UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 3. Hauptsätze der Parallelprojektion.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

Visual Library

Erster Teil.

Parallelprojektion.

§ 3. Hauptsätze der Parallelprojektion.

1) Aus den Anfangsgründen der Stereometrie ergeben sich einige wichtige Sätze, die sowohl für die *schiefe* als auch für die *gerade Parallelprojektion* von grundlegender Bedeutung sind.

Erklärung. **Strecken, Gerade oder ebene Figuren, die der Bildebene parallel sind, heißen frontal.**[1])

I. **Jede frontale Strecke hat ein paralleles und gleiches Bild.**

Zieht man (Fig. 5) durch alle Punkte der zur Bildebene 𝔅 parallelen Strecke AB die projizierenden Strahlen parallel einer beliebig gewählten Richtung, so schneidet die durch sie bestimmte projizierende Ebene 𝔈 die Bildebene 𝔅 in einer zu AB parallelen Spur A′B′ (L. I. § 71, 1), also ist A′B′ ∥ AB. Da AA′ ∥ BB′ ist, so ist AA′B′B ein Parallelogramm und daher auch A′B′ = AB. Die Parallelprojektion einer Strecke auf eine zu ihr parallele Ebene kann demnach als eine *Parallelverschiebung* längs der Projektionsstrahlen der Endpunkte aufgefaßt werden.

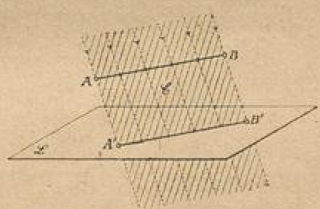

Fig. 5.

II. **Jede frontale ebene Figur hat ein ihr kongruentes Bild.**

Die Parallelprojektion A′B′C′D′E′ (Fig. 6) der zur Bildebene 𝔅 parallelen Figur ABCDE ist dieser kongruent (Beweis!). Man kann sich das Bild durch Parallelverschiebung der Figur ABCDE entstanden denken.

Welches Schrägbild hat ein frontaler *Kreis*?

2) Bezeichnet a′ die Projektion einer beliebigen Strecke a, so heißt das Verhältnis a′ : a ihr **Projektions-** oder **Abbildungsverhältnis.**

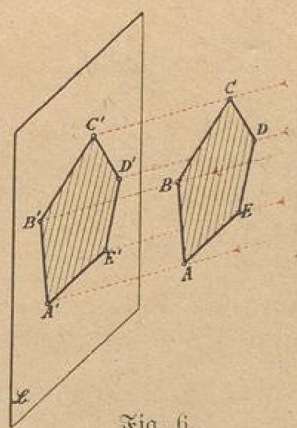

Fig. 6.

[1]) frons (lat.) = Stirn.

III. Parallele Strecken haben parallele Bilder von gleichem Projektionsverhältnis.

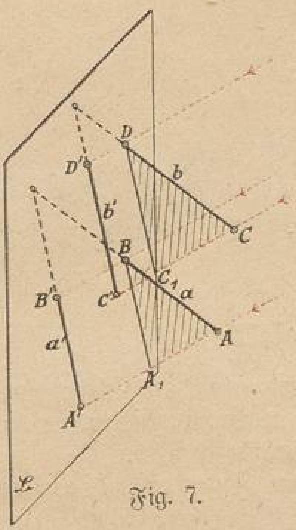

Fig. 7.

Sind $AB = a$ und $CD = b$ (Fig. 7) zwei parallele Strecken, so müssen auch ihre projizierenden Ebenen einander parallel sein (L. I. § 63, 4) und deshalb die Bildebene in parallelen Spuren schneiden (L. I. § 70, 1). Daher ist $A'B' \parallel C'D'$. Zieht man jetzt $BA_1 \parallel B'A'$ und $DC_1 \parallel D'C'$, so ist $\triangle ABA_1 \sim \triangle CDC_1$. Folglich verhält sich $\frac{A_1B}{AB} = \frac{C_1D}{CD}$ oder, da $A_1B = A'B' = a'$ und $C_1D = C'D' = b'$ ist,

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}.$$

Parallele Strecken werden also durch Parallelprojektion im gleichen Verhältnis gekürzt oder gestreckt. Was folgt daraus für die Bilder von parallelen Strecken von gleicher Länge? Vgl. die Schattenbilder der parallelen Stäbe von Zäunen.

Parallelogramme erscheinen in der Abbildung wieder als Parallelogramme.

Für die gerade Parellelprojektion ist

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \cos\varphi,$$

wo φ den Neigungswinkel der Strecken a und b zu der Bildebene bedeutet.

IV. Teilverhältnisse von Strecken bleiben bei Parallelprojektion erhalten.

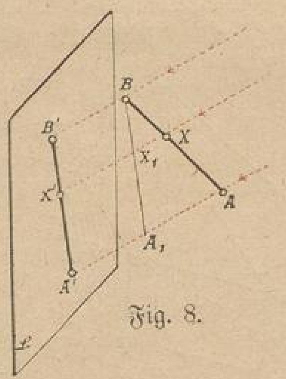

Fig. 8.

Denn wird (Fig. 8) die Strecke AB durch den Punkt X im Verhältnis m:n geteilt, so wird auch ihr Bild A'B' durch die Projektion X' des Teilpunktes im gleichen Verhältnis geteilt.

$$\frac{AX}{XB} = \frac{A'X'}{X'B'} = \frac{m}{n}.$$

Wird z. B. AB durch X halbiert, so wird auch A'B' durch X' halbiert.

Erster Abschnitt.

Schiefe Parallelprojektion.

(Parallelprojektion auf eine Tafel.)

§ 4. Bestimmung der Richtung der Projektionsstrahlen. Die erste Grundaufgabe.

1a) Für alle Darstellungen in schiefer Parallelprojektion benutzen wir als **Bildebene** B (Fig. 9) die lotrecht gehaltene Zeichenebene (Wandtafel!). Wir setzen ein für allemal fest, daß die Projektionsstrahlen von vorn und oben kommen und zwar im allgemeinen von rechts oben nach links unten verlaufen.

Die lotrecht stehende Bildebene B schneiden wir durch eine horizontale Ebene G, die im allgemeinen zur Aufnahme der darzustellenden Gebilde dient und daher **Grundebene** heißt. Ihre Schnittgerade OX mit der Bildebene heißt **Projektions-** oder **Bildachse.**

b) Von besonderer Bedeutung für unser Abbildungsverfahren sind die zur Bildebene senkrechten Geraden, die wir im folgenden zur

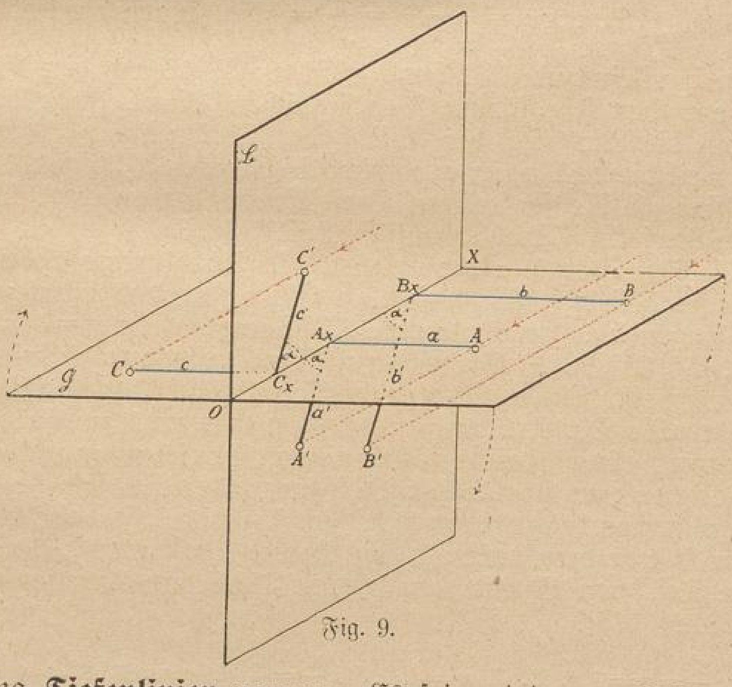

Fig. 9.

Abkürzung **Tiefenlinien** nennen. Es seien $AA_x = a$, $BB_x = b$ und $CC_x = c$ (Fig. 9) drei in der Grundebene gelegene Tiefenlinien, deren Fußpunkte auf der Bildachse entsprechend die Punkte A_x, B_x