



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 2. Erklärungen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83060](#)

Hansen vor 25 Jahren glaubte, bei Triangulierungen brauche man nun fast keine Rücksicht auf schiefe Dreiecke und spitze Winkel zu nehmen, wenn man nur genügend viele Kontrollen hat, deren Gesamtausgleichung alle Schäden heilen sollte.

Andererseits ist es eine Frucht des dritten, reifen, Stadiums, dass die Fehlerwirkung der Messungs-Elemente schon vor Beginn der Messungen selbst erwogen und die Gesamt-Anlage und Auswahl der Messungen darnach getroffen wird.

Zur richtigen Auswahl gehören aber namentlich die schon oben erwähnten mannigfaltigen Fehlergesetze.

Die Theorie der Beobachtungsfehler ist fast der einzige *deductive* Teil unserer sonst wesentlich nur *empirisch-induktiven* Feld- und Landmessung, welche in vielen Beziehungen erst durch Einführung jener Theorie zu dem Range einer Wissenschaft erhoben worden ist.

Versuchen wir zum Schlusse die Entwicklung und die heutige Stellung der M. d. kl. Q. in der Feld- und Landmessung durch wenige zusammenfassende Worte zu charakterisieren, so können wir sagen: Diese Methode hat unserem Fache die wichtigsten Dienste teils auf unmittelbarem, teils auf mittelbarem Wege geleistet, unmittelbar in der Klarstellung und Sicherung der Fehlerausgleichungen und der Genauigkeitsbestimmungen, mittelbar als wichtigster Hebel zur Hebung unseres Faches und Gleichstellung desselben mit den übrigen technischen Wissenschaften.

Kapitel I.

Allgemeine Theorie der kleinsten Fehlerquadratsumme.

In diesem ersten Kapitel werden wir die allgemeine Theorie der Methode der kleinsten Quadrate nach der Definition des mittleren Fehlers und nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadratsumme in einem Zuge behandeln, und nur so viel von Anwendungen und Beispielen aufnehmen als zur Erläuterung der Theorien nöthig ist. Die eigentlichen Anwendungen, namentlich geodätischer Natur, werden in den nachfolgenden Kapiteln besonders behandelt werden.

§ 2. Erklärungen.

Wer sich mit Messungen irgend welcher Art beschäftigt, macht dabei die Erfahrung, dass diese Messungen Fehlern ausgesetzt sind.

Man hat hauptsächlich zwei Mittel, die Richtigkeit von Messungen zu prüfen, entweder wiederholt man eine Messung unmittelbar und sieht zu, ob man das Ergebnis der ersten Messung wieder erhält, oder man misst verschiedene Grössen, welche unter sich in einer bekannten Beziehung stehen, je einmal, und untersucht, ob die Messungsergebnisse die erwähnte Beziehung zeigen; z. B. man misst die drei Winkel eines ebenen Dreiecks und vergleicht deren Summe mit 180° . Wenn man bei jeder Messung sich eine derartige Probe verschafft, und dieselbe in aller Strenge

verfolgt, so wird man zu dem Schluss geführt, dass keine Messung vollkommen fehlerfrei ist.

Damit ist natürlich nicht gesagt, dass es nicht möglich ist, eine Messung so auszuführen, dass der noch zu fürchtende Fehler so klein ist, dass er für gewisse Zwecke unschädlich bleibt.

Trotz der Mangelhaftigkeit der Beobachtungen können doch die Fehler gewisse Grenzen nicht übersteigen, sofern der Beobachter die nötige Sorgfalt anwendet. Ist letzteres nicht der Fall, so treten „grobe Fehler“ auf (z. B. falsches Zählen der ganzen Lattenlagen bei Längenmessungen u. A.). Solche grobe Fehler sollen von den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen sein.

Gewisse Messungsfehler wirken immer in demselben Sinn, z. B. das Ausweichen der Messlatten aus der zu messenden Geraden führt immer auf ein zu grosses Messungsergebnis. Obgleich die Theorie der Beobachtungsfehler sich auch mit solchen „regelmässigen“ oder „einseitig wirkenden“ Beobachtungsfehlern zu befassen hat, werden wir doch im folgenden, sofern nicht das Gegenteil bemerkt ist, die Annahme machen, dass einseitig wirkende Fehler nicht zu befürchten sind, sondern nur unvermeidliche, unregelmässige Beobachtungsfehler, welche gleichwahrscheinlich positiv oder negativ sind.

Sobald man erkannt hat, dass die *wahren* Werte der beobachteten Grössen in aller Strenge zu bestimmen unmöglich ist, hat man sich ein weniger hohes Ziel zu stecken, nämlich nur die Erreichung der unter gegebenen Umständen *wahrscheinlichsten* Werte der Unbekannten, welche sich der Gesamtheit aller Messungen am besten anpassen. Je nach der Art der Beobachtung und der Anzahl der angewendeten Probemessungen wird man den wahren Werten der Unbekannten mehr oder weniger nahe kommen; man kann deswegen nach Ermittlung der wahrscheinlichsten Werte noch die Frage aufwerfen, welche Genauigkeit erzielt worden ist.

Es ist hiernach die Aufgabe der Ausgleichungsrechnung, aus Beobachtungen, welche infolge der unvermeidlichen ihnen anhaftenden Beobachtungsfehler auf Widersprüche führen, diejenigen Ergebnisse zu ziehen, welche sich den Messungen am besten anpassen (oder die geringsten Fehler fürchten lassen); ferner diejenigen Beiträge anzugeben, um welche mutmasslich die gefundenen Ergebnisse von der Wahrheit noch abweichen.

Oder mit anderen Worten:

Die Methode der kleinsten Quadrate beschäftigt sich mit der Ausgleichung von Beobachtungsfehlern und mit der Bestimmung von mittleren zu fürchtenden Fehlern.

§ 3. Der durchschnittliche Fehler.

Die ersten Fehlerbetrachtungen führen immer auf eine Durchschnittsberechnung, welche zwar in der heutigen Fehlertheorie eine nur untergeordnete Rolle spielt, welche aber zur Einführung in das Verständnis der Sache hier zuerst mitgeteilt werden muss.

Wenn die Fehler mehrerer gleichartiger Beobachtungen bekannt sind, so kann man aus diesen Fehlern (absolut genommen, d. h. ohne Rücksicht auf die Vorzeichen) einen Durchschnittswert bilden, welcher „*durchschnittlicher Fehler*“ heisst. Allerdings kennt man die wahren Beobachtungsfehler im allgemeinen ebensowenig als die wahren Werte der beobachteten Grössen, doch hindert dieses nicht, den strengen Begriff des