



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 79. Triangulierung nach Schreibers Methode

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83060](#)

$$(1,2) = 4^\circ 53' 20,18'' \quad (1,3) = 71^\circ 38' 27,73'' \quad [1,4] = 83^\circ 25' 36,56'' = W$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2,3) = 66^\circ 45' 8,99'' \\ (2,3) = 66^\circ 45' 8,99 \end{array} \right. \quad (2,4) = 78^\circ 32' 15,69''$$

$$(3,4) = 11^\circ 47' 9,22''$$

Nach dem angegebenen Prinzip der Reduktion von 4. auf 1. erhält man:

$$(1,2) = 4^\circ 53' 20,18'' \quad (1,3) = 71^\circ 38' 27,73''$$

$$W - (2,4) = 4^\circ 53' 20,87 \quad W - (3,4) = 71^\circ 38' 27,34$$

$$(1,2)' = 4^\circ 53' 20,525'' \quad (1,3)' = 71^\circ 38' 27,535''$$

$$(2,3)' = 66^\circ 45' 8,990''$$

Diese 3 Winkel $(1,2)', (1,3)'$ und $(2,3)'$ werden nun unter sich ausgeglichen wie gewöhnlich:

$$(1,2)' = 4^\circ 53' 20,525'' \quad (1,3)' = 71^\circ 38' 27,535''$$

$$\left. \begin{array}{r} 20,525 \\ \hline \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{r} 27,535 \\ \hline \end{array} \right\}$$

$$(1,3)' - (2,3)' = 18,545 \quad (1,2)' + (2,3)' = 29,515$$

$$\text{Mittel } [1,2] = 4^\circ 53' 19,865'' \quad [1,3] = 71^\circ 38' 28,195''$$

$$(2,3)' = 66^\circ 45' 8,990'' \quad \left. \begin{array}{r} 8,990 \\ \hline \end{array} \right\}$$

$$(1,3)' - (1,2)' = 7,010$$

$$\text{Mittel } [2,3] = 66^\circ 45' 8,330''$$

Diese ausgeglichenen Winkel stimmen überein mit den von Geisler auf S. 19 der Bremer Triangulierung auf anderem Wege erhaltenen Werten, und indem man diese Winkel an die festen Richtungen anschliesst, hat man das Schluss-Ergebnis:

Station Weyerberg.

1. Bremen $A = 207^\circ 40' 32,91''$ fest gegeben
2. Oberblockland $B = 212^\circ 33' 52,77'$ eingeschaltet
3. Scharmbeck $C = 279^\circ 19' 1,10''$
4. Garlstedt $D = 291^\circ 6' 9,47''$ fest gegeben

Dieses ist ein Messungsabriß in Form von orientierten Richtungswinkeln (Katasterbezeichnung „Neigungen“), die zwei neuen Richtungen B und C gehen in eine Netzausgleichung oder eine Coordinatenausgleichung als beobachtet ein.

Bei Winkelmessung auf einer Station mit Anschluss an beliebig viele feste Strahlen kann man die Winkelausgleichung und die Fehlerberechnung, kurz alles, was sich auf eine solche Station bezieht, mittelst des angegebenen formellen Kunstgriffs immer auf den Fall eines festen Strahles, oder was hier dasselbe ist, auf den Fall völlig freier Strahlen zurückführen, so dass es nicht nötig ist, für Stations-Winkelausgleichung mit Anschlusszwang an feste Strahlen besondere Formeln aufzustellen.

§ 79. Triangulierung nach Schreibers Methode.

Nachdem in § 77. S. 265 erkannt ist, dass die Winkelmessung in allen Combinationen sich nach der Stationsausgleichung darstellen lässt als ein Satz von Richtungsmessungen mit einem gewissen Gewichte für jede ausgeglichene Richtung, kann

man auch einsehen, dass ein ganzes Dreiecksnetz mit lauter so behandelten Stationen schlechthin nach Richtungen ausgeglichen werden kann, ähnlich wie an den zwei kleinen Beispielen von § 59. und § 61. früher gezeigt worden ist.

Der einzige Unterschied besteht noch darin, dass zwar alle ausgeglichenen Richtungen *derselben* Station gleichgewichtig sind, dass aber *verschiedene* Stationen mit verschieden vielen Sichten, ungleichgewichtige Richtungen ergeben, weil das Gewicht nach der Ausgleichung von der Anzahl der Sichten selbst abhängt. Diesem Umstände wurde von General Schreiber dadurch Rechnung getragen, dass er die Combinationsmessungen an sich mehrfach wiederholte, und es wurden die Wiederholungszahlen n der Stationen so bemessen, dass die schliesslich erscheinenden Richtungsgewichte möglichst gleich werden, wie folgende Übersichtstabelle zeigt:

Anzahl der Strahlen einer Station s	ohne Wiederholung			Wiederholungszahl $2n$	bei $2n$ facher Wiederholung		
	Anzahl der Winkel $\frac{s-1}{2}$	Richtungsgewicht für Messung			Winkelgewicht $p = \frac{ns}{2}$	Richtungsgewicht $q = 2p = ns$	
		Messung	Ausgleichung				
2	1	1	1,0	24	12	24	
3	3	1	1,5	16	12	24	
4	6	1	2,0	12	12	24	
5	10	1	2,5	10	12,5	25	
6	15	1	3,0	8	12	24	
7	21	1	3,5	8	14	28	
8	28	1	4,0	6	12	24	

Als Messung für die Gewichtseinheit $p = 1$ zählt hiebei die Messung einer Richtung in *einer* Fernrohrlage I oder II, oder, was dasselbe bedeutet, die Messung eines Winkels in zwei Fernrohrlagen I und II. Die angegebene Wiederholungszahl $2n$ bezieht sich auf Richtungen oder Winkel in *einer* Fernrohrlage, also $2n = 24$ malige Wiederholung eines Winkels bedeutet $n = 12$ Messungen des Winkels in Fernrohrlage I und $n = 12$ Messungen in Fernrohrlage II bei denselben Kreisstellungen wie in Lage I. Bei den Messungen der Landesaufnahme sind die Fernrohrlagen I und II (in den amtlichen Druckwerken gewöhnlich mit l und r bezeichnet) stets auseinandergehalten, und auf diese getrennten Messungen der beiden Fernrohrlagen beziehen sich also die Wiederholungszahlen $2n$.

Die Wiederholungen werden nun natürlich nicht an denselben Kreisstellungen gemacht, sondern zur Eliminierung der Teilungsfehler an Kreisstellungen, welche für n Wiederholungen je um $\frac{360^\circ}{2n}$ oder $\frac{180^\circ}{n} = d$ gegenseitig verdreht sind, so dass die Kreisstellungen $0, d, 2d, 3d \dots$ auftreten. Weiter kommt es darauf an, die Kreisstellungen auf die $\frac{s(s-1)}{2}$ Winkel so zu verteilen, dass keine Richtung in irgend einer Kreisstellung mehr als *einmal* vorkommt, und dass die Anzahl der Kreisstellungen möglichst klein wird. Da man nun $\frac{s(s-1)}{2}$ Winkel zu messen, also $s(s-1)$ Richtungseinstellungen paarweise zu machen hat, also in einer Kreisstellung höchstens s Richtungen vorkommen dürfen, wenn s eine gerade Zahl ist, und höchstens $s-1$ Richtungen, wenn s eine ungerade Zahl ist, so muss irgend eine Richtung in zwei

aufeinander folgenden Kreisstellungen um den Betrag $\frac{180^\circ}{n(s-1)} = \delta$ oder $\frac{180^\circ}{ns} = d$ verändert erscheinen, je nachdem $(s-1)$ eine ungerade Zahl ist, oder s eine ungerade Zahl.

Nach diesen Grundsätzen sind die nachfolgenden Tabellen aufgestellt (nach Mitteilung von General Schreiber in „Zeitschr. f. Verm.“ 1878, S. 215—217 und „Königl. Preuss. Landes-Triangulation“, IV. Teil, die Elbkette, 1891, S. 54—55). Dabei bedeuten I und II die Fernrohrlagen und $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ$ die Kreisstellungen.

$$s=2 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 1 \text{ Winkel}, n(s-1) = 12, d = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ, \delta = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$$

Winkel	I	I	I	I	I	I	II	II	II	II	II	II
1,2	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°

$$s=3 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 3 \text{ Winkel}, ns = 24, d = \frac{180^\circ}{8} = 22,5^\circ, \delta = \frac{180^\circ}{24} = 7,5^\circ$$

Winkel	I	I	I	I	II	II	II	II
1,2	0°	$22,5^\circ$	45°	$67,5^\circ$	90°	$112,5^\circ$	135°	$157,5^\circ$
1,3	$7,5^\circ$	30°	$52,5^\circ$	75°	$97,5^\circ$	120°	$142,5^\circ$	165°
2,3	15°	$37,5^\circ$	60°	$82,5^\circ$	105°	$127,5^\circ$	150°	$172,5^\circ$

$$s=4 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 6 \text{ Winkel}, n(s-1) = 18$$

Winkel	I	I	I	II	II	II	
1,2	0°	30°	60°	90°	120°	150°	$d = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$
1,3	10	40	70	100	130	160	
1,4	20	50	80	110	140	170	$\delta = \frac{180^\circ}{18} = 10^\circ$
2,3	20	50	80	110	140	170	
2,4	10	40	70	100	130	160	
3,4	0	30	60	90	120	150	

$$s=5 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 10 \text{ Winkel}, ns = 25$$

Winkel	I	I	I	II	II	II	
1,2	0°	36°	72°		108°	144°	
1,3	7,2	43,2	79,2		115,2	151,2	$d = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$
1,4	14,4	50,4	86,4		122,4	158,4	
1,5	21,6	57,6	93,6		129,6	165,6	$\delta = \frac{180^\circ}{25} = 7,2^\circ$
2,3	14,4	50,4	86,4		122,4	158,4	
2,4	21,6	57,6		93,6	129,6	165,6	
2,5	28,8	64,8		100,8	136,8	172,8	
3,4	28,8	64,8		100,8	136,8	172,8	
3,5	0	36		72	108	144	
4,5	7,2	43,2		79,2	115,2	151,2	

Zu der Tabelle für $s=5$ wollen wir bemerken, dass das frühere Beispiel von § 77, S. 262, Station Keulenbergs, auch $s=5$ Strahlen hat, aber nicht $n=5$ Wiederholungen, sondern $n=6$; d. h. jenes Beispiel Keulenbergs von 1872 war zwar in Hinsicht auf die Winkelmessungen in allen Combinationsen, aber noch nicht in Hinsicht auf die Wiederholungszahlen nach der neuen Schreiberschen Methode angeordnet.

$$s = 6 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 15 \text{ Winkel}$$

$$n = 4, d = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

$$n(s-1) = 20, \delta = \frac{180^\circ}{20} = 9^\circ$$

$$s = 7 \text{ Richtungen}, s \frac{s-1}{2} = 21 \text{ Winkel}$$

$$n = 4, d = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

$$n s = 28^\circ, \delta = \frac{180^\circ}{28} = 6,4286^\circ$$

Winkel	I	I	II	II
1,2	0°	45°	90°	135°
1,3	9	54	99	144
1,4	18	63	108	153
1,5	27	72	117	162
1,6	36	81	126	171
2,3	36	81	126	171
2,4	27	72	117	162
2,5	9	54	99	144
2,6	18	63	108	153
3,4	0	45	90	135
3,5	18	63	108	153
3,6	27	72	117	162
4,5	36	81	126	171
4,6	9	54	99	144
5,6	0	45	90	135

Winkel	I	I	II	II
1,2	0,0°	45,0°	90,0°	135,0°
1,3	6,4	51,4	96,4	141,4
1,4	12,9	57,9	102,9	147,9
1,5	19,3	64,3	109,3	154,3
1,6	25,7	70,7	115,7	160,7
1,7	32,1	77,1	122,1	167,1
2,3	13,9	57,9	102,9	147,9
2,4	19,3	64,3	109,3	154,3
2,5	25,7	70,7	115,7	160,7
2,6	32,1	77,1	122,1	167,1
2,7	38,6	83,6	128,6	173,6
3,4	25,7	70,7	115,7	160,7
3,5	32,1	77,1	122,1	167,1
3,6	38,6	83,6	128,6	173,6
3,7	0,0	45,0	90,0	135,0
4,5	38,6	83,6	128,6	173,6
4,6	0,0	45,0	90,0	135,0
4,7	6,4	51,4	96,4	141,4
5,6	6,4	51,4	96,4	141,4
5,7	12,9	57,9	102,9	147,9
6,7	19,3	64,3	109,3	154,3

Diese vorstehenden Tabellen gelten für freie Stationen; dagegen für Stationen mit Anschlusszwang wird nach § 78. verfahren, wie folgendes Beispiel zeigt, mit 2 festen Richtungen 1. und 2. und 3 neuen Richtungen 3. 4. 5.

Winkel	I	I	I. II	I. II	II	II
{ 1,3	0°	..	60°	..	120°	..
{ 2,3	..	30°	..	90°	..	150°
{ 1,4	10	..	70	..	130	..
{ 2,4	..	40	..	100	..	160
{ 1,5	20	..	80	..	140	..
{ 2,5	..	50	..	110	..	170
	I	I	I	II	II	II
3,4	20°	50°	80°	110°	140°	170°
3,5	10	40	70	100	130	160
4,5	0	30	60	90	120	150

Dieses Täfelchen ist wie folgt zu lesen:

Winkel 1,3 wird gemessen:

in der Kreisstellung 0°, Hingang und Rückgang in Fernrohrlage I

" " " 60°, Hingang in I, Rückgang in II

" " " 120°, Hingang und Rückgang in II.

Winkel 2, 3 wird gemessen:

in der Kreisstellung 30° , Hingang und Rückgang in Fernrohrlage I

" " " 90°, Hingang in I, Rückgang in II

" " " 150°, Hingang und Rückgang in II u. s. w.

Da jeder Winkel im ganzen ebenso oft in Fernrohrlage I wie in Fernrohrlage II gemessen werden muss, so ist es bei ungerader Kreisstellungszahl nicht anders zu machen, als mindestens in einer Kreisstellung Hingang und Rückgang in verschiedenen Fernrohrlagen zu messen.

Wenn die Winkelmessungen nach den vorstehenden Regeln auf allen Stationen angeordnet und ausgeglichen sind, so nimmt die Netzausgleichung in allem Wesentlichen die Form der Richtungsausgleichungen von § 59. und § 61. an, nur mit dem kleinen Unterschied, dass die einzelnen Richtungen nicht alle gleiches Gewicht (Gewicht = 1) haben, sondern Gewichte, welche nach der Tabelle auf S. 269 zwischen 24 und 28 schwanken. Man könnte vielleicht wohl auch die Gewichtsunterscheidungen zwischen 24, 25 und äußerstenfalls 28 vernachlässigen, doch bringt deren Mitführung gar keine Schwierigkeit.

Der Nachweiss, dass die allgemeine Bessel'sche Netzausgleichung von § 72. mit § 55. durch die Schreiber'sche Winkelmessung in allen Combinationen übergeht in Netzausgleichung mit einzelnen Richtungen, ist in unserer vorigen 3. Auflage, 1890, S. 252—256 im einzelnen formell geführt worden, was wir diesesmal übergehen wollen, da der Grundgedanke dazu im Vorhergehenden genügend dargelegt ist. Statt dessen wollen wir im nächsten § 80. noch ein Netz-Beispiel zu dem besprochenen Verfahren betrachten.

§ 80. Die Elbkette.

Zu einem Beispiel der Triangulierungsbehandlung nach Schreiber's Winkel-Methode nehmen wir die „Elbkette“, deren Netzbild auf S. 280—281 gegeben ist, nach dem amtlichen Werke: „Die königl. preussische Landestriangulation“. Hauptdreiecke. Vierter Teil. Die Elbkette. Zweite Abteilung, die Beobachtungen und deren Ausgleichung, gemessen und bearbeitet von der trigonometrischen Abteilung der Landesaufnahme. Berlin 1891, (vgl. Zeitschr. f. Verm. 1888, S. 399 und 1891, S. 455—459. Zur Anlage dieser Kette im Allgemeinen ist mitzuteilen:

Die Elbkette hat im Osten und im Westen feste Anschlüsse, welche in der Zeichnung auf S. 280—281 durch *starke Linien* angedeutet sind, nämlich:

im Osten Küstenvermessung:

Eichstädt-Eichberg $\log S = 4.619\ 7943 \cdot 5$

Azimut ($E_t - E_g$) $= 177^\circ 19' 53,221''$

" ($E_g - E_t$) $= 357^\circ 21' 14,480''$

im Westen: Baursberg-Havighorst $\log S = 4.430\ 7451 \cdot 8$

Baursberg-Kaiserberg $\log S = 4.638\ 2214 \cdot 6$

Winkel Havighorst-Baursberg-Kaiserberg $= 236^\circ 39' 50,203''$

Der Anschluss im Osten ist ein in allen Beziehungen fester, während im Westen, mit zwei Seiten und einem Winkel, nur ein Anschluss in Hinsicht auf die relative Lage der drei Punkte Kaiserberg, Baursberg, Havighorst stattfindet.

Abgesehen von den Nebenpunkten Schwarzenberg, Lüneburg und Brockhöfe hat die Elbkette: