



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

II. Schatten bei endlich entfernter Lichtquelle. (Zentralbeleuchtung.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-82190](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-82190)

in Abb. 170 dargestellten Strahlenkörpers. Selbstverständlich sind in Wirklichkeit die Grenzen nicht scharf, sondern die Helligkeit nimmt von der Grenze des Kernschattens bis zu der des Halbschattens allmählich zu.

Demnach sollte der Kernschatten für alle Entfernungen des Schirmes gleich groß und gleich dunkel sein. Wenn er aber in Wirklichkeit mit zunehmender Entfernung des Schirmes blässer und verschwommener wird und schließlich ganz verschwindet, so liegt das an dem Eindringen des nicht direkt von der Sonne, sondern von dem hellen Himmelsgewölbe ausgehenden, zerstreuten Lichts. — Dieses Himmelslicht dringt offenbar von allen Seiten um so ungehinderter ein, je weiter der Schirm von dem schattenwerfenden Gegenstande entfernt ist; es bewirkt überhaupt, daß die Eigen- und Schlagschatten nicht völlig schwarz sind, daß wir vielmehr in ihnen ebenso viele Einzelheiten wie in den von direktem Sonnenlichte beleuchteten Teilen erblicken. — Das vom blauen Himmel allseitig herabströmende blaue Licht ist auch die Ursache der — namentlich auf frisch gefallenen Schnee — ausgesprochen blauen Färbung der Schatten.

Auf einem runden Körper entspricht jedem Punkte der Sonnenscheibe eine besondere Streiflinie; die Gesamtheit der unendlich vielen Streiflinien bestimmt auf der krummen Oberfläche eine schmale Halbschattenzone, die den Uebergang vom vollen Lichte zum vollen Schatten bildet. — Legt man in einem Punkte dieser Zone eine Tangentenebene an die Fläche, so zerschneidet diese Ebene die Sonnenscheibe in zwei Teile, von denen nur der eine den Punkt bestrahlt. Das Verhältnis dieses Teils zur vollen Sonnenscheibe ist maßgebend für die in dem bestrahlten Punkte herrschende Helligkeit.

II. Schatten bei endlich entfernter Lichtquelle. (Zentralbeleuchtung.)

§ 35. Die Annahme des leuchtenden Punkts im Bilde.

Da der leuchtende Punkt — irgend eine künstliche Lichtquelle — ganz beliebig im Raume liegen kann, ist auch sein Bild Z ganz beliebig annehmbar. Ebenso wie der Sonnenpunkt S liegt er über oder unter dem Horizonte, je nachdem die Lichtquelle — vorausgesetzt, daß sie höher als das Auge liegt — sich vor oder hinter dem Beschauer befindet. Im ersteren Falle kann der leuchtende Gegenstand — wenn

das Bild ausgedehnt genug ist — selbst zur Darstellung gelangen, im letzteren Falle nicht. Liegt die Lichtquelle tiefer als das Auge, so erscheint sie im Bilde, wenn L unter dem Horizonte liegt, während sie sich hinter dem Beschauer befindet, wenn L darüber liegt.

Die hier vorkommenden Konstruktionen unterscheiden sich von den für Sonnenlicht gültigen im Wesentlichen nur dadurch, daß das Bild L' der Horizontalprojektion der Lichtquelle sich jetzt natürlich nicht auf dem Horizonte befindet, sondern darüber oder darunter.

Die verschiedenen möglichen Lagen der Punkte L und L' erhalten wir durch folgende Erwägung. Der Punkt L' kann erstens unter dem Horizonte liegen; dann liegt, wie wir schon im § 8 sahen, die Horizontalprojektion der Lichtquelle in Wahrheit vor dem Beschauer, also innerhalb des tatsächlich übersehenen Teils der Grundebene. Der Punkt L liegt in der durch L' gehenden Vertikalen, und zwar über oder unter dem Horizonte, je nachdem der leuchtende Punkt über oder unter Augenhöhe liegt. — Der Punkt L' kann aber zweitens über dem Horizonte liegen; dann liegt nach § 8 die Horizontalprojektion der Lichtquelle hinter dem Rücken des Beschauers, kann also nicht gesehen werden. Der Punkt L liegt in der durch L' gehenden Vertikalen, und zwar über dem Horizonte, wenn der leuchtende Punkt unter, unter dem Horizonte, wenn der leuchtende Punkt über Augenhöhe liegt.

Liegt die Lichtquelle in der durch das Auge parallel zur Bildebene gelegten Ebene, so liegt auch ihre Horizontalprojektion in derselben Ebene; L und L' liegen dann in unendlicher Ferne.

§ 36. Die Ermittlung der auf verschiedene Ebenen fallenden Schlagschatten von Geraden und ebenflächig begrenzten Körpern.

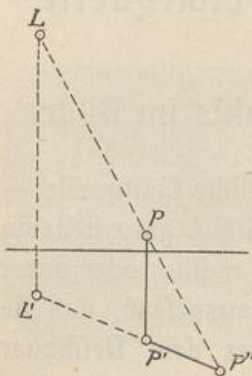


Abb. 172

Der auf die Grundebene fallende Schlagschatten eines Punktes P , dessen Horizontalprojektion P' ist (Abb. 172), wird in derselben Weise wie bei paralleler Bestrahlung gefunden. LP ist der durch P gehende Lichtstrahl; er schneidet die Grundebene in dem gesuchten Punkte P'' , der der Schnittpunkt von LP und $L'P'$ ist. Das gilt für jede Lage der Punkte L , L' , P und P' , denn der Lichtstrahl und seine Horizontalprojektion liegen

stets in einer vertikalen Ebene. Denken wir uns PP' als senkrechten Stab, so ist $P'P''$ sein Schlagschatten.

Daß der Schatten einer Geraden auf eine Ebene auch bei zentraler Beleuchtung stets wieder eine Gerade ist, geht einfach daraus hervor, daß die durch die verschiedenen Punkte der Geraden gehenden Strahlen in einer Ebene liegen; der Schnitt dieser Strahlenebene mit der bestrahlten Ebene ist selbstverständlich eine Gerade. Wir brauchen daher, wenn der von einer Geraden auf eine Ebene geworfene Schlagschatten gefunden werden soll, nur den Schatten eines ihrer Punkte zu ermitteln und ihn mit dem Schnittpunkte der Geraden und der Ebene zu verbinden.

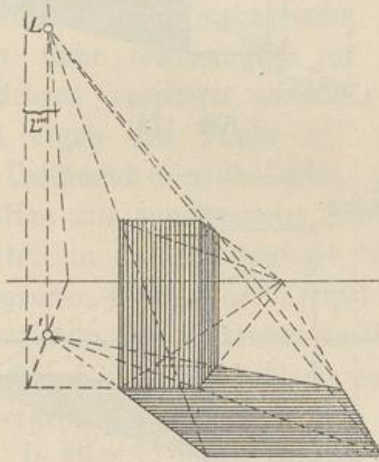


Abb. 173

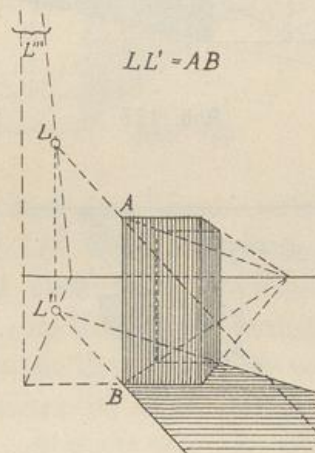


Abb. 174

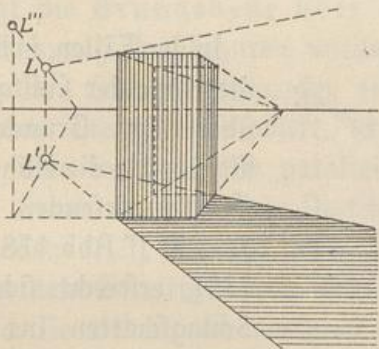


Abb. 175

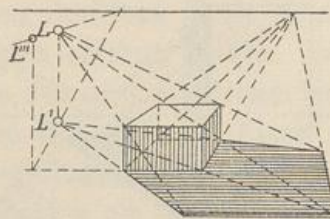


Abb. 176

Die Ermittlung der Schlagschatten ebenflächig begrenzter Körper ist damit ohne Weiteres erledigt. Die Abb. 173—183 zeigen den von einem auf der Grundebene stehenden rechtwinkligen Prisma auf diese Ebene geworfenen Schlagschatten in den verschiedenen möglichen Lagen von L und L' . Die Abb. 180 zeigt den Schlagschatten in dem besonders interessanten Falle, daß die Lichtquelle in der durch das Auge parallel

zur Bildebene gelegten Ebene liegt; L und L' liegen jetzt in unendlicher Ferne, die Strahlen sowohl wie ihre Horizontalprojektionen erscheinen also im Bilde parallel.

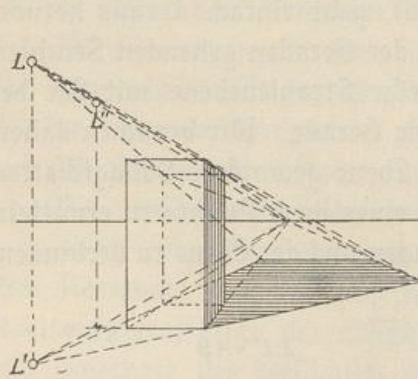


Abb. 177

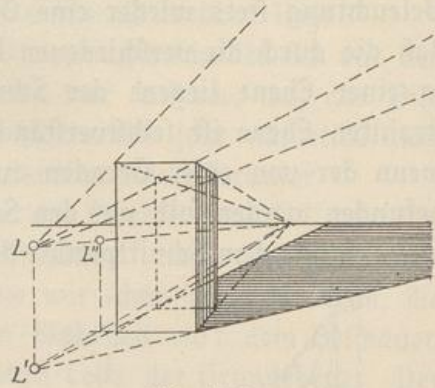


Abb. 178

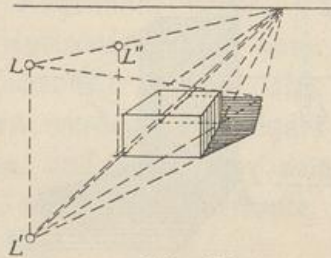


Abb. 179

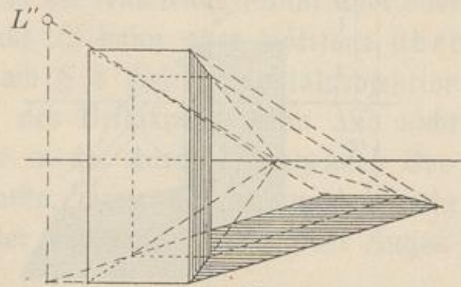


Abb. 180

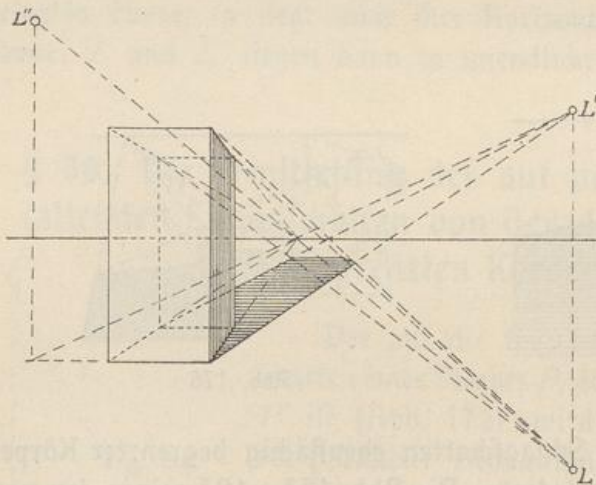


Abb. 181

In den Fällen, in denen die Höhe der Lichtquelle über der Grundebene kleiner als die Höhe des schattenwerfenden Körpers ist (s. Abb. 178, 182, 183), erstreckt sich der Schlagschatten ins Unendliche. — Geht das vordere Ende des Schlagschattens über die Gegen-gerade hinaus, so erscheint, wie wir wissen,

dieses Ende nicht mehr im wirklich gesehenen Bilde. Dieser Fall liegt in Abb. 175 vor, in der die Höhe des Punkts L über der Grundebene in Wahrheit größer als die Höhe des Prismas ist.

Um die Vergleichung der Höhenlage der Lichtquelle mit der Höhe des Prismas zu ermöglichen, ist in den Abb. 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183 die Projektion L'' des Punktes L auf die Ebene der Vorderfläche des Prismas angegeben worden. In den Abb. 173, 174, 175, 176 ist zu demselben Zwecke der Punkt L wagerecht, aber nicht rechtwinklig zur Bildebene projiziert worden und ergab den Punkt L''' .

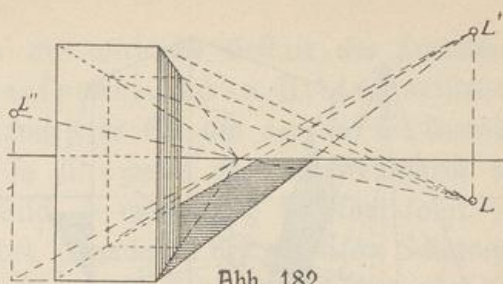


Abb. 182

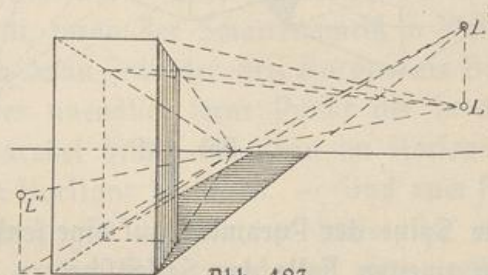


Abb. 183

Tatsächlich wird der Schlag Schatten mit zunehmender Entfernung von dem Körper natürlich stets breiter; in den Abbildungen 181, 182, 183 wird aber durch den überwiegenden Einfluß der perspektivischen Verkürzung die Divergenz der Grenzlinien des Schattens im Bilde in eine Konvergenz verwandelt. In der Abb. 180 endlich hebt die perspektivische Verkürzung die vorhandene Divergenz gerade auf, so daß die Grenzen im Bilde parallel werden.

In allen 11 Fällen befindet sich die Lichtquelle über der Grundebene, so daß der Schlag Schatten des auf ihr stehenden Körpers auf sie fällt. Liegt die Grundebene über der Lichtquelle, so erhält man durch Umkehrung der Figuren wieder 11 Fälle.

Der Schlag Schatten, den ein Punkt P auf irgend eine nicht horizontale ebene Figur wirft, ist in ganz derselben Weise zu ermitteln, die schon im § 29 für parallele Strahlen erörtert wurde. Eine durch den Strahl LP gehende Vertikalebene schneidet die Grundebene in der Geraden $L'P'$, die den perspektivischen Grundriß der Figur schneidet. Aus den Schnittpunkten erhalten wir, indem wir vertikale Gerade durch sie ziehen, die entsprechenden Punkte am Umrisse des perspektivischen Bildes der Figur, und die Verbindung dieser Punkte liefert uns die Schnittlinie der Figur mit der vertikalen Hülfebene. Der Punkt, in dem diese Schnittlinie den Strahl schneidet, ist der Schatten P'' des Punktes P . Ist die beschattete Ebene selbst vertikal, so vereinfacht die Konstruktion sich noch insofern, als wir nur durch den Schnittpunkt von $L'P'$ mit dem Grundrisse der Figur, der in diesem Falle eine gerade Linie ist, eine vertikale Linie zu ziehen und mit dem Strahle zu schneiden haben.

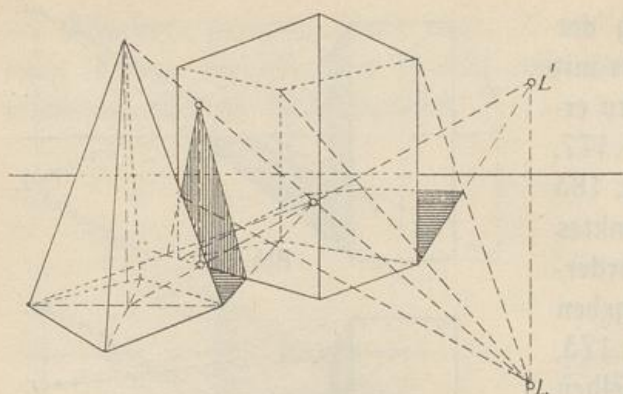


Abb. 184

Die Abb. 184 und 185 zeigen die Anwendungen dieser Konstruktion; eine auf der Grundebene stehende Pyramide wirft ihren Schatten auf ein auf derselben Ebene stehendes senkrecht und auf ein auf ihr liegendes Prisma. Im ersteren Falle haben wir den Schlag-

schatten zu ermitteln, den die Spitze der Pyramide auf eine senkrecht stehende ebene Figur wirft, im zweiten Falle den Schlagshadow zu finden, der auf eine geneigte ebene Figur fällt. Dabei sind verschiedene Lagen von L und L' zur Anwendung gebracht worden.

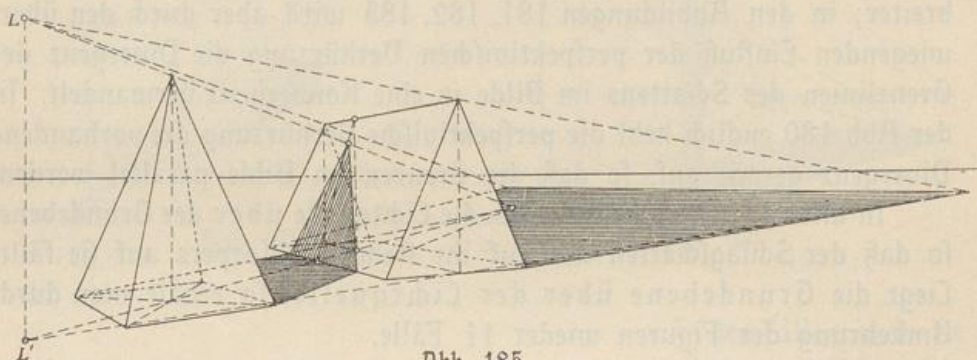


Abb. 185

§ 37. Der Schlagshadow des Kreises und der runden Körper.

Die Strahlen, die von dem leuchtenden Punkte durch die Punkte des Kreises gehen, bilden eine gewöhnliche Kegelfläche zweiter Ordnung; der Schlagshadow des Kreises auf eine Ebene ist also als Schnitt dieser Ebene mit der Kegelfläche eine Ellipse oder Hyperbel, je nachdem die Ebene nur eine Hälfte oder beide Hälften der Kegelfläche trifft. Im letzteren Falle hat natürlich nur der eine Hyperbelast die physikalische Bedeutung eines Schattenumrisses, da die zweite Hälfte der Kegelfläche, auf der der andere Ast liegt, tatsächlich gar nicht vorhanden ist. — Auch eine Parabel kann natürlich als Grenzfall auftreten, dann nämlich, wenn ein Strahl der beschatteten Ebene parallel ist.

Mit der Entscheidung über die wirkliche Gestalt des Schatten-
umrisses ist die Gestalt seines perspektivischen Bildes natürlich
noch keineswegs entschieden. Handelt es sich um den auf die Grund-
ebene fallenden Schlagschatten, so ist, wenn der Schattenumriß in
Wahrheit eine Ellipse ist, sein Bild — wie aus § 8 sofort folgt —
eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem der elliptische Schatten-
umriß ganz außerhalb der Gegengeraden fällt, sie berührt oder sie
durchschneidet. Ganz dasselbe gilt, wenn der Schattenumriß in Wahr-
heit eine Parabel ist; auch dann kann jede der drei Kurven als Bild
auftreten, auch eine Ellipse. Der unendlich ferne Punkt der in der
Grundebene liegenden Schattenparabel bildet sich dann im Horizonte
ab, die Bildellipse muß also den Horizont berühren. — Und auch für
einen hyperbolischen Schattenumriß gilt dasselbe; er bildet sich nur
dann als Hyperbel ab, wenn er die Gegengerade in zwei reellen
Punkten schneidet, denen dann auch zwei unendlich ferne Punkte des
Bildes entsprechen müssen. Berührt die Hyperbel die Gegengerade,
so kann das Bild nur einen unendlich fernen Punkt enthalten, muß
also eine Parabel sein. Schneidet aber die Gegengerade die Hyperbel
überhaupt nicht (sind die Schnittpunkte imaginär), geht sie also zwischen
beiden Hyperbelästen hindurch, so kann das Bild keinen unendlich
fernen Punkt enthalten, muß also eine Ellipse sein. Diese Ellipse
schneidet den Horizont in zwei Punkten, die den beiden unendlich
fernen Punkten der Hyperbel entsprechen; der unterhalb des Horizonts
liegende Ellipsenbogen entspricht dem vom Beschauer wirklich über-
sehenen Hyperbelaste, während der oberhalb des Horizonts liegende
Bogen das virtuelle Bild des hinter dem Rücken des Beschauers
liegenden Hyperbelastes ist.

Die Abb. 186—194 erläutern in schematischer Weise die gegen-
seitige Lage des schattenwerfenden Kreises, des auf die Grundebene
fallenden Schlagschattens und des perspektivischen Bildes des letzteren.
Die Ebene des schattenwerfenden Kreises wurde der Einfachheit und

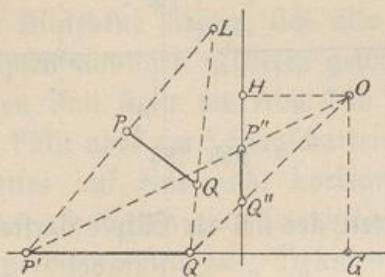


Abb. 186

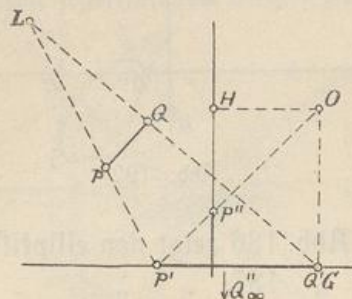


Abb. 187

Uebersichtlichkeit wegen der Grundlinie parallel angenommen; die Figuren stellen rechtwinklige Projektionen auf eine zur Grundlinie rechtwinklige Ebene dar, so daß die Bildebene, die Grundebene und der schattenwerfende Kreis sich als gerade Linien darstellen; der Schatten fällt mit der die Grundebene darstellenden Geraden zusammen.

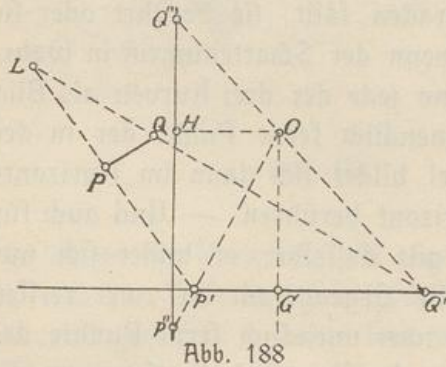


Abb. 188

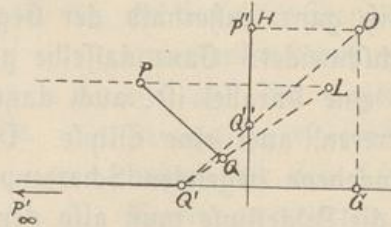


Abb. 189

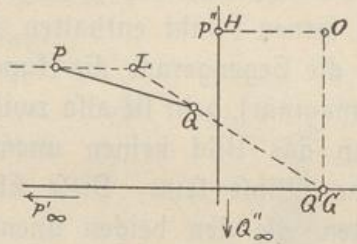


Abb. 190

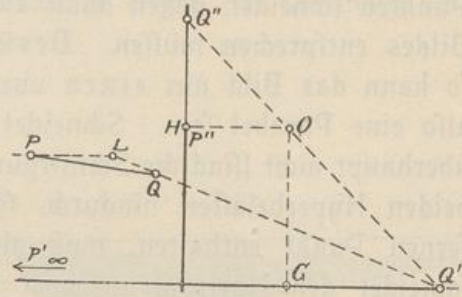


Abb. 191

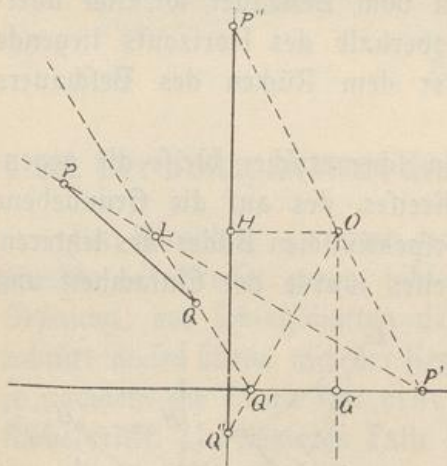


Abb. 192

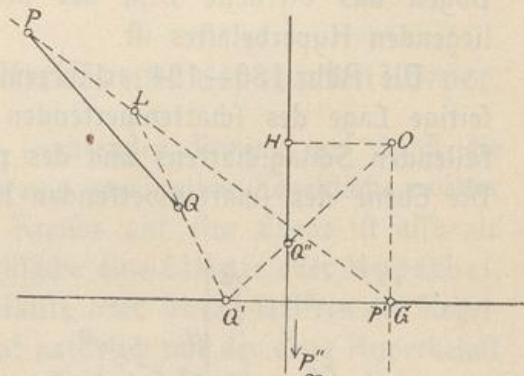


Abb. 193

Die Abb. 186 zeigt den elliptischen Schatten, der sich als Ellipse darstellt,
 „ „ 187 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ Parabel „
 „ „ 188 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ Hyperbel „

zylindrischen Gefäßes brenne eine Flamme, die ihre Strahlen über den Rand des Gefäßes hinaus auf eine vertikale Wand wirft. Der Strahlenkegel wird durch die vertikale Ebene jetzt offenbar in einer Hyperbel geschnitten. Diesen hyperbolischen Schatten zeigt die Abb. 196.

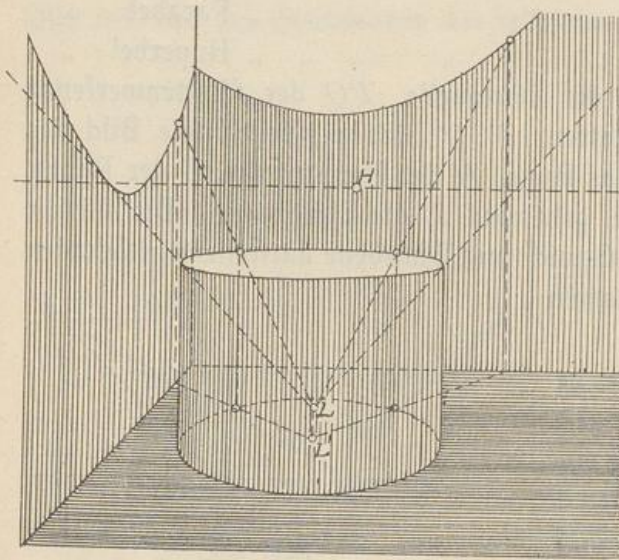


Abb. 196

handelt die Tangenten, die vom Schatten der Spitze aus an den Schattenumriß der Grundfläche gezogen werden können. Aus den Berührungspunkten der Tangenten ergeben sich dann sofort die Punkte der Grundkreise, von denen die Streiflinien ausgehen.

Aber auch direkt, ohne Vermittlung des Schlagschattens können wir die Streiflinien finden. Sind zunächst die Streiflinien eines Zylinders aufzufuchen, so brauchen wir nur durch die Lichtquelle L eine Parallele

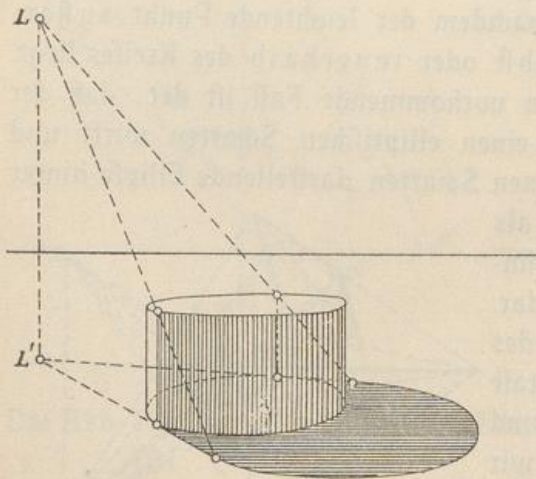


Abb. 197

zu den Erzeugenden des Zylinders zu ziehen, sie mit der Ebene einer seiner Grundflächen zu durchschneiden und von dem Schnittpunkte aus Tangenten an den Umriß derselben Grundfläche zu ziehen; von den Berührungspunkten müssen die Streiflinien ausgehen. Die Abb. 197, 198 zeigen diese Konstruktion für zwei besonders wichtige Lagen des Zylinders, den stehenden und den liegenden Zylinder.

Ueber die von Zylindern und Kegeln auf Ebenen geworfenen Schlagschatten ist nun kaum noch etwas zu sagen nötig. Die Schlagschatten der Grundkreise sind Kegelschnitte, im gewöhnlichen Falle Ellipsen, die sich auch als Ellipsen darstellen. Die Schatten der Streiflinien sind, wenn es sich um einen Zylinder handelt, zwei der gemeinsamen Tangenten, wenn es sich um einen Kegel

In der Abb. 198 ist L''' , der Schnittpunkt von F_2L' mit der Grundkante des hinteren Quadratbildes, die Projektion von L' auf die hintere Grundfläche des Zylinders. Eine durch L''' gezogene Vertikale schneidet F_2L in L'' , der Projektion von L auf dieselbe Grundfläche. Die von L'' aus gezogenen Tangenten berühren den Umriss des Bildes dieser Grundfläche in den Punkten, von denen die Streiflinien ausgehen. — Die Linie F_2L ist jetzt die oben erwähnte Parallele zu den Erzeugenden des Zylinders.

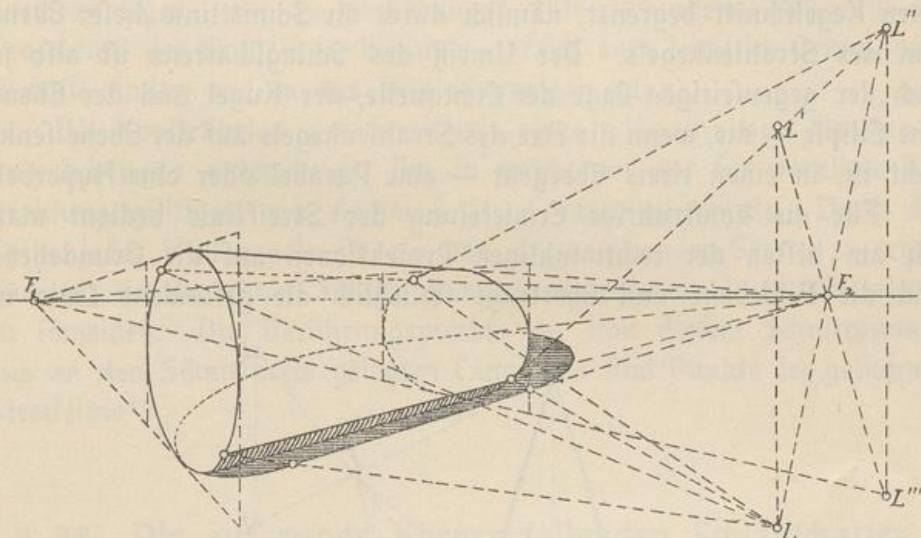


Abb. 198

Um die Streiflinien eines Kegels zu bestimmen, legen wir — genau wie bei paralleler Bestrahlung — einen Strahl durch seine Spitze, schneiden ihn mit der Ebene der Grundfläche und ziehen vom Schnittpunkte aus Tangenten an ihren Umriss; von den Berührungspunkten gehen die Streiflinien aus. Diese Konstruktion ist für verschiedene Lagen des Kegels in den Abb. 199 und 200 dargestellt. — Der in Abb. 199 auftretende Schlagschatten erstreckt sich in Folge der niedrigen Lage der Lichtquelle tatsächlich — immer breiter werdend — ins Unendliche. Die perspektivische Verkürzung aber verwandelt die Divergenz der Grenzen des Schlagschattens in eine Konvergenz.

In der Abb. 200, die einen Kegel mit waggeredter Axe darstellt, ist L''' der Schnittpunkt von $L'Z'$ mit der Grundseite des Quadratbildes; eine von L''' aus gezogene Vertikale schneidet LZ in L'' , dem Schnittpunkt des durch die Spitze Z gezogenen Strahls mit der Grundfläche. Von L'' gehen die Tangenten aus, die den Umriss des Bildes der Grundfläche in den Punkten berühren, nach denen die Streiflinien gehen.

Die Streiflinie einer Kugel ist stets ein Kreis, freilich nicht, wie bei paralleler Bestrahlung, ein Großkreis. Die die Kugeloberfläche berührenden Strahlen bilden eine normale Kegelfläche zweiter Ordnung, deren Axe durch den leuchtenden Punkt und den Mittelpunkt der Kugel geht. Die Berührungspunkte der Strahlen liegen auf einem Kreise — eben der Streiflinie — dessen Ebene zu der Axe des Kegels rechtwinklig und die Polarebene des leuchtenden Punkts ist. — Der Schlagschatten der Kugel auf eine beliebige Ebene wird stets durch einen Kegelschnitt begrenzt, nämlich durch die Schnittlinie dieser Ebene und des Strahlenkegels. Der Umriß des Schlagschattens ist also je nach der gegenseitigen Lage der Lichtquelle, der Kugel und der Ebene eine Ellipse — die, wenn die Axe des Strahlenkegels auf der Ebene senkrecht ist, in einen Kreis übergeht — eine Parabel oder eine Hyperbel.

Für die konstruktive Ermittlung der Streiflinie bedient man sich am besten der rechtwinkligen Projektionen auf die Grundebene und die Bildebene und überträgt schließlich die gefundene Linie in

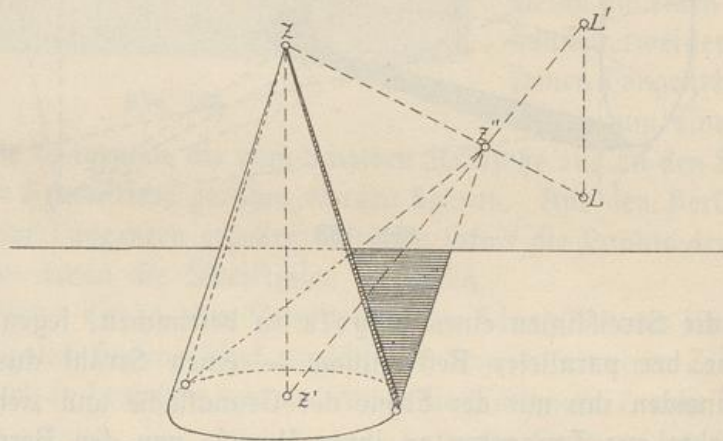


Abb. 199

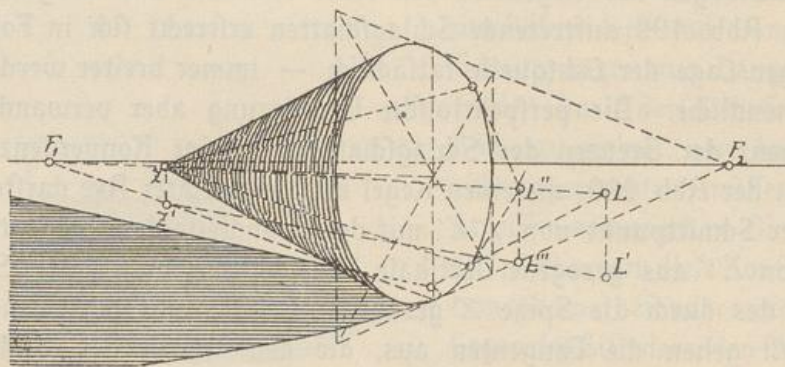


Abb. 200

das Bild. Als Hülfebene benutzt man mit Vorteil eine durch den Kugelmittelpunkt und die Lichtquelle gehende Vertikalebene oder eine dieser Ebene parallele Ebene. Eine solche Ebene ist offenbar der Axe des Strahlenkegels parallel, daher zur Ebene der Streiflinie senkrecht; diese Linie projiziert sich demnach auf sie als gerade Linie. Wenn man also die Lichtquelle und die Kugel auf die genannte Hülfebene projiziert und sie in die Grundebene umklappt, so hat man nur von der Projektion der Lichtquelle Tangenten an den die Kugel darstellenden Kreis zu legen. Die die Berührungspunkte verbindende Sehne ist die Projektion der Streiflinie, die man daraus auch leicht im Grund- und Aufrisse finden und in das Bild übertragen kann.

Die Konstruktion der Streiflinie eines allgemeinen Umdrehungskörpers unterscheidet sich in nichts von der für parallele Bestrahlung gültigen, wie sie im § 32, 4 dargelegt wurde. Durch die Spitze jedes Hilfskegels ist ein von L ausgehender Strahl zu legen und mit der benutzten, zur Umdrehungsaxe rechtwinkligen Hülfebene zu schneiden. Die Berührungspunkte der von diesem Schnittpunkte aus an den Schnittkreis gelegten Tangenten sind Punkte der gesuchten Streiflinie.

§ 38. Die auf runde Körper fallenden Schlagschatten.

Die Konstruktion des Schlagschattens, den ein Punkt auf eine Zylinderfläche wirft, ist ganz dieselbe, die auch für parallele Bestrahlung gilt (s. § 33); nur sind selbstverständlich die Punkte S und S' durch die Punkte L und L' zu ersetzen. Der Schlagschatten, den der Rand einer zylindrischen Röhre auf ihre Innenfläche wirft, ist auch bei zentraler Beleuchtung eine Ellipse, denn der Schnitt der Zylinderfläche mit der Kegelfläche der Strahlen, deren Leitlinie der Rand der Oeffnung ist, ist auch hier wieder eine Kurve vierter Ordnung, der der Rand selbst als Kurve zweiter Ordnung angehört, so daß für den Schlagschattenumriß eine Kurve zweiter Ordnung, also ein ebener Schnitt des Zylinders — eine Ellipse — übrig bleibt.

Die Abb. 201 zeigt die Projektion auf eine durch die Lichtquelle und die Zylinderaxe gehende Ebene; der Schattenwerfende Rand und der

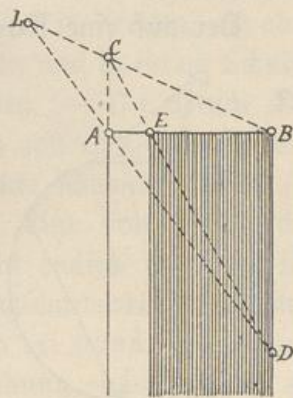


Abb. 201

Schlagschatten erscheinen als gerade Strecken AB und CD ; ED stellt den wirklich vorhandenen Schatten dar.

Auch die Konstruktion des von einem Punkte auf eine Kegelfläche geworfenen Schlagschattens weicht von der im § 33 für parallele Strahlen angegebenen Konstruktion in keiner Weise ab. In jedem Falle handelt es sich um den Schnittpunkt der Kegelfläche mit einem Lichtstrahl, und es bleibt sich offenbar ganz gleich, ob dieser

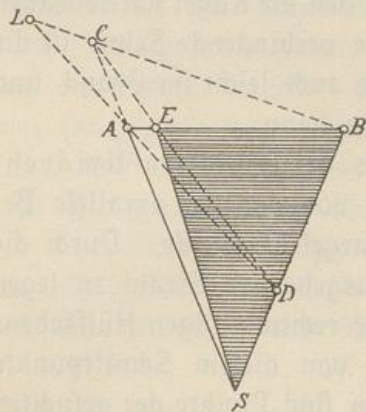


Abb. 202

Strahl von einer endlich oder einer unendlich entfernten Lichtquelle ausgeht. — Der Schlagschatten des Randes in das Innere der Kegelfläche ist auch bei Zentralbeleuchtung stets eine Ellipse. Das geht aus der Abb. 202, die eine Projektion auf eine durch die Lichtquelle und die Axe des Kegels gehende Ebene darstellt, klar hervor. S sei die Spitze, AB der Grundkreis des Kegels, L die Lichtquelle.

Die Schnittkurve der beiden Kegelflächen zweiter Ordnung zerfällt auch hier wieder in zwei ebene Kurven, die auf der

Projektionsebene senkrecht sind und sich daher als gerade Linien darstellen, nämlich als die Diagonalen des Vierecks $ACBD$. Eine von ihnen ist der Grundkreis AB des Kegels, während die andere einen zweiten elliptischen Schnitt der Kegelflächen, CD darstellt, von dem das Stück ED die Projektion des wirklich auftretenden Schlagschattens ist. Ein parabolischer oder hyperbolischer Schatten kann nicht vorkommen, weil dazu eine Strahlenrichtung erforderlich wäre, bei der das Innere der Kegelfläche ganz im Lichte oder ganz im Schatten sein würde.

Der auf eine Kugelfläche fallende Schlagschatten eines Punkts

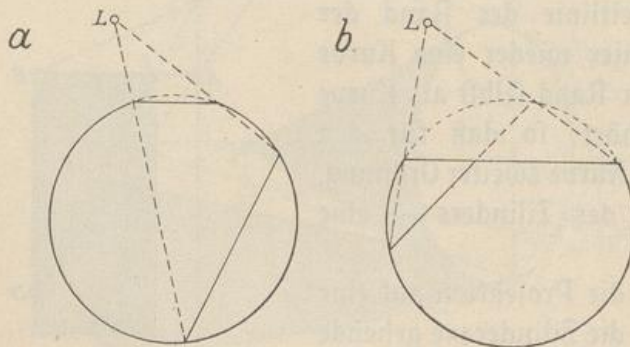


Abb. 203

wird ebenso wie bei paralleler Bestrahlung mittels einer durch den Lichtstrahl gelegten Vertikalebene gefunden. Der Schatten eines auf der Kugel selbst liegenden Kreises ist auch bei zentraler Beleuchtung ein Kreis, da der Licht-

Strahlenkegel die Kugel in zwei Kreisen schneidet, von denen der eine der Schattenwerfende, der andere der Schlag Schatten ist. Die Abb. 203, die eine Projektion auf eine der Axe des Strahlenkegels parallele, zur Ebene des Schattenwerfenden Kreises senkrecht Ebene darstellt, zeigt den sich als gerade Linie projizierenden Schlag Schatten in zwei verschiedenen Fällen *a* und *b*.

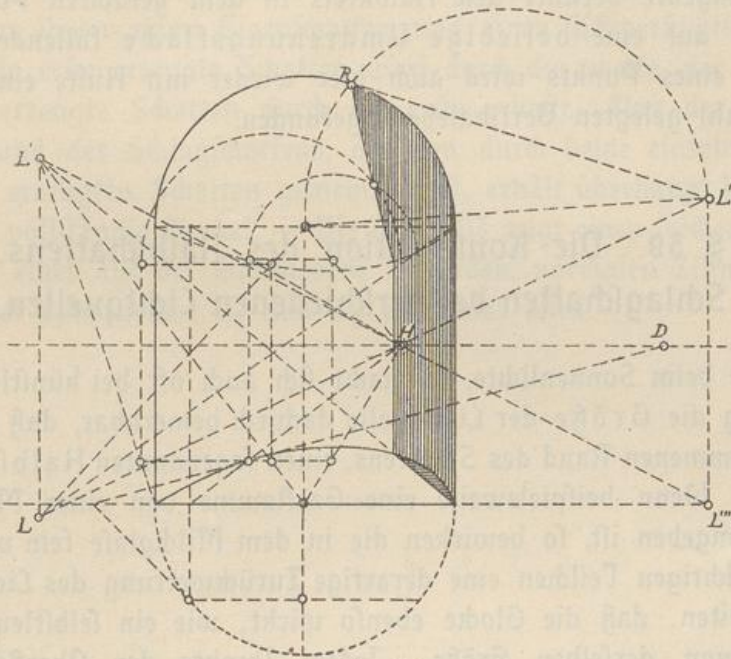


Abb. 204

In der Abb. 204 ist schließlich noch der in das Innere einer Nische, deren Vorderfläche der Bildebene parallel ist, fallende Schlag Schatten dargestellt. Zur Konstruktion wurden, wie deutlich in der Figur angegeben, zur Vorderfläche parallele Schnittebenen benutzt. Jede solche Ebene schneidet die Kugel und den Strahlenkegel in Kreisen, die ohne Weiteres in das Bild übertragen werden können und in ihrem Schnittpunkt einen Punkt des Schattenumrisses ergeben. — Die Gerade $L'H$ schneidet die Grundlinie in L''' , der Projektion von L' auf die Vorderfläche der Nische; eine durch L''' gelegte Lotrechte schneidet $L'H$ in L'' , der Projektion von L auf die Vorderfläche. Eine von L'' an den Grenzkreis der Nische gelegte Tangente ergibt endlich in ihrem Berührungspunkte R den Schnittpunkt der Schlag Schattenkurve mit dem Grenzkreis. — Daß dieselbe Konstruktion auch bei zylindrischer, kegelförmiger oder sonst irgendwie profilierter Leibung eines Bogens angewandt werden kann, erkennt man ohne Weiteres; die Konstruktion

des Punktes R allerdings gilt nur für den Fall, daß das Profil die Vorderfläche rechtwinklig schneidet. — Andernfalls muß man erst einen Kegel ermitteln, der die Leibungsfläche im Grenzkreise berührt, dessen Spitze also in der horizontalen Axe dieser Fläche liegt, den Schatten der Spitze auf die Vorderfläche bestimmen und von diesem Schattenpunkte aus eine Tangente an den die Nische begrenzenden Halbkreis legen. Diese Tangente berührt den Halbkreis in dem gesuchten Punkte R .

Der auf eine beliebige Umdrehungsfläche fallende Schlag Schatten eines Punkts wird auch hier wieder mit Hülfe einer durch den Strahl gelegten Vertikalebene gefunden.

§ 39. Die Konstruktion des Halbschattens. Schlagschatten bei verschiedenen Lichtquellen.

Wie beim Sonnenlichte, so macht sich auch oft bei künstlicher Beleuchtung die Größe der Lichtquelle dadurch bemerkbar, daß sie einen verschwommenen Rand des Schattens, einen sogenannten Halbschatten erzeugt. Wenn beispielsweise eine Gasflamme von einer Milchglasglocke umgeben ist, so bewirken die in dem Milchglase fein verteilten undurchsichtigen Teilchen eine derartige Zurückwerfung des Lichts nach allen Seiten, daß die Glocke ebenso wirkt, wie ein selbstleuchtender Körper von derselben Größe. Jedem Punkte der Oberfläche des

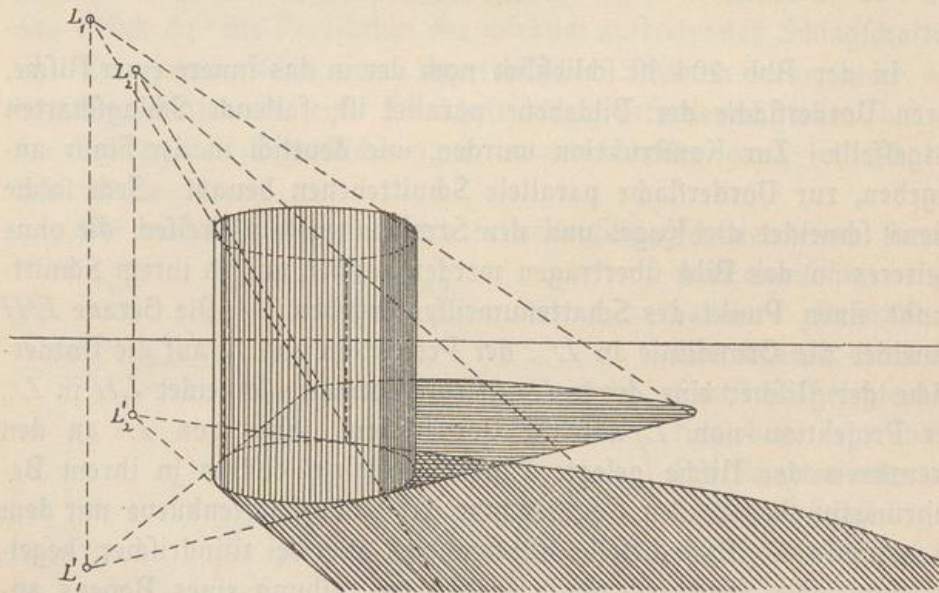


Abb. 205

leuchtenden Körpers entspricht nun ein besonderer Punkt L und ein besonderer Punkt L' , und mit Hülfe dieser Punkte können wir den Halbschatten in derselben Weise konstruieren, wie es im § 34 für parallele Strahlung geschehen ist. Auch was dort über die Halbschattenzone auf einem runden Körper gesagt wurde, gilt unverändert für Zentralbeleuchtung.

Wird ein Körper von zwei Lichtquellen beleuchtet, so erzeugt jede von ihnen einen Eigenschatten und einen Körperschatten. Der durch die erste erzeugte Schatten wird durch die zweite, der durch die zweite erzeugte Schatten durch die erste erhellt. Nur der Teil des Eigen- und des Schlagschattens, der den durch beide einzelnen Lichtquellen erzeugten Schatten gemeinsam ist, erhält überhaupt kein Licht, ist also vollständig dunkel. — Die Abb. 205 zeigt einen solchen Doppelschatten eines auf der Grundebene stehenden, normalen Zylinders, der von zwei Lichtquellen L_1 und L_2 beleuchtet wird.

