



Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 74. Die Besselsche Nullpunkts-Korrektion z

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83060](#)

§ 74. Die Bessel sche Nullpunkts-Korrektion z .

Die Bessel sche Methode rechnet durchaus mit *Winkeln*, und nicht mit *Richtungen*; auf jeder Station mit s Strahlen werden $s - 1$ Winkel als unabhängige Unbekannte eingeführt (während die Zahl der Richtungen = s wäre). Es sind daher die Größen $x' x'' x'''$ auf den Stationen Winkelkorrekturen, und ebenso sind auch die (1) (2) (3) ... Winkelkorrekturen im Netz.

Wir wollen für die Station Nidden unseres Vierecks von § 72. die allmähliche Verbesserung nach § 71. und § 72. zusammenstellen:

Station Nidden:

Zielpunkt:	erste Annahme S. 238:	Stations-Ausgleichung S. 237:	
Kalleninken	$0^\circ 0' 0''$	$0^\circ 0' 0,000''$	
Gilge	26 14 50	$x' = + 2,205'' \quad 26 14 52,205$	
Lattenwalde	87 4 50	$x'' = + 3,085 \quad 87 4 53,085$	
Zielpunkt:	Stations-Ausgleichung S. 243:	Netz-Ausgleichung S. 243 und S. 243:	Anschnittszahlen:
Kalleninken	$0^\circ 0' 0,000''$	$0^\circ 0' 0,000''$	$[p^\circ] = 43$
Gilge	26 14 52,205	(1) = $- 0,595 \quad 26 14 51,610$	$[p'] = 31$
Lattenwalde	87 4 53,085	(2) = $- 0,719 \quad 87 4 52,366$	$[p''] = 24$
			$[p] = 98$

Wir haben hier sogleich die Anschnittszahlen nach der Stations-Tabelle § 71. S. 238 hinzugesetzt, weil hierauf sich eine passende Verteilung der Netzverbesserungen (1) und (2) auf alle *drei* Strahlen gründen lässt, man rechnet nämlich nach Bessel:

$$- z = \frac{[p^\circ] 0 + [p'] (1) + [p''] (2)}{[p^\circ] + [p'] + [p'']} = \frac{[p'] (1) + [p''] (2) + \dots}{[p]} \quad (1)$$

$$- z = \frac{31 (- 0,595) + 24 (- 0,719)}{98} = \frac{- 35,701}{98} = - 0,364$$

Diese Änderung bringt man an allen Winkeln und an dem Nullwert des Anfangsstrahls an, und reduziert damit die Winkel auf Richtungen:

Zielpunkt:	Stations-Ausgleichung:	Netz-Ausgleichung:
Kalleninken	$0^\circ 0' 0,000''$	$- 0,364 \quad 359^\circ 59' 59,636''$
Gilge	26 14 52,205	$- 0,595 - 0,364 = - 0,959 \quad 26 14 51,246$
Lattenwalde	87 4 53,085	$- 0,719 - 0,364 = - 1,083 \quad 87 4 52,002$

Sachlich hat man offenbar gar nichts geändert, denn die *Differenzen* der Richtungen, auf welche es allein ankommt, sind dieselben geblieben. Deswegen ist auch diese von Bessel bei der Gradmessung in Ostpreussen eingeführte Richtungs-Reduktion später (z. B. bei der Landesaufnahme) als überflüssig wieder fallen gelassen worden, zumal die Formel (1) für z , im allgemeinen gar nicht streng begründet werden, sondern nur als Hilfsmittel zu einer passenden Verteilung der (1) (2) (3) ... auf alle Strahlen, empfohlen werden kann.

Um dieses näher zu untersuchen, betrachten wir die Nullpunktsverbesserungen in den einzelnen Sätzen, nämlich nach (9) § 71. S. 235:

$$\left. \begin{aligned} -z_1 &= \frac{p_1' x' + p_1'' x'' + p_1''' x''' - [l_1]}{[p_1]} \\ -z_2 &= \frac{p_2' x' + p_2'' x'' + p_2''' x''' - [l_2]}{[p_2]} \\ -z_3 &= \frac{p_3' x' + p_3'' x'' + p_3''' x''' - [l_3]}{[p_3]} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Wenn man den $z_1 z_2 z_3$ bzw. die Gewichte $[p_1] [p_2] [p_3]$ zuteilt, und dem entsprechend den Mittelwert (z) bildet, so erhält man:

$$\text{Mittelwert } -z = \frac{[p_1] z_1 + [p_2] z_2 + [p_3] z_3}{[p_1] + [p_2] + [p_3]} \quad (3)$$

und mit Einsetzung der Werte $z_1 z_2 z_3$ aus der Gleichungsgruppe (2):

$$-z = \frac{[p'] x' + [p''] x'' + [p'''] x''' - [l]}{[p]} \quad (4)$$

Wir haben früher in § 71. diesen Mittelwert (z) nicht bestimmt, weil weder dieser, noch auch die Einzelwerte $z_1 z_2 z_3 \dots$ für die Netzausgleichung gebraucht wurden, jedoch kann man nun zusehen, was aus (z) wird, wenn man in (4), statt der Werte $x' x'' x'''$, welche die Stationsausgleichungen geliefert haben, die entsprechenden Werte der Netzausgleichung einsetzt. Infolge der Netzausgleichung gehen die $x' x'' x'''$ über in $x' + (1) , x'' + (2) , x''' + (3)$, und (z) soll übergehen in $(z) + z$, d. h. man erhält aus (4) folgendes:

$$-(z) + z = \frac{[p'] (x' + (1)) + [p''] (x'' + (2)) + [p'''] (x''' + (3)) - [l]}{[p]} \quad (5)$$

Vergleicht man dieses wieder mit (4), so folgt:

$$-z = \frac{[p'] (1) + [p''] (2) + [p'''] (3)}{[p]} \quad (6)$$

Dieses ist die zu Anfang angegebene Bessel sche Formel (1).

Das Bessel sche z ist also die Änderung, welche das arithmetische Mittel (z) der einzelnen Satz-Nullpunkts-Verbesserungen $z_1 z_2 z_3$, oder das Mittel der Stationswinkel-Verbesserungen $x' x'' x'''$, durch Zuziehung der Netz-Verbesserungen (1) (2) (3) ... erfährt.

Eine bestimmte in der Gesamtausgleichung liegende Veranlassung, diese Mittel zu bilden, liegt aber nicht vor, die Bessel sche Ausgleichung verzichtet von vornherein auf symmetrische Fehlerverteilung, weil auf jeder Station *ein* Strahl als Anfangsstrahl bevorzugt wird, und diesem Umstand kann nachträglich durch Berechnung des willkürlichen z nicht mehr abgeholfen werden.

Es gibt nur wenige Fälle, in welchen die Berechnung des Bessel schen z als passende Näherung einem Bedürfnis entspricht, wenn es nämlich sich darum handelt, die Fehlerverteilung in Hinsicht auf etwaige unbekannte Fehlerquellen zu untersuchen; in diesem Falle muss man *jedem* Strahl einen Fehler zuteilen, und kann nicht auf jeder Station einen Strahl als Anfangsstrahl korrektrionslos lassen.

Man vergleiche hiezu eine Erörterung von Helmert in der Vierteljahrsschrift der astron. Gesellschaft 1877, S. 206—208, und von Schreiber in der Zeitschr. f. Verm. 1879, S. 103.