



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 4. Bestimmung der Richtung der Projektionsstrahlen. Die erste
Grundaufgabe.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

Erster Abschnitt.

Schiefe Parallelprojektion. (Parallelprojektion auf eine Tafel.)

§ 4. Bestimmung der Richtung der Projektionsstrahlen. Die erste Grundaufgabe.

1a) Für alle Darstellungen in schiefer Parallelprojektion benutzen wir als **Bildebene** B (Fig. 9) die lotrecht gehaltene Zeichenebene (Wandtafel!). Wir setzen ein für allemal fest, daß die Projektionsstrahlen von vorn und oben kommen und zwar im allgemeinen von rechts oben nach links unten verlaufen.

Die lotrecht stehende Bildebene B schneiden wir durch eine horizontale Ebene G , die im allgemeinen zur Aufnahme der darzustellenden Gebilde dient und daher **Grundebene** heißt. Ihre Schnittgerade OX mit der Bildebene heißt **Projektions-** oder **Bildachse**.

b) Von besonderer Bedeutung für unser Abbildungsverfahren sind die zur Bildebene senkrechten Geraden, die wir im folgenden zur

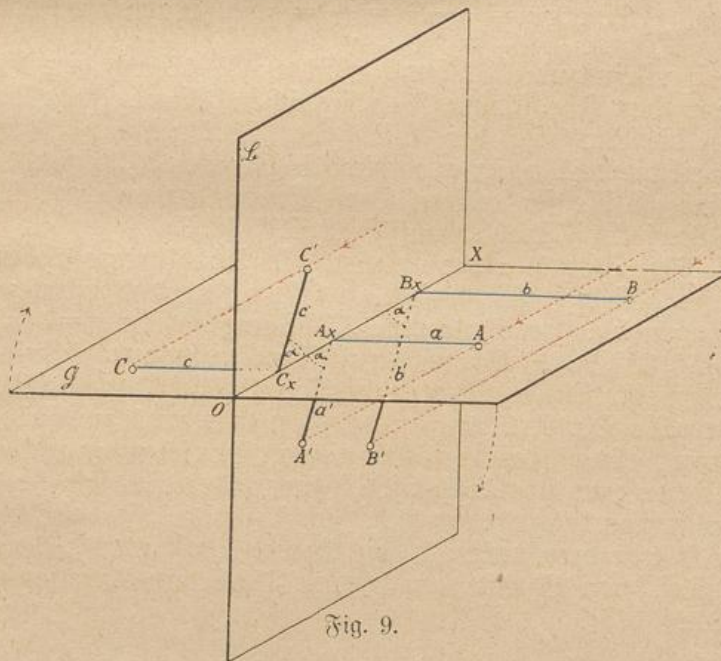


Fig. 9.

Abkürzung **Tiefenlinien** nennen. Es seien $AA_x = a$, $BB_x = b$ und $CC_x = c$ (Fig. 9) drei in der Grundebene gelegene Tiefenlinien, deren Fußpunkte auf der Bildachse entsprechend die Punkte A_x , B_x

und C_x sind. Projizieren wir nach Wahl irgend einer Projektionsrichtung die Strecken a , b und c auf die Bildebene, so sind nach § 3, S. III ihre Bilder a' , b' und c' parallel, schneiden also die Bildachse unter dem gleichen Winkel α ,

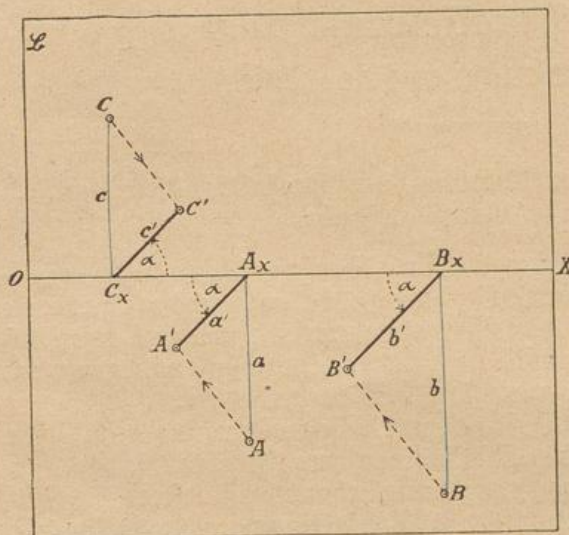


Fig. 10.

ferner haben sie das gleiche Projektionsverhältnis q ($a':a = b':b = c':c = q$).

Die Angabe des Projektionsverhältnisses q und des Winkels α gibt uns das einfachste Mittel an die Hand, Schrägbilder ohne Benutzung der projizierenden Strahlen zu entwerfen, da durch q und α die Richtung der Projektionsstrahlen vollständig festgelegt ist. Durch q ist zunächst nur der Neigungswinkel φ bestimmt, unter dem die Projektionsstrahlen (z. B. AA') die Bildebene treffen.

Denn es ist z. B. $\text{ctg } \varphi = \frac{A'A_x}{AA_x} = \frac{a'}{a} = q^1$. (Warum reicht die An-

gabe von q allein zur Abbildung nicht aus?) Durch den Winkel α , in dem aus den Fig. 9 und 10 ersichtlichen Sinne gemessen, wird dann noch die Richtung der Bilder der Tiefenlinien eindeutig bestimmt, weil die verlängert gedachten Bildstrecken a' , b' und c' nichts anderes sind als die senkrechten Projektionen der durch A , B und C gehenden Projektionsstrahlen auf B (S. I. § 72, 3a).

Die Größen q und α nennt man die **Abbildungszahlen**. Man kann für sie beliebige Werte wählen. Der Zweckmäßigkeit und Einfachheit wegen bevorzugt man die Abbildungszahlen $q = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$ und $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.²⁾ Oft wird q als **Verkürzungsverhältnis** bezeichnet, da es meist kleiner als oder höchstens gleich 1 gewählt wird.

c) Für alle Darstellungen denken wir uns im folgenden, da wir nur eine Zeichenebene zur Verfügung haben, die Grundebene um die Achse OX samt den in ihr liegenden Figuren heruntergeklappt (s. Fig. 9 und 10), so daß der vordere Teil von G mit dem unteren von B und der hinter der Bildebene gelegene Teil von G mit dem oberen Teile von B zusammenfällt.

¹⁾ Für $\frac{a'}{a} = q = 1$ z. B. ist $\varphi = 45^\circ$; für $\frac{a'}{a} = \frac{1}{2}$ ist $\varphi \approx 63,43^\circ$.

²⁾ Die Wahl dieser Winkel ist deswegen praktisch und bequem, weil sich dabei stets die gebräuchlichen rechtwinkligen Zeichendreiecke mit 30° und 60° , 45° und 45° verwenden lassen.

2a) Erste Grundaufgabe. Die schiefe Parallelprojektion eines in der Grundebene gelegenen Punktes A für die Abbildungszahlen q und α (z. B. $\frac{1}{2}$ und 45°) zu bestimmen.

Wir fällen (Fig. 11) von A auf die Bildachse das Lot AA_x und ziehen unter einem Winkel von 45° zur Bildachse $A_x A' = \frac{1}{2} A_x A$. A' ist dann das gesuchte Bild von A .

Man findet demnach das Schrägbild eines beliebigen in der Grundebene gelegenen Punktes A , indem man auf die Bildachse das Lot AA_x fällt und diese Strecke für die gegebenen Abbildungszahlen abbildet. Der Endpunkt A' der Bildstrecke $A_x A'$ ist das gesuchte Bild des Punktes A .

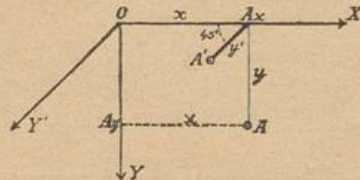


Fig. 11.

Die Abbildung mehrerer Punkte (Fig. 10), z. B. A , B und C , für dieselben Abbildungszahlen kann dadurch sehr vereinfacht werden, daß die Verbindungsstrecken von A , B und C mit ihren Bildern A' , B' und C' AA' , BB' , CC' einander parallel sind (Grund?). Es braucht infolgedessen bei der Zeichnung nur für ein Achsenlot (AA_x) die Verkürzung bestimmt zu werden.

b) Statt unmittelbar durch seine Lage kann ein Punkt A auch durch seine senkrechten Abstände von einem rechtwinkligen Achsensystem (Koordinatensystem) gegeben sein (Fig. 11). Die Bildachse wählen wir als x -Achse und die in einem beliebigen Punkte O auf ihr in der Grundebene errichtete Senkrechte als y -Achse. $OA_x = x$ ist die Abszisse und $OA_y = A_x A = y$ die Ordinate des Punktes A , x und y sind seine Koordinaten.

Aufgabe. Bilde für $q = \frac{1}{2}$, $\alpha = 30^\circ$ die Punkte ab, deren Koordinaten sind $x = \pm 3$; $y = \pm 2,4$ (Längeneinheit 1 cm).

Wie bildet sich die y -Achse ab?

§ 5. Die Abbildung ebener, in der Grundebene gelegener oder ihr paralleler Figuren.

1) Aufgabe 1. Das Schrägbild eines in der Grundebene gelegenen Rechtecks $ABCD$, dessen Seite AB auf der Bildachse liegt, zu zeichnen (Fig. 12). $q = \frac{1}{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

Die Seiten AB und CD bilden sich in natürlicher Größe ab, und zwar fällt AB mit seinem Bilde zusammen. Dagegen erscheinen die zur Bildebene senkrechten Stref-

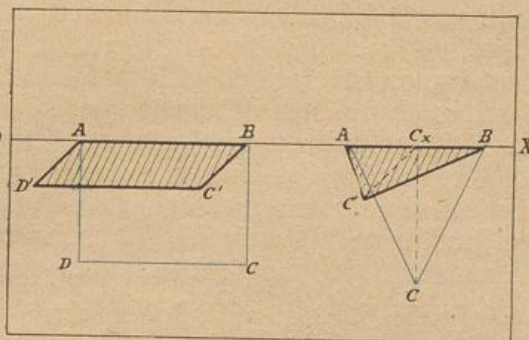


Fig. 12.