifen gemein; die Schnittpunkte der

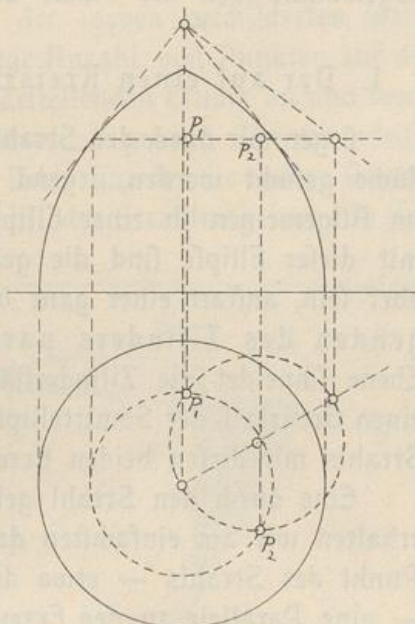


Abb. 135