



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 2. Das Projektionsverfahren (Abbildungsverfahren) und die
verschiedenen Projektionsarten.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

öffentlich. Später wurde er Professor an der nach seinen Plänen eingerichteten École polytechnique, wo er seit 1795 seine Géométrie descriptive vortrug und in kurzer Zeit eine große Anzahl hervorragender Geometer und Ingenieure heranbildete. Monges Schüler (Poncelet, Plücker) waren es, die die projektive Geometrie begründeten. 1792 war er kurze Zeit Marineminister. Nach Napoleons Sturz, dessen Anhänger er war und den er auch nach Agypten begleitet hatte, verlor er 1816 Amt und Würde.

§ 2. Das Projektionsverfahren (Abbildungsverfahren) und die verschiedenen Projektionsarten.

1a) Die Natur zeigt am besten den Weg, räumliche Gebilde in einer Ebene darzustellen. Auf dem lotrecht stehenden Schirm B (Bildebene) entwerfen wir mit Hilfe der sehr kleinen (punktförmigen)

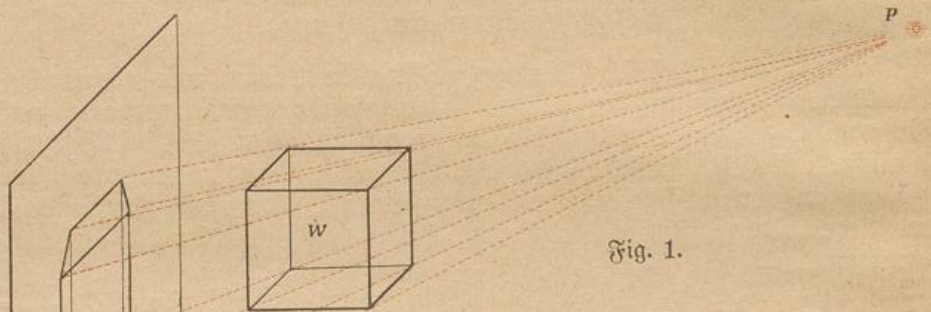


Fig. 1.

Lichtquelle P (Fig. 1) von dem Drahtmodell des Würfels W ein Schattenbild. Der entstehende Schattenriß gibt uns bei günstiger Stellung des Modells eine deutliche Vorstellung von der Gestalt des abgebildeten Körpers. Denken wir uns jetzt an Stelle der Lichtquelle in P das eine Auge eines Beobachters, das nach dem Drahtwürfel hinsieht, so wird für diesen Beobachter der Schattenriß durch den Körper vollständig verdeckt, da die Sehstrahlen, die von dem Auge nach den einzelnen Punkten des Körpers gehen, mit den Lichtstrahlen zusammenfallen. Das Bild ist demnach als die Gesamtheit der Schnittpunkte aller vom Auge in P nach allen Punkten des Gegenstandes gezogenen Sehstrahlen

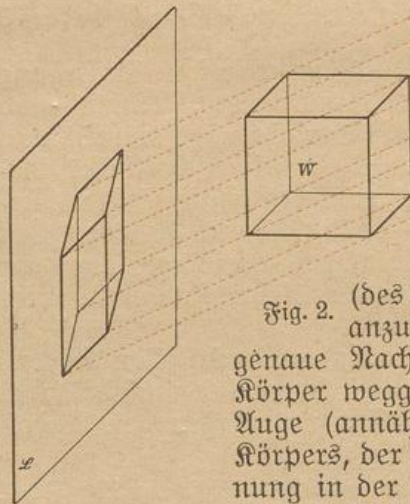


Fig. 2. (des Sehstrahlenbündels) mit dem Schirm anzusehen. Wird jetzt das Schattenbild durch genaue Nachzeichnung festgehalten und dann der Körper weggenommen, so hat das in P befindliche Auge (annähernd) den Eindruck des ursprünglichen Körpers, der um so täuschender ist, je besser die Zeichnung in der Farbe gelungen ist. Die Zeichnung ist also als **Abbildung** des Körpers zu betrachten.

b) Entwerfen wir (Fig. 2) dagegen von dem Drahtwürfel mit Hilfe der Strahlen der Sonne, die wir wegen der ungeheuren Entfernung als parallel ansehen dürfen, ein Schattenbild, so zeigt uns dieses den Gegenstand niemals so, wie wir ihn sehen, da wir ja nie unser Auge in unendliche Entfernung bringen können. Dennoch ist auch ein durch parallele Strahlen erzeugtes Bild, das Parallelbild oder Parallelriß¹⁾ heißt, recht anschaulich und macht auf unser Auge einen befriedigenden Eindruck. Im Gegensatz dazu heißt das vorher entworfene Zentralbild oder Zentralriß, da es durch Strahlen, die von einem Punkte (Zentrum) ausgingen, erzeugt wurde.

Hätte man von einem festen, undurchsichtigen Würfel (statt wie vorher von dem Drahtwürfel) die Schattenbilder entworfen, so hätte man nur ein Bild des Körperumrisses erhalten, das keine deutliche Vorstellung ermöglichte. Deshalb bilden wir auch im folgenden von den darzustellenden Körpern wie vorher bei dem Drahtwürfel nur die Kanten und Eckpunkte, bei krummflächigen Körpern nur die Umrisse und wichtige Schnitte ab.

2a) Dem von der Natur gewiesenen Weg folgt die geometrische Abbildung durch **Projektion**, die als eine Nachbildung des Sehvorgangs unter vereinfachenden Annahmen anzusehen ist. Es sei B (Fig. 3) eine feste Ebene und P ein außerhalb der Ebene gegebener fester Punkt. Ist nun A ein Punkt, der der Ebene B nicht angehört, so besteht das **Verfahren der Projektion**, das Projizieren²⁾ oder Abbilden, darin, daß man P mit A geradlinig verbindet und diese Verbindungslinie zum Schnitt mit der Ebene B bringt. Den Schnittpunkt A' nennt man die **Projektion (Riß¹⁾)** oder das **Bild** des Punktes A und sagt, der Punkt A ist von P auf die Ebene B projiziert oder abgebildet worden. Der projizierende Strahl PA heißt der **Projektions- oder Sehstrahl**, P das **Projektionszentrum** (Aug- oder Sehpunkt) und B die **Projektions-, Riß- oder Bildebene**.

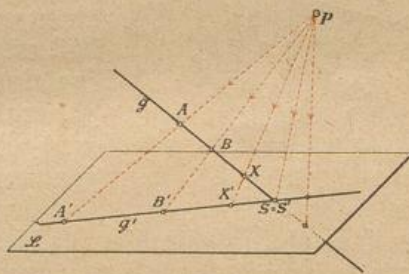


Fig. 3.

Alle Punkte, die auf dem Strahl PA liegen, haben dieselbe Projektion.

Die Projektion eines Punktes ist wieder ein Punkt.

b) Ist g eine durch A (Fig. 3) gehende Gerade, die B im Punkte S , dem **Spurpunkt** der Geraden, durchstößt, und projizieren wir alle ihre Punkte von P auf B , so erhalten wir als Bild wieder eine Gerade g' . Denn die Gesamtheit aller Projektionsstrahlen ($PA, PB \dots$) der Punkte von g liegt in der durch das Projektionszentrum und die Gerade g

¹⁾ Riß von reißen (Reißzeug!) vom mhd. rizen = einritzen, verwunden, zeichnen.

²⁾ Projizieren von proicere (lat.) = hinwerfen, entwerfen.

bestimmten Ebene, der sogenannten **projizierenden Ebene** oder **Seh-ebene** der Geraden g , die die Bildebene in der **Spur** g' durchdringt. Jedem Punkte X von g entspricht ein und nur ein Bildpunkt X' . Wie erhält man den Bildpunkt des „unendlich fernen Punktes“ von g ? Welcher Punkt von g fällt mit seinem Bildpunkte zusammen? Die Abbildung einer durch das Projektionszentrum gehenden Geraden ist ein Punkt (Grund?). Daraus folgt:

Die Projektion einer Geraden, die nicht durch das Projektionszentrum geht, ist wieder eine Gerade.

Demnach erhält man das Bild einer Strecke AB , indem man ihre Endpunkte projiziert und die Projektionen verbindet. Das Bild einer krummen Linie ergibt sich durch Abbildung einer Anzahl nahe beieinander liegender Punkte, die durch einen zusammenhängenden Kurvenzug zu verbinden sind.

Das Bild einer ebenen Figur findet man durch Projektion der sie begrenzenden Linien. Es ist im allgemeinen wieder eine ebene Figur. In welchem Falle schrumpft es zusammen auf eine Strecke? (Fig. 4.)

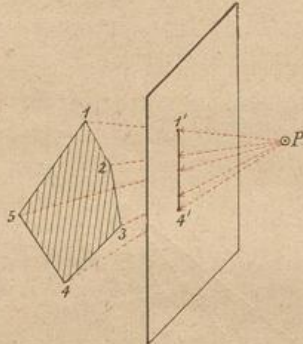


Fig. 4.

3 a) Das unter 2) behandelte Projektionsverfahren, bei dem das Projektionszentrum einen endlichen Abstand von der Bildebene hat, nennt man **Zentralprojektion** oder **Perspektive**¹⁾ und die durch sie erzeugten Bilder **Zentralbilder** oder **Perspektiven**.

b) Läßt man (Fig. 3) das Projektionszentrum P immer weiter in der Richtung $A'A$ von der Bildebene wegrücken, so wird der von zwei Projektionsstrahlen (z. B. von PA und PB) gebildete Winkel immer kleiner. Liegt es unendlich fern, so sind die Projektionsstrahlen parallel (vgl. Fig. 5 u. 6). In diesem Falle spricht man von **Parallelprojektion**. Die Schattenbilder, die die Sonne liefert, sind ausgezeichnete Parallelprojektionen. Versuche mit Stäben und Drahtmodellen!

Bei der Parallelprojektion, die als Grenzfall der Zentralprojektion aufzufassen ist, unterscheidet man noch **schiefe (schräge)** und **gerade Parallelprojektion** oder **Normalprojektion**, je nachdem die Projektionsstrahlen zur Bildebene schief oder senkrecht stehen. Dementsprechend heißen auch die durch schiefe oder gerade Parallelprojektion gewonnenen Bilder **Schrägbilder** oder **Normalbilder**.

¹⁾ Die beiden Begriffe decken sich nicht vollständig. Mit Perspektive bezeichnet man im allgemeinen die Anwendungen der Gesetze der Zentralprojektion und spricht auch nur dann von einer perspektivischen Abbildung, wenn Gegenstand und Sehpunkt durch die Bildebene getrennt sind. Perspektive von perspicere (lat.) = hindurchsehen. Der Sinn des Wortes wird erst recht in § 28 klar.