Lehrbuch der Perspektive

Meisel, Ferdinand

Leipzig, 1908

Anhang zum II. Abschnitte.

urn:nbn:de:hbz:466:1-82190

berechtigt, jeder Sehstrahl schneidet die Bildfläche rechtwinklig. Wie bei zilindrischer Bildfläche die Verzerrungen in horizontalem Sinne verschwanden, während sie in vertikalem Sinne bestehen blieben, so verschwinden jetzt auch diese Verzerrungen. Die lineare Größe des Bildes einer Strecke ist ein direktes Maß ihrer scheinbaren Größe.

Leider läßt sich die Abbildung auf der Kugel durch auf Papier gezeichnete Darstellungen nicht veranschaulichen. Während wir bei ebener Bildfläche das Papier selbst uns als Bildebene denken, das perspektivische Bild also direkt auf dem Papiere entstehen lassen können, während wir bei zilindrischer Bildfläche die Abbildung wenigstens durch Abwickelung der Fläche in die Ebene überführen können, ist eine derartige Ueberführung bei der Kugel unmöglich. Es würde uns nichts übrig bleiben, als die Kugelfläche mit dem auf ihr befindlichen perspektivischen Bilde nach irgend einem der in der Kartenprojektionslehre gelehrten Verfahren — etwa nach der im § 22 behandelten stereographischen Projektion — abermals auf der Ebene abzubilden. Wir erhielten dann also ein Bild eines Bildes, gleichsam ein Bild zweiter Ordnung. Da aber jede Abbildung der Kugel auf der Ebene, wie wir das auch bei der stereographischen Projektion sahen, mit sehr erheblichen Verzerrungen verbunden ist, so würde uns dieses Bild doch keine richtige Vorstellung von der Beschaffenheit des auf der Kugel entstandenen Bildes liefern, uns also wenig nützen.

Anhang zum zweiten Abschnitte.

§ 50. Die Relief-Perspektive.

Während das Relief der alten Babylonier und Assyrer, der altägyptischen und altgriechischen Kunst uns den strengen Relief-Stil zeigt und auf jede malerische, perspektivische Wirkung verzichtet, macht sich in der Hoch-Renaissance das Bestreben geltend, auch durch das plastische Relief eine räumliche Tiefenwirkung zu erzielen. Das berühmteste Werk dieser Art, ein Werk, in dem dieses Ziel in unübertrefflicher Weise erreicht worden ist, sind die Bronze-Türen des Baptisteriums San Giovanni zu Florenz, jene Türen, von denen Michelangelo gesagt haben soll, sie seien würdig, die Pforten des Paradieses zu schmücken. Dieses unsterbliche Meisterwerk des Lorenzo Ghiberti, dessen Herstellung ihn 1425—1447 beschäftigte, enthält in 10 Feldern

Szenen aus dem alten Testamente. Ganz abgesehen von der hohen, künstlerischen Schönheit der Komposition ist die Sicherheit, mit der der große Künstler ohne Kenntnis der damals noch gar nicht geschaffenen Theorie die Tiefenverhältnisse beherrschte, auf's Höchste zu bewundern.

Während bei der Flächen-Perspektive der ganze unendliche Raum — wenigstens der vor dem Beschauer befindliche Teil desselben — auf einer Fläche abgebildet wird, erfolgt bei der Relief-Perspektive die Abbildung des jenseits der Bildebene liegenden Teils des Raums innerhalb einer Schicht, die von der Bildebene und einer ihr in beliebigem Abstande parallelen Ebene, der Fluchtebene, begrenzt wird. Jedem Punkte des Raumes entspricht als Bild ein Punkt der Schicht. Die Bildebene entspricht sich selbst; jedem Punkte der Bildebene, als Punkt des abzubildenden Raumes aufgefaßt, entspricht ein mit ihm zusammenfallendes, der Bildschicht angehöriges Bild. — Die Fluchtebene aber entspricht der ihr parallelen unendlich fernen Ebene des Raumes, oder, was auf dasselbe hinaus kommt, der Kugel von unendlich großem Radius. Das Bild des unendlich fernen Punkts einer gegebenen Geraden finden wir also einfach dadurch, daß wir durch das Auge eine Parallele zu ihr ziehen und mit der Fluchtebene schneiden, während der Durchstoßpunkt der Geraden mit der Bildebene sich in sich selbst abbildet.

Da das Bild eines Körpers im Relief wieder ein Körper ist, sind wir genötigt, Objekt und Bild in Projektionen darzustellen und wählen dazu am besten die gewöhnliche rechtwinklige Projektion.

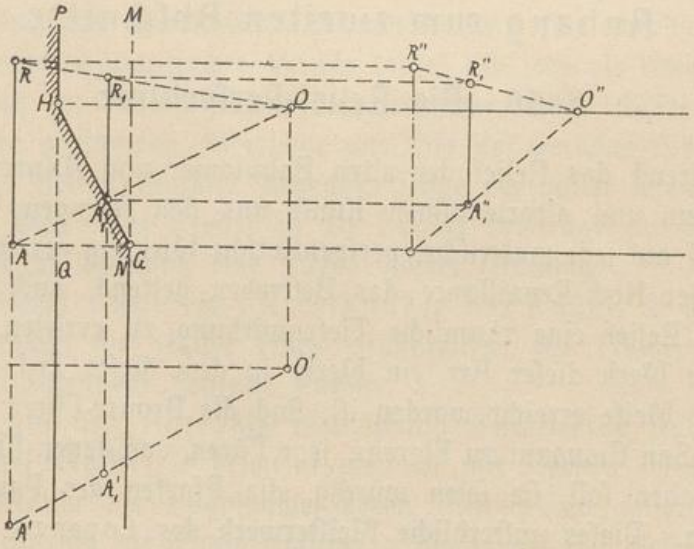

Abb. 239

In der Abb. 239 stellt der links oben gezeichnete Aufriß einen zur Bildebene rechtwinkligen Vertikalschnitt dar. Der Grundriß ist darunter, die Seitenansicht rechts daneben dargestellt. O ist das Auge, MN die Bild-, PQ die Fluchtebene. Die in beliebiger Höhe angenommene Grundebene schneidet die Bildebene in der Grundlinie, deren Schnitt der Punkt G ist. Eine durch das Auge gelegte Horizontalebene schneidet die Fluchtebene im Horizonte, dessen Schnitt der Punkt H ist. Dieser Punkt ist zugleich der Hauptpunkt, der im Seitenriß mit dem Auge O'' zusammenfällt, im Grundriß auf der durch den Grundriß des Auges gehenden Parallelen zur Axe liegt. Der Hauptpunkt ist, wie bei ebener Bildfläche, das Bild des unendlich fernen Punkts der zur Bildebene rechtwinkligen Geraden.

Das Bild der Grundebene ist eine durch die Grundlinie und den Horizont gehende Fläche. Daß sie eine Ebene sei, ist nicht unbedingt notwendig; wir wollen sie aber willkürlich als Ebene annehmen. Zunächst ist es offenbar naturgemäß, daß das Bild einer Ebene wieder eine Ebene ist. Ferner aber kommt diese Annahme, wie wir sogleich sehen werden, darauf hinaus, daß das Bild einer Geraden wieder eine Gerade ist. Auch diese Folgerung, von der wir ebenso wohl als von einer Annahme ausgehen könnten, ist augenscheinlich naturgemäß. Diese Annahme würde uns umgekehrt zu der Folgerung führen, daß das Bild einer Ebene, also auch das der Grundebene wieder eine Ebene sein muß.

Die Ebene, die das Bild der Grundebene ist, wird im Vertikalschnitte durch die Gerade GH dargestellt. Um das Bild eines beliebigen Punkts A der Grundebene, dessen Grundriß A' ist, zu finden, brauchen wir nur den Strahl OA mit GH zu schneiden. Der Schnittpunkt A_1 ist das Bild, dem der Grundriß A_1' und die Seitenansicht A_1'' entsprechen. Haben wir eine in der Grundebene liegende Gerade abzubilden, so verfahren wir mit jedem ihrer Punkte ebenso; alle Sehstrahlen liegen nun in einer Ebene, die das Bild der Grundebene in einer Geraden, dem Bilde der gegebenen Geraden, schneidet. Hätten wir aber als Bild der Horizontalebene eine durch G und H gehende krumme Fläche angenommen, so hätte sich als Bild der Geraden eine Kurve ergeben.

Um einen ganz beliebig im Raume liegenden Punkt R abzubilden, ermittelt man zunächst das in der Ebene GH liegende Bild A_1'' seines Grundrisses A, zieht durch dieses Bild eine Vertikale und schneidet sie mit dem Sehstrahle OR.

Soll eine im Raume beliebig liegende Gerade g abgebildet werden, deren Horizontalprojektion eine in der Grundebene liegende Gerade g' ist, so legen wir zunächst durch O und g' eine Ebene, die die Ebene GH in ihrem Bilde g_1 schneidet. Legen wir nun durch diese Bildgerade eine Vertikalebene, so ist diese das Bild der durch g gehenden Vertikalebene, ihr Schnitt mit der durch O und g gehenden Ebene ist das gesuchte Bild von g. Da sich zwei Ebenen stets in einer Geraden schneiden, so sehen wir, daß in Folge der Annahme der Ebene GH als Bild der Grundebene das Bild einer beliebigen Geraden wieder eine Gerade ist.

Mit einer beliebigen, im Raume liegenden Kurve k verfahren wir ebenso. Zunächst ermitteln wir ihren Grundriß k', legen durch diesen und das Auge als Scheitelpunkt eine Kegelfläche, die die Ebene GH in einer Kurve k_1 schneidet, legen durch k_1 als Direktrix eine Zilinderfläche mit vertikalen Erzeugenden und durchschneiden diese schließlich mit einer Kegelfläche, deren Scheitelpunkt das Auge und deren Leitlinie die Kurve k ist. Der Durchschnitt ist das gesuchte Bild.

Ist im Besonderen die Kurve k ein jenseits der Bildebene beliebig liegender Kreis, so ist k' im Allgemeinen eine Ellipse, k_1 ebenfalls eine Ellipse, das Bild also der Durchschnitt eines vertikalen elliptischen Zilinders und eines schiefen Kreiskegels. Wir erhalten eine Kurve vierter Ordnung, die in zwei Ellipsen zerfällt, von denen die eine, nach derselben Seite wie der Kreis geneigte das gesuchte Bild ist.

Befindet sich der Kreis in wagerechter Lage, so ist k' ein Kreis, k_1 eine Ellipse, das Bild also ebenfalls eine Ellipse.

Liegt der Kreis der Bildebene parallel, so ist k' eine der Grundlinie parallele Strecke, k_1 ebenfalls eine der Grundlinie parallele Strecke, der durch k_1 bestimmte vertikale Zilinder geht also in eine der Bildebene parallele Ebene über. Ihr Schnitt mit der Kegelfläche der Sehstrahlen — eben das gesuchte Bild — ist also als ein dem Grundkreise paralleler, ebener Schnitt der Kegelfläche ein Kreis.

Ganz allgemein bildet sich jede der Bildebene parallel liegende ebene Figur als der Bildebene parallel liegende, ähnliche Figur ab.

Als einfachstes Beispiel der Abbildung eines Körpers im Relief wollen wir ein rechtwinkliges Parallelepiped annehmen (Abb. 240). Wir bilden in der geschilderten Weise die in der Grundebene liegende Grundfläche des Prismas ab. Dadurch erhalten wir ein in der Ebene GH liegendes Viereck, durch dessen Ecken wir vertikale Gerade legen und sie mit den durch die Ecken der oberen Grundfläche gehenden Sehstrahlen schneiden. Der dadurch entstehende schmale Körper ist in

Abb. 240 in allen drei Projektionen dargestellt. Die Vorderansicht stimmt mit dem gewöhnlichen perspektivischen Bilde überein.

Das Bild einer Kugel ist ein dreiaxiges Ellipsoid.

Bei der Ausführung des Reliefs würde selbstverständlich die Rückseite des Bildes, die ja von vorn nicht sichtbar ist, mit der Fluchtebene zusammenhängend gearbeitet werden.

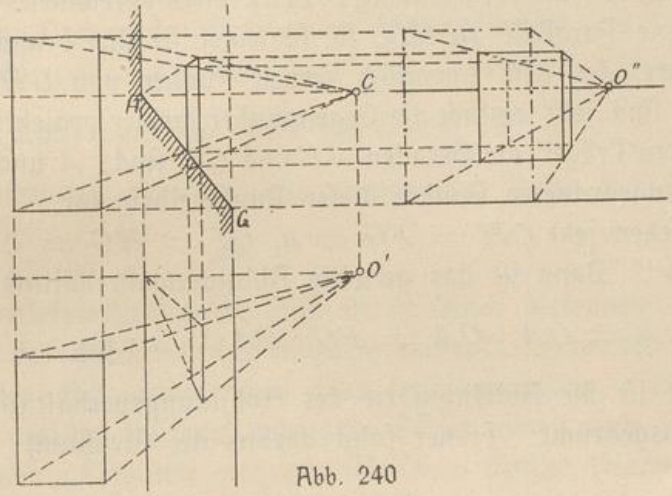

Abb. 240

Man erkennt leicht, daß der abzubildende Körper und sein reliefperspektivisches Bild nicht etwa ähnliche Gebilde sind. Mit zunehmender Entfernung des Körpers vom Auge nehmen — genau so wie bei der Abbildung auf einer Bildfläche — die der letzteren parallelen Abmessungen des Bildes — Höhe und Breite — ab. Die Dicke des körperlichen Bildes nimmt ebenfalls ab, aber weit schneller, als die Höhe und Breite, so daß mit zunehmender Entfernung des Objekts das Bild auch im Verhältnisse zu den parallel der Bildebene genommenen Maßen sehr schnell dünner wird. Wir wollen uns die Aufgabe stellen, den Zusammenhang zwischen der Abnahme der Höhe — oder irgend eines andern der Bildebene parallelen Maßes — und der Abnahme der Dicke festzustellen.

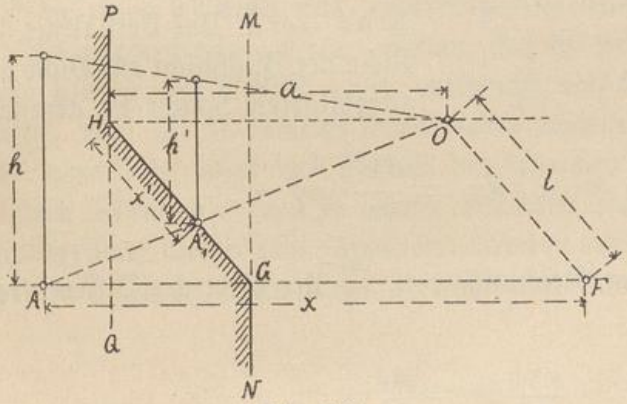

Abb. 241

Wir betrachten einen zur Bild- und zur Fluchtebene rechtwinkligen Schnitt (Abb. 241), in dem sich diese Ebenen sowie auch die Grundebene und ihr Bild als gerade Linien darstellen. Im Punkte A der Grundlinie, dessen Bild A_1 ist, denken wir uns eine der Bildebene parallele Strecke von der Höhe h; ihr entspricht als Bild eine ebenfalls der Bildebene parallele Strecke von der Höhe h'. Das Verhältnis $h' : h$ wollen wir als Abbildungsverhältnis bezeichnen. Ziehen wir durch O eine Parallele zu GH, so schneidet sie die Grundlinie in F, dem Punkte, der dem unendlich fernen Punkte von GH entspricht. H und F sind jetzt einfach die Gegenpunkte zweier projektiver Punktreihen, deren Träger die Geraden AF und GH sind; A und A_1 stellen ein Paar zugeordneter Punkte dieser Punktreihen dar.

Wir setzen jetzt $OH = FG = a$, $OF = HG = l$, $AF = x$, $HA_1 = x'$. Dann ist das gesuchte Abbildungsverhältnis

$$h' : h = OA_1 : OA = FG : FA = a : x = x' : l.$$

Damit ist die Abhängigkeit des Abbildungsverhältnisses von x oder x' ausgedrückt. Ferner folgt daraus die Gleichung

$$x\,x' = al,$$

also

$$x' = \frac{al}{x}$$

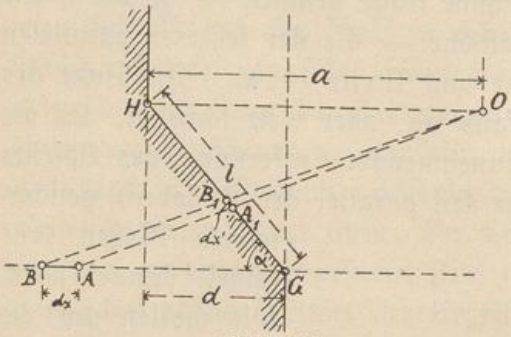

Abb 242

Wir wollen uns nun (Abb. 242) einen Körper von der unendlich kleinen Dicke $AB = dx$ denken. Dem Punkte B entspricht das Bild B_1; die Dicke des Bildkörpers ist also, wenn wir $A_1B_1 = dx'$, $\angle\, HGA = \alpha$ setzen, $= dx' \cdot \cos\alpha$. Das Verhältnis der Dicke der Bildschicht zur Dicke der abgebildeten Schicht ist demnach

$$dx' \cdot \cos\alpha : dx = \frac{dx'}{dx} \cdot \cos\alpha\,.$$

Nun folgt aber aus der Gleichung $x' = \frac{al}{x}$ der Wert des Differentialquotienten

$$\frac{dx'}{dx} = -\frac{al}{x^2},$$

ferner ist $\cos \alpha = \frac{d}{l}$, wenn d der Abstand der Bild- von der Fluchtebene, also die Dicke des ganzen Reliefs ist. Daher ist, da das Minuszeichen hier ohne Bedeutung ist, der Wert des gesuchten Verhältnisses

$$\frac{a\,l}{x^2} \cdot \frac{d}{l} = \frac{a\,d}{x^2} = \left(\frac{a}{x}\right)^2 \cdot \frac{d}{a} = \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \cdot \frac{d}{a}$$

Wir sehen also, daß für ein Paar zugeordneter Ebenen das Verhältnis der Dicken der Bild- und Objektschicht dem **Quadrate** des Verhältnisses der Höhen proportional ist. Wenn also mit wachsender Entfernung die Höhe des Bildes auf $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ der Höhe des Gegenstandes abnimmt, so nimmt die Dicke des Bildes auf $\frac{1}{4} \cdot \frac{d}{a}, \frac{1}{9} \cdot \frac{d}{a}, \frac{1}{16} \cdot \frac{d}{a} \ldots$ ab.

Das reliefperspektivische Bild ist in seiner Wesenheit genau dasselbe, wie das durch ein Linsensystem erzeugte körperliche Bild eines Gegenstandes; für dieses gelten ganz dieselben Gesetze. Näheres über die durch optische Systeme erzeugten Bilder findet man in des Verfassers Buche „Elemente der geometrischen Optik" (Hannover 1908, Verlag von Dr. Max Jänecke).

Der wunde Punkt des perspektivisch gearbeiteten Reliefs ist der Schatten. Da das Bild selbst ein Körper ist, so wirft es bei direkter Bestrahlung auf die die horizontale Ebene darstellende geneigte Ebene und auf die Fluchtebene Schatten, die von den perspektivischen Bildern der durch den Objektkörper erzeugten Schlagschatten selbstverständlich vollständig verschieden sind. Diese Schatten sind so überaus störend, sie vernichten so vollständig jede Illusion, daß man ein derartiges Relief nie anders als bei zerstreutem Tageslichte betrachten sollte. Ueberhaupt wird wohl trotz aller Bewunderung, die wir den Meisterwerken eines Ghiberti und anderer großer Künstler schuldig sind, die Ansicht ausgesprochen werden dürfen, daß die perspektivische Abbildung dem Wesen der Plastik nicht entspricht und wir im altgriechischen Relief, das im Parthenon-Friese seine höchste Vollendung erreichte, das eigentliche Ideal des Reliefs zu erkennen haben. Malerei und Plastik sollten als zwei in ihrem innersten Wesen verschiedene Arten künstlerischer Wiedergabe räumlicher Gebilde auseinander gehalten, nicht aber, wie im perspektivischen Relief, vermischt werden.